

MICROCONTRÔLEUR 2 :

« MEVENGUE ENGONGOMO FRANCK ANDY »

Élève ingénieur de 2^{ème} année

Groupe 5

Promotion 2024

« TP3 Filtres »

Année 2022/2023

L'objectif de ce TP est de revoir les notions sur les fonctions de transfert en p, les diagrammes de Bode, les filtres et les fonctions de transfert en Z.

1 – Préparation :

1- Soit un système linéaire défini par la relation suivante:

$e(t) = a \frac{ds_1(t)}{dt} + s_1(t)$. Indiquons la réponse temporelle $s_1(t)$ si une solution particulière est :

Pour déterminer la réponse temporelle $s_1(t)$ du système, nous devons trouver la solution complète de l'équation différentielle donnée. Étant donné que $s_{1p}(t) = A \sin(\omega t + \varphi_n)$ est une solution particulière, nous pouvons rechercher la solution générale sous la forme $S_1(t) = s_{1p}(t) + s_{1h}(t)$, où $s_{1h}(t)$ est la solution homogène.

Pour trouver $s_{1h}(t)$, nous devons résoudre l'équation homogène associée à l'équation différentielle :

$$a \frac{ds_{1h}(t)}{dt} + s_{1h}(t) = 0. \text{ On a : } \frac{ds_{1h}(t)}{dt} = -\frac{1}{a} s_{1h}(t)$$

La solution générale de cette équation homogène est de la forme

$$s_{1h}(t) = -\sin(\phi_n) e^{-\frac{1}{a}t}.$$

Ensuite, nous pouvons exprimer la réponse temporelle complète $S_1(t)$ comme :

$$S_1(t) = s_{1p}(t) + s_{1h}(t) = A \sin(\omega t + \varphi_n) - \sin(\phi_n) e^{-\frac{1}{a}t}.$$

2- **Le régime transitoire** correspond à la période pendant laquelle le système passe d'un état initial à un état final. Pendant cette période, les grandeurs du système peuvent varier et atteindre progressivement leur valeur finale. Le **régime permanent**, en revanche, correspond à l'état stable atteint par le système une fois que le régime transitoire est terminé. Dans le régime

permanent, les grandeurs du système se stabilisent et ne subissent plus de variations significatives.

3- Pour déterminer la transformée de Laplace $S_1(p)$, nous devons appliquer la transformée de Laplace à l'équation différentielle donnée. En utilisant les propriétés de la transformée de Laplace, nous obtenons :

$$\mathbf{L[e(t)] = L[a * \frac{dS_1(t)}{dt} + L[s_1(t)]}.$$

La transformée de Laplace de la dérivée est donnée par :

$$\mathbf{L \left[\frac{dS_1(t)}{dt} \right] = p * S_1(p) - S_1(0)}.$$

La transformée de Laplace de $e(t) = \sin(\omega t)$ est : $\mathbf{E(p) = \frac{\omega}{(p^2 + \omega^2)}}$

En substituant ces expressions dans l'équation, nous obtenons :

$$\mathbf{E(p) = a[p * S_1(p) - S_1(0)] + S_1(p)}.$$

En réarrangeant l'équation, nous pouvons exprimer $S_1(p)$ en fonction de $E(p)$:

$$\mathbf{S_1(p) = \frac{\omega \cos(\phi_n) + \sin(\phi_n)}{p^2 + \omega^2} - \sin(\phi_n) \frac{1}{p - \frac{1}{a}}}.$$

4- La fonction de transfert $F_1(p)$ du système est définie comme le rapport de la transformée de Laplace de la sortie $s_1(p)$ à la transformée de Laplace de l'entrée $E(p)$. Ainsi, nous avons :

$$\mathbf{F_1(p) = s_1(t) + a \frac{ds_1(t)}{dt} = e(t) \text{ avec } S_1(p) + a * p S_1(p) = E(p) \text{ car } s_1(0) = 0}$$

En simplifiant cette expression, nous obtenons :

$$\mathbf{S_1(p)[1 + ap] = t(p) \quad \text{alors} \quad F_1(p) = \frac{1}{1 + ap}}$$

5- **La fonction de transfert isomorphe $H(p)$** est une représentation mathématique d'un système qui décrit son comportement dans le domaine de Laplace. Elle est obtenue en remplaçant le terme $j\omega$ par p dans la fonction de transfert $F_1(j\omega)$.

