

Time Series HomeWork (8)

钟瑜 222018314210044

2020 年 11 月 16 日

1. 对 MA(2) 模型 $X_t = \epsilon_t - 0.66\epsilon_{t-1} + 0.765\epsilon_{t-2}$, $\{\epsilon_t\}$ 是 WN(0,4), 求 $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$ 和谱密度.

解. 由

$$\gamma_k = \sigma^2 \sum_{i=0}^{q-k} b_i b_{i+k} \quad (1)$$

得

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= 4(b_0^2 + b_1^2 + b_2^2) = 8.0833 \\ \gamma_1 &= 4(b_0 b_1 + b_1 b_2) = -4.6596 \\ \gamma_2 &= 4b_0 b_2 = 3.06 \end{aligned} \quad (2)$$

谱密度:

$$f(\lambda) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \left| \sum_{j=0}^2 b_j e^{ji\lambda} \right|^2 = \frac{4}{2\pi} |1 - 0.66e^{i\lambda} + 0.765e^{2i\lambda}|^2 \quad (3)$$

2. 已知平稳序列的自协方差函数

$$(\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2) = (12.4168, -4.7520, 5.2000), \gamma_k = 0, k \geq 3. \quad (4)$$

试为这个平稳序列建立 MA(2) 模型.

```
1 > library(BB)
2 > fun <- function(x) #方程组求解函数
3 + {
4     + f <- numeric(length(x))
5     + f[1] <- x[3]*(x[1]*x[1]+x[2]*x[2])-12.4168
6     + f[2] <- x[3]*(x[1]*x[2]+x[1])+4.7520
7     + f[3] <- x[3]*x[2]-5.2
8     + f
9     + }
10 > startx <- c(1,2,3)
11 > result = dfsane(startx,fun,control=list(maxit=2500,trace = FALSE))
12 > theta = result$par
13 > theta
14 [1] -0.6290429  2.2086927  2.3543338
15 #x[1]=-0.6290429 为 b_1
16 #x[2]=2.2086927 为 b_2
17 #x[3]=2.3543338 为 sigma^2
```