**符号意义**

Q        判断矩阵

C.L       一致性指标

R.L      平均随机一致性指标

C.R       一致性比例

λmax      矩阵的最大特征值

aij        矩阵A中第i行第j列元素

n          矩阵的阶数

W         权重

Wi 权向量

**模型构建**

本题需要求出高铁在各个城市中的最佳配置，因为在供需平衡时，对于高铁的发展和人们的生活而言都是有益的，但实际情况下，我们并不知道对详细的需求量，在社会中，人们出行方式的选择受许多因素的影响，可能是自身的收入情况，亦或者是自身的习惯和想法，这些都是人们主观的看法难以进行分析的。为解决这个问题，我们将先采用层次分析法计算出各个组分的权重，再用实际满足组分条件的人数乘以各个权重估算出需求的人数，最后用线性规划计算最优的高铁配置，这样我们就可以定性，定量，有针对性地对问题进行分析。

人们自身的条件是决定是否选择高铁的主要因素，根据‘中国高速铁路运量分析’和‘高铁乘客的旅游特征和消费偏好’我们将以下因素作为重要影响因子： 职业，个人收入，学历，性别，年龄来对北京，长沙，乌鲁木齐进行定量分析。

先是以北京为例，先列出影响因子

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 预测目标 | 一级指标 | 二级指标 |
| 一年内预乘坐高铁的人数 | 个人年龄 | 0-18岁  19-44岁  45-64岁  65岁以上 |
| 个人收入情况 | 3000元及以下  3000-4000元  4000-5000元  5000-6000元  6000-8000元  8000及以上 |
| 性别 | 男  女 |
| 个人学历 | 高中及以下  专科  本科以上 |
| 职业 | 事业单位任职人员  工人  公务员  私人经营  专业人员（老师，律师，会计师）  其他 |

北京高铁需求人数的理论分析

1. 年龄 ：在选择高铁的人数中我们能明显地发现其中的年龄组成呈现一定的规律（pdf），在图中我们可以发现选择高铁出行的人年龄主要集中于20到45岁左右，说明在高铁中，年轻人和中年人‘贡献’最大。所以年龄可以有效地反应出主要的人群组分，不同年龄的人对高铁的选择和看法也不同。
2. 个人收入情况 ：高铁的价格普遍偏贵，且在相同路线还存在有其他便宜的出行方式比如大巴，列车等，所以选择高铁的人士是拥有足够的经济基础的人才能长期选择乘坐高铁。收入情况是反应一个人经济基础的极好参照，且北京人民的收入水平可以通过北京统计年鉴查询，比较方便。而且根据‘高铁乘客的旅游特征和消费偏好’，我们可以详尽地得到乘坐人员的工资分层。依照实际比例和调查比例，我们可以计算出各个收入阶段的人群所贡献的人数
3. 性别

根据‘中国高速铁路运量分析’中可以发现高铁的年龄组成呈现一定的比例，而且有时男性外出出差的次数大于女性，相对地将会导致高铁上性别比例的不同，所以性别比例能很好地将男女群体贡献的人数计算出来。

1. 个人学历

一个人的学历往往决定了一个人的选择和思想，往往高知识分子更愿意花钱去体验高铁，而文化程度低的人可能不愿意将钱花在高铁上。

1. 职业

职业往往会决定一个人的出入境次数，有一些企业的工作人员可能在一年中需要多次出差，所以将职业作为影响因子来研究是可取的。

**模型求解**

在预测一年中的需求人数的时候，各个影响因子可以从不同的方面反映高铁需求量的情况，其中它们互相的相对重要程度需要进行比较。所以我们在列出所有影响因子之后，我们便尝试使用层次分析法来计算各个因子之间的相对重要程度。

**求解步骤**

**(1)**通过上网查询得平均随机一致性指标R.L如下图

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| R.L | 0 | 0 | 0.58 | 0.90 | 1.12 | 1.24 | 1.32 | 1.41 | 1.45 |