La fonction de transfert isochrone $F_1(j\omega)$ décrit le comportement du système dans le domaine fréquentiel, où $j\omega$ représente la fréquence complexe. Elle est obtenue en évaluant la fonction de transfert $F_1(p)$ en remplaçant p par $j\omega$.

Il est important de noter que pour déterminer les caractéristiques spécifiques de $H(p)$ et $F_1(j\omega)$, il est nécessaire de connaître les valeurs des paramètres a , A_n , φ_n et ω . Ces paramètres influenceront les propriétés et les caractéristiques des fonctions de transfert.

6- Pour représenter **le diagramme de Bode** de $F_1(j\omega)$ avec $a = 3,18 \times 10^{-3}$, nous devons d'abord exprimer $F_1(j\omega)$ en termes de gain et de phase.

La fonction de transfert $F_1(j\omega)$ est donnée par :

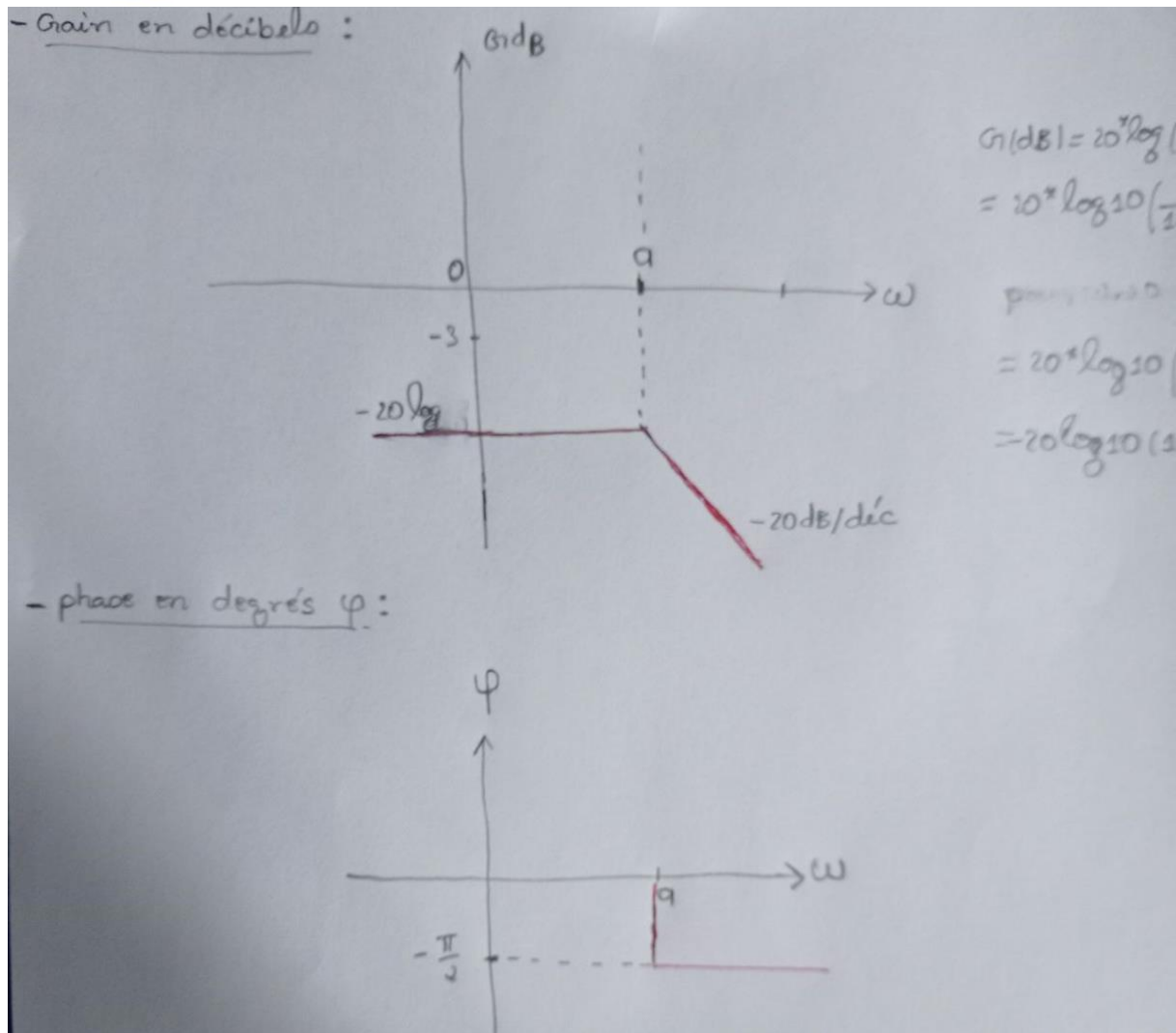
$$F_1(j\omega) = \frac{1}{1 + aj\omega}.$$

Pour obtenir le diagramme de Bode, nous devons séparer $F_1(j\omega)$ en gain et phase.

Le gain en décibels est donné par : Gain (dB) = $20 \cdot \log_{10}(|F_1(j\omega)|)$

$$= 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{1}{1 + a\omega}\right)$$

La phase en degrés est donnée par : $\varphi = \arg(F_1(j\omega))$.



7-

-3 dB et -20 dB sont des valeurs de gain couramment utilisées pour évaluer les performances des filtres.

Une réduction de gain de -3 dB correspond à une division de l'amplitude du signal par $\sqrt{2}$, soit environ 0,707. C'est considéré comme une diminution légère du gain, indiquant une fréquence de coupure ou un point où le signal est atténué.

Une réduction de gain de -20 dB correspond à une division de l'amplitude du signal par 10. Cela indique une atténuation plus importante du signal, souvent utilisée pour déterminer la bande passante d'un filtre ou la réjection de certaines fréquences.

8- Les filtres en électronique sont utilisés pour modifier ou supprimer certaines fréquences dans un signal électrique. Voici trois types de filtres couramment utilisés :

Filtre passe-bas (LPF) : Permet le passage des basses fréquences et atténue les hautes fréquences.

Filtre passe-haut (HPF) : Permet le passage des hautes fréquences et atténue les basses fréquences.

Filtre passe-bande (BPF) : Permet le passage d'une plage spécifique de fréquences et atténue les autres fréquences en dehors de cette plage.

Il existe également d'autres types de filtres tels que les filtres coupe-bande, les filtres de réjection, etc.

9- La fonction de transfert $F_1(j\omega) = \frac{1}{1+aj\omega}$.Correspond à un filtre du premier ordre, plus spécifiquement un filtre passe-bas du premier ordre.

10-

11-

12-

13- En nous aidant de la page 68, expliquons l'égalité : $p = \frac{2}{T_e} \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}$:

L'égalité $p = \frac{2}{T_e} \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}$: est obtenue en utilisant la transformation bilinéaire pour passer d'un domaine continu à un domaine discret.

Dans le domaine continu, la variable p représente la variable de Laplace qui est utilisée pour décrire les systèmes en termes de fréquences complexes. Dans le domaine discret, la variable Z représente la variable de la transformée en Z , qui est utilisée pour décrire les systèmes en termes de fréquences complexes discrètes.

L'expression $p = \frac{2}{T_e} \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}$: montre la relation entre p et z dans le contexte de la transformation bilinéaire. Dans cette équation, T_e représente l'intervalle

d'échantillonnage, c'est-à-dire la période entre deux échantillons successifs dans le domaine discret.

En utilisant cette équation, on peut obtenir la valeur de p à partir de la variable z et de l'intervalle d'échantillonnage T_e . Cette équation permet ainsi de convertir les caractéristiques d'un filtre continu en caractéristiques équivalentes dans le domaine discret.

