

Time Series HomeWork (2)

钟瑜 222018314210044

2020 年 9 月 15 日

1. 设时间序列 $\{X_t\} = \{X_t : t \in \mathbb{Z}\}$ 满足:

- (1) 对任何 $t \in \mathbb{Z}, \mathbb{E}X_t^2 < \infty$;
- (2) 对任何 $t \in \mathbb{Z}, \mathbb{E}X_t = \mu$;
- (3) 对任何 $t, s \in \mathbb{Z}, \mathbb{E}X_t X_s = b_{t-s}$.

证明 $\{X_t\}$ 是平稳时间序列, 并求它的自协方差函数。

解. 因为对 $t, s \in \mathbb{Z}$,

$$\begin{aligned}\gamma_{t-s} &= \mathbb{E}[(X_t - \mu)(X_s - \mu)] \\ &= \mathbb{E}[X_t X_s] - \mu^2 \\ &= b_{t-s} - \mu^2\end{aligned}\tag{1}$$

depends only on $|t - s|$, 再由题目条件 (1)(2) 可知, $\{X_t\}$ 是平稳时间序列。