**(2)**将两个要素之间的比较进行量化，分为同等重要，稍微重要，重要，很重要，极其重要

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai与Aj比较 | 同等重要 | 稍微重要 | 重要 | 很重要 | 极其重要 |
| aij | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |

**(3)**在判断矩阵中将两个影响因子间的重要程度表现出来，根据上文构造的重要程度标度表和成对比较法构造判断矩阵：(格式如下)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
| A1 |  |  |  |  |  |
| A2 |  |  |  |  |  |
| A3 |  |  |  |  |  |
| A4 |  |  |  |  |  |
| A5 |  |  |  |  |  |

**(4)**对（3）中构建出的判断矩阵进行一致性检验，因为两个影响因子间重要程度的判断取决于人的主观想法，有可能会导致一些荒唐的错误，所以要对构建的判断矩阵进行一致性检验，来保证各个影响因子间的逻辑性，让判断尽量合理。在进行一致性检验时，需要计算一致性比例，若比例小于0.1，则该判断矩阵符合要求；若比例大于0.1，则需重新构建判断矩阵。

需要用到的公式：1，C.L=(λmax-n)/(n-1)

2，C.R=C.L/R.L

第一步： 计算C.L的值

C.L=(λmax-n)/(n-1)

在使用层次分析法时，C.L是用来权衡判断矩阵是否一致的重要因素。

第二步： 查找R.L的值

用之前在网上查到的R.L表来查找相应的值

第三步： 计算一致性比例C.R的值

将上述值代入公式进行计算，若C.R<0.1,则这个判断矩阵是可以接受的，若C.R>0.1，则还应对判断矩阵进行调整。

第四步 ：权重向量的计算

在此权重向量的值等于该判断矩阵的特征向量，二者具有相同的意义。

第五步 ：计算需求人数

需求的人数=

第六步 ：线性规划求最佳配置

高铁的车型分为很多种，每一种的载客数都不一样，成本和票价也不一样。同时根据现实情况，来限制各个车型的取值，最后求出最优配置。

**求解的过程**

1. 判断矩阵的确定

将性别，职业，学历，年龄，个人收入分别标号为A1,A2,A3,A4,A5。列出下表

判断矩阵：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
| A1 | 1 | 1/5 | 1/5 | 1/5 | 1/9 |
| A2 | 5 | 1 | 1 | 1/3 | 1/9 |
| A3 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1/9 |
| A4 | 5 | 3 | 1 | 1 | 1/9 |
| A5 | 9 | 9 | 9 | 9 | 1 |

在此考虑到特征向量和特征值的计算难度和其重要性，我们利用matlab进行了以下以下演算：

**算法**

A=[1 0.2 0.2 0.2 1/9;5 1 1 1/3 1/9;5 1 1 1 1/9;5 3 1 1 1/9;9 9 9 9 1]；%输入判断矩阵

>> [V,D]=eig(A)%得出特征向量和特征值

V =

0.0434 + 0.0000i -0.0079 - 0.0528i -0.0079 + 0.0528i 0.0477 + 0.0363i 0.0477 - 0.0363i

0.1169 + 0.0000i -0.0985 + 0.0374i -0.0985 - 0.0374i -0.2153 - 0.0136i -0.2153 + 0.0136i

0.1390 + 0.0000i -0.0305 + 0.0251i -0.0305 - 0.0251i 0.0358 - 0.3901i 0.0358 + 0.3901i

0.1816 + 0.0000i 0.0230 + 0.1543i 0.0230 - 0.1543i 0.2379 + 0.3184i 0.2379 - 0.3184i

0.9655 + 0.0000i 0.9799 + 0.0000i 0.9799 + 0.0000i -0.7990 + 0.0000i -0.7990 + 0.0000i

D =

5.4830 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i -0.0457 + 1.5058i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i -0.0457 - 1.5058i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i -0.1958 + 0.5518i 0.0000 + 0.0000i