14- En vous aidant de la page 69, déterminer la fonction de transfert de $F_1(Z)$:

$$F_1(z) = \frac{S_1(z)}{E(z)} \quad \text{avec } V_s(k) = AV_e(k) + BV_e(z-1) - CV_s(z-1)$$

où $V_s(k)$ représente la sortie du filtre à l'instant k , $V_e(k)$ représente l'entrée du filtre à l'instant k , et a est un coefficient qui détermine les caractéristiques du filtre.

La transformée en Z de l'équation de récurrence :

$$V_s(z) = AV_e(z) + BV_e(z-1) - CV_s(z-1)$$

$$\Rightarrow V_s(z) + CV_s(z-1) = AV_e(z) + BV_e(z-1)$$

$$\Rightarrow V_s[z + C(z-1)] = V_e[Az + B(z-1)]$$

$$\Rightarrow F_1(z) = \frac{S_1}{E(z)} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Az + B(z-1)}{z + c(z-1)}$$

15- Calculons les valeurs des coefficients :

$$F_1(p) = \frac{1}{1+ap} \quad \text{on obtient : } F_1(z) = \frac{1}{1+a * \frac{2}{T_e} \frac{1-z^{-1}}{1-z^{-1}}}$$

Pour $T_e = 100 \mu s$ et $a = 3,18 \times 10^{-3}$

$$F_1(z) = \frac{1}{1+a * \frac{2}{T_e} \frac{1-z^{-1}}{1-z^{-1}}} = \frac{T_e}{T_e + 2a} \quad \text{donc on a : } A=1, B=0 \text{ et } C = 2a = 6,36 \times 10^{-3}$$

16- Equation de récurrence :

| |
|--|
| $V_s(k) = V_e(k) - 6,36 \times 10^{-3} V_s(k-1)$ |
|--|

17- Indiquer l'équation de récurrence de S2(k) si : $F_2(j\omega) = \frac{\frac{2m}{\omega_c} j\omega}{1 + \frac{2m}{\omega_c} j\omega + \frac{(j\omega)^2}{\omega_c^2}}$

$$F_2(Z) = \frac{A + BZ^{-1}}{1 + CZ^{-1}}$$

On a donc : $F_2(Z) = \frac{\frac{2m}{\omega_c} Z}{1 + \frac{2m}{\omega_c} Z + \frac{Z^2}{\omega_c^2}}$ d'où $A = 0$, $B = \frac{2m}{\omega_c}$, $C = -2m - \sqrt{2}$

$$V_s(k) = \frac{2m}{\omega_c} V_e(k) + (2m + \sqrt{2}) V_s(k-1)$$

2 – Implémentation des programmes filtres :

_main.c :



```

1  #include <stdio.h>
2  #include "Générateur.h"
3  #include "Filtres.h"
4  void cpu_timer0(void);
5  GENERATEUR generateur1;
6  FILTRES  filtres;
7
8  int main()
9  {
10     float Te=100e-6; //Période d'échantillonnage
11     int duree=1000; //Durée de la simulation
12
13     /* Création fichiers */
14     FILE *pt_courbes;
15     pt_courbes = fopen("courbes_TP.txt", "w");
16
17     /* Initialisation environnement */
18     Générateur_Init(&generateur1);
19     Filtres_Init(&filtres);
20
21     /* Attente Interruption Timer 0 */
22     int i;
23     for (i = 0; i <= duree; i++)
24     {
25         cpu_timer0(); // Pour compléter la période d'échantillonnage du timer 0
26         if(i<100) else fprintf(pt_courbes, "%f\t%f\t%f\t%f\n", (float)(i-1000)*Te,generateur1.sinus,filtres.s1k,filtres.s2k);
27     }
28     fclose(pt_courbes);
29     return 0;
30 }
31
32

```


_ Interruption_Timer.c :

```

1  /* ***** Interruption_Timer.c ***** */
2  /* 20/04/2020 */
3
4
5
6  #include "Générateur.h"
7  #include "Filtres.h"
8
9  extern GENERATEUR generateur1;
10 extern FILTRES filtres;
11 void cpu_timer0(void)
12 {
13     Générateur_calc(&generateur1);
14     filtres.e1k=generateur1.sinus;
15     filtres.e2k=generateur1.sinus;
16     Filtres_calc(&filtres);
17 }
18

```

_ Fonctions_Filtres.c :

```

1  /* ***** Fonctions_Filtres.c ***** */
2  /* 27/04/2020 */
3
4  /* Filtres F1: s(k)=a1_e(k)+b1_e(k-1)-c1_s(k-1) */
5  /* Filtres F2: s(k)=a2_e(k)+b2_e(k-1)+c2_e(k-2)+D2_s(k-1)-E2_s(k-2) */
6  /* ***** */
7
8  #include "Filtres.h"
9
10 void Filtres_Init(FILTRES *p)
11 {
12     /* Filtres 1 */
13     p->a1=(0.0155);
14     p->b1=(0.0155);
15     p->c1=(0.9491);
16     p->e1k=(0.0);
17     p->s1k=(0.0);
18     p->e1k1=(0.0);
19     p->s1k1=(0.0);
20     /* Filtres 2 */
21     return;
22 }
23
24 void Filtres_Calc(FILTRES *p)
25 {
26     /* Filtres 1 */
27     p->s1k=(p->a1*p->e1k)+(p->b1*p->e1k1)-(p->c1*p->s1k1);
28     p->e1k1=p->e1k;
29     p->s1k1=p->s1k;
30
31     /* Filtres 2 */
32
33     p->e2k=0;
34
35     return;
36 }
37
38
39

```

__ Filtres.h :

```

1  /* ***** Filtres.h ***** */
2  /*
3  /*
4  /*
5  #ifndef FILTRES_H_INCLUDED
6  #define FILTRES_H_INCLUDED
7  typedef struct (
8  /* Filtres 1: s1 (k)=A1*e(k)+B1*e(k-1)-C1*s1(k-1) */
9      float A1;
10     float B1;
11     float C1;
12     float S1k;
13     float e1k;
14     float e1k1;
15
16
17  /* Filtres 2: s1 (k)=A2*e(k)+B2*e(k-1)-C2*(k-2) +D2*s2(k-1)-E2*s2(k-2) */
18     float A2;
19     float B2;
20     float C2;
21     float D2;
22     float E2;
23     float S2k;
24     float S2k1;
25     float S2k2;
26     float e2k;
27     float e2k1;
28     float e2k2;
29 }FILTRES;
30
31 //prototypes des fonctions
32 void Filtres_Init(FILTRES*p);
33 void Filtres_Calc(FILTRES*p);
34
35 #endif // FILTRES_H_INCLUDED
36

```

18 - Expliquons ces 3 lignes du programme filtre 1 :

Dans ces trois lignes du programme du filtre 1, les opérations suivantes sont effectuées :

p->s1k=(p->A1*p->e1k)+(p->B1*P->e1K1)-(p->c1*p->s1k1);

Cette ligne calcule la sortie du filtre 1 (p->s1k) en fonction de l'entrée actuelle (p->e1k), l'entrée précédente (p->e1k1) et la sortie précédente (p->s1k1). Les coefficients p->A1, p->B1 et p->c1 sont les coefficients du filtre. Cette ligne représente l'équation de récurrence du filtre.

_ p->e1k1=p->e1k;

Cette ligne met à jour la valeur de l'entrée précédente (p->e1k1) en lui attribuant la valeur de l'entrée actuelle (p->e1k). Cela permet de préparer l'entrée précédente pour le prochain calcul de la sortie.

_ p->s1k1=p->s1k;

Cette ligne met à jour la valeur de la sortie précédente (p->s1k1) en lui attribuant la valeur de la sortie actuelle (p->s1k). Cela permet de préparer la sortie précédente pour le prochain calcul de la sortie.

En résumé, ces lignes du programme du filtre 1 effectuent le calcul de la sortie du filtre en utilisant l'équation de récurrence, mettent à jour les valeurs de l'entrée précédente et de la sortie précédente, en préparation pour le prochain calcul.