

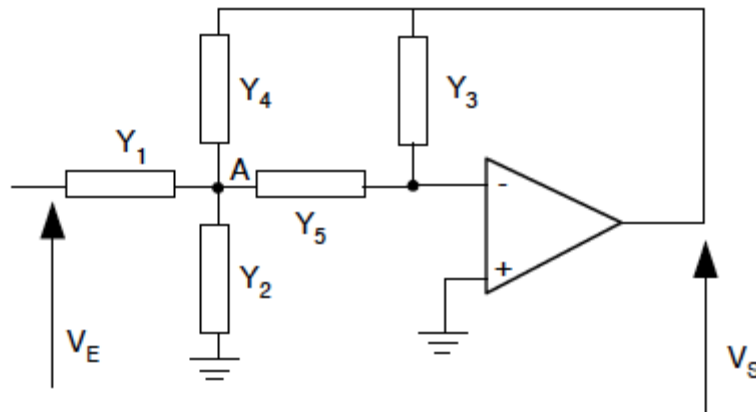
PROJET DE SYNTHESE ELECTRONIQUE :**FILTRE ANALOGIQUE
STRUCTURE DE
RAUCH****Nom :** MEVENGUE ENGONGOMO**PRENOM :** FRANCK ANDY**CLASSE:** 2ème année préparatoire

INTRODUCTION :

Le filtrage est une forme de traitement du signal, obtenu en envoyant le signal à travers un ensemble de circuits électroniques, qui modifient son spectre de fréquences ou sa phase et donc sa forme temporelle. Ils sont classés en deux familles principales, analogiques et numériques. Parmi les filtres analogiques, nous avons les filtres passifs qui utilisent principalement des inductances et des condensateurs de haute qualité, et les filtres actifs qui sont constitués de condensateurs, de résistances et d'éléments actifs. Dans ce projet de synthèse, nous nous concentrerons sur les filtres actifs, plus précisément les structures du second ordre, en parlant d'une structure capable de produire tout type de filtre, la structure de Rauch. Nous présenterons ces trois structures à savoir la structure passe-bas, passe-haut et passe-bande qui seront illustrées par des schémas et des exemples.

I-Structure de Rauch : [1] [2] [5]

La structure Rauch permet de réaliser tous types de filtres (passe-bas, passe-haut, passe-bande) à l'exception des filtres coupe-bande (filtre coupe-bande). Elle est conforme au schéma ci-dessous où les dipôles (résistances et condensateurs) sont représentés via leurs admittances de manière à appliquer le théorème de Millman :



La détermination de la fonction de transfert est facile en écrivant deux fois le théorème de Millman, au point A et sur l'entrée inverseuse de l'ampli-op qui est au potentiel de masse puisque l'ampli-op fonctionne en régime linéaire.

Ainsi :
$$\underline{V_A} = \frac{\underline{V_E} \cdot \underline{Y_1} + \underline{V_S} \cdot \underline{Y_4} + 0 \cdot \underline{Y_2} + 0 \cdot \underline{Y_5}}{\underline{Y_1} + \underline{Y_4} + \underline{Y_2} + \underline{Y_5}} \quad \text{et} \quad \underline{V_S} = 0 = \frac{\underline{V_A} \cdot \underline{Y_5} + \underline{V_S} \cdot \underline{Y_3}}{\underline{Y_5} + \underline{Y_3}} \quad \text{soit} \quad \underline{V_A} = -\frac{\underline{V_S} \cdot \underline{Y_3}}{\underline{Y_5}}$$

En introduisant cette dernière expression dans la première, on obtient finalement :

$$T = \frac{-\underline{Y_1} \cdot \underline{Y_5}}{\underline{Y_4} \cdot \underline{Y_5} + \underline{Y_3} \cdot (\underline{Y_1} + \underline{Y_2} + \underline{Y_4} + \underline{Y_5})}$$

On obtient un passe-bas, passe-haut, passe-bande ou coupe-bande par un choix judicieux de résistances et condensateurs pour les admittances $\underline{Y_5}$ à $\underline{Y_1}$.

Par exemple, pour obtenir un passe-bas, il faut que le numérateur soit réel ce qui impose directement $\underline{Y_1}$ et $\underline{Y_5}$ réels, soit des résistances. Au dénominateur, la somme $\underline{Y_1} + \underline{Y_2} + \underline{Y_4} + \underline{Y_5}$ sera complexe à partie réelle et imaginaire. Pour obtenir un second ordre, il faudra opter pour $\underline{Y_3}$ imaginaire, c'est-à-dire un condensateur. Du coup, le terme réel au dénominateur est nécessairement apporté par le produit $\underline{Y_4} \cdot \underline{Y_5}$ ce qui impose $\underline{Y_4}$ réel, soit une résistance. Enfin, pour que la somme $\underline{Y_1} + \underline{Y_2} + \underline{Y_4} + \underline{Y_5}$ soit complexe à partie réelle et imaginaire, il faut nécessairement que $\underline{Y_2}$ soit imaginaire pur, soit un condensateur. Nous avons ainsi déterminé la nature des cinq admittances.

On choisit $\underline{Y_1} = \underline{Y_4} = \underline{Y_5} = \frac{1}{R}$, $\underline{Y_2} = jC_1\omega$, $\underline{Y_3} = jC_2\omega$ et en posant $p = j\omega$ comme c'est l'usage,

La fonction de transfert s'écrit alors :

$$T = \frac{-1/R^2}{1/R^2 + pC_2(\frac{3}{R} + pC_1)} = \frac{-1}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 3RC_2 p + 1}$$

$$T = \frac{T_0}{1 + 2m \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

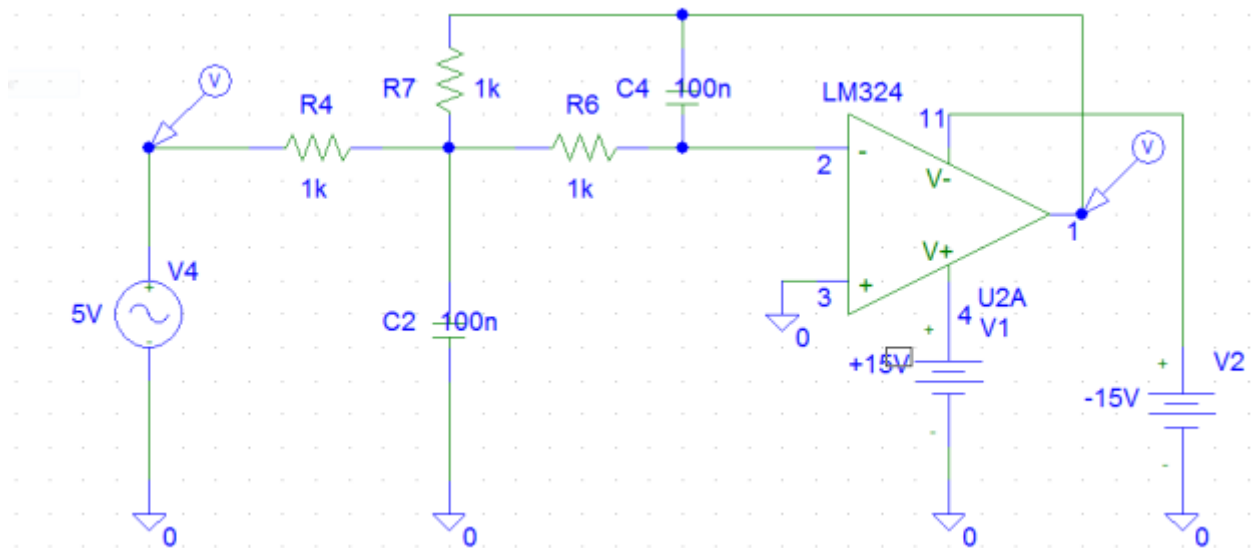
Qu'on met sous la forme canonique :

avec, par identification immédiate, $\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$, $m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$ et $T_0 = -1$.

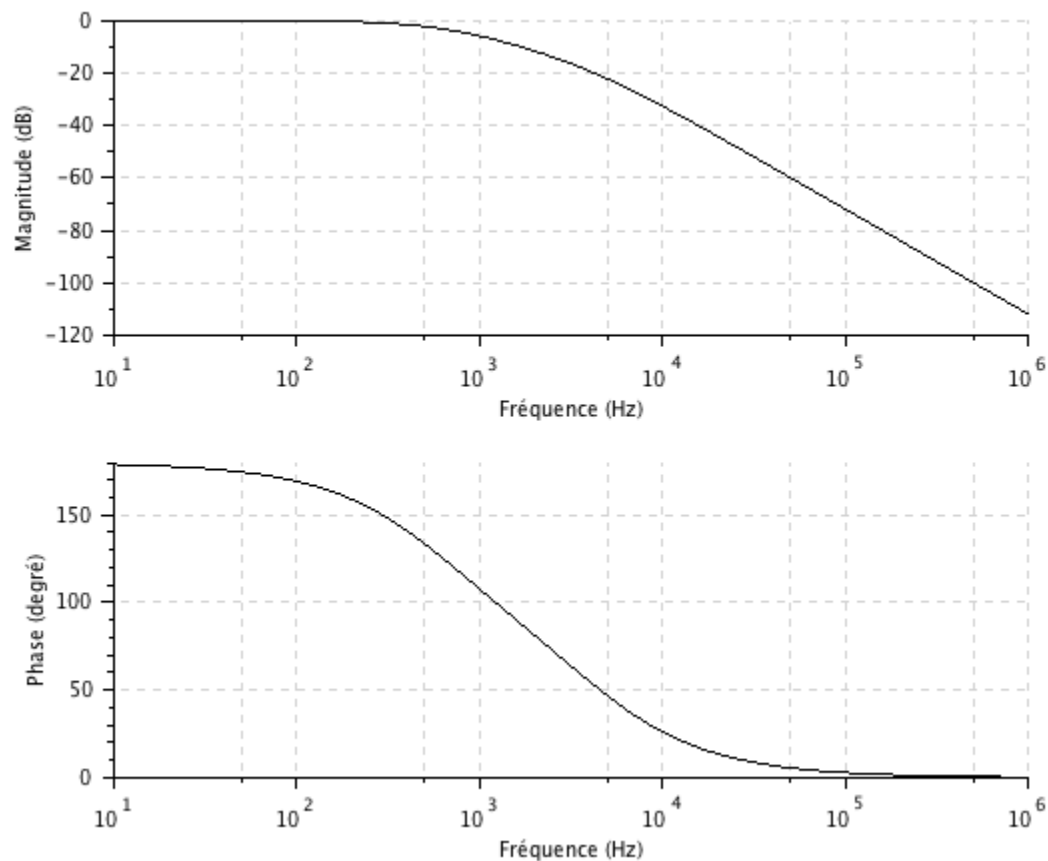
Remarque:

Le coefficient m du filtre peut être ajusté en ajustant les capacités des condensateurs, mais alors la caractéristique d'impulsion est modifiée.