0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i -0.1958 - 0.5518i

det(D)%计算特征值

ans =

4.2667 + 0.0000i

在V矩阵中选取第一列作为本问题的特征向量，因为在计算权重和一致性时，复数是不能出现在结果中的。

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | wi | w |
| A1 | 1 | 1/5 | 1/5 | 1/5 | 1/9 | 0.0434 | 0.0299 |
| A2 | 5 | 1 | 1 | 1/3 | 1/9 | 0.1169 | 0.806 |
| A3 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1/9 | 0.1390 | 0.0959 |
| A4 | 5 | 3 | 1 | 1 | 1/9 | 0.1816 | 0.1273 |
| A5 | 9 | 9 | 9 | 9 | 1 | 0.9665 | 0.6661 |

λmax   =4.2667,C.L=-0.18333，R.L=1.12，C.R=-0.1636,说明这个判断矩阵可以接受。该判断矩阵通过了一致性检验。

同时一级影响因子中还分有二级指标，每个二级指标之间其实存在比例，我们在此可以将‘高铁乘客的旅游特征和消费偏好’中的乘客基本性质作为依据来诠释二级指标间的权重。然后将北京实际的人数乘以各个二级指标的权重再依次相加，便可以得到在北京城内需求人数的估计值。（北京相关组分的实际人数来源于2018年北京市年鉴）

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 预测目标 | 一级指标及其权重 | 二级指标 | 二级指标的权重（在高铁人数中的比例乘以一级指标的权重） | 北京相关组分的实际的人数 |
| 一年内预乘坐高铁的人数 | 个人年龄  0.1273 | 0-18岁  19-44岁  45-64岁  65岁以上 | 0．6%\*0.1273  87.8%\*0.1273  11.5%\*0.1273  0.2%\*0.1273 | 226.6万  1021.4  541.4  364.8 |
| 个人收入情况  0.6661 | 3000元及以下  3000-4000元  4000-5000元  5000-6000元  6000-8000元  8000及以上 | 24.5%\*0.6661  24.4%\*0.6661  15.6%\*0.6661  8.9%\*0.6661  10.4%\*0.6661  16.1%\*0.6661 | 240.98  256.17  319.13  173.68  401.63  779.39 |
| 性别  0.0299 | 男  女 | 60%\*0.0299  40%\*0.0299 | 1302.6  868.4 |
| 个人学历  0.0959 | 高中及以下  专科  本科以上 | 17.2%\*0.0959  30.3%\*0.0959  52.5%\*0.0959 | 219226人  84496人  95518人 |
| 职业  0.0806 | 事业单位任职人员  工人  公务员  私人经营  专业人员（老师，律师，会计师）  学生  其他 | 36.4%\*0.0806  4%\*0.0806  3.1%\*0.0806  15.3%\*0.0806  18.8%\*0.0806  7.7%\*0.0806  14.7%\*0.0806 | 772万  412万  35万  325万  344万  38万  173万 |

计算的结果如下

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 预测目标 | 一级指标 | 指标分类 | 预计贡献人数 |
| 一年内预乘坐高铁的人数 | 个人年龄 | 0-18岁  19-44岁  45-64岁  65岁以上 | 122.202万人 |
| 个人收入情况 | 3000元及以下  3000-4000元  4000-5000元  5000-6000元  6000-8000元  8000及以上 | 235.828万人 |
| 性别 | 男  女 | 32.584万人 |
| 个人学历 | 高中及以下  专科  本科以上 | 1.102万人 |
| 职业 | 事业单位任职人员  工人  公务员  私人经营  专业人员（老师，律师，会计师）  其他 | 35.572万 |

一年中的需求人数共计427.288万人

**线性规划计算最优配置**

我们将车型分为。。。。。。

各个车型的成本。。。。。

对北京到天津的线性规划

1，目前该线路存在一天存在176次高铁，但实际满载量只有15次，说明目前该线路在非特殊情况是处于过饱和的状态，所以此时将饱和的最大值定在176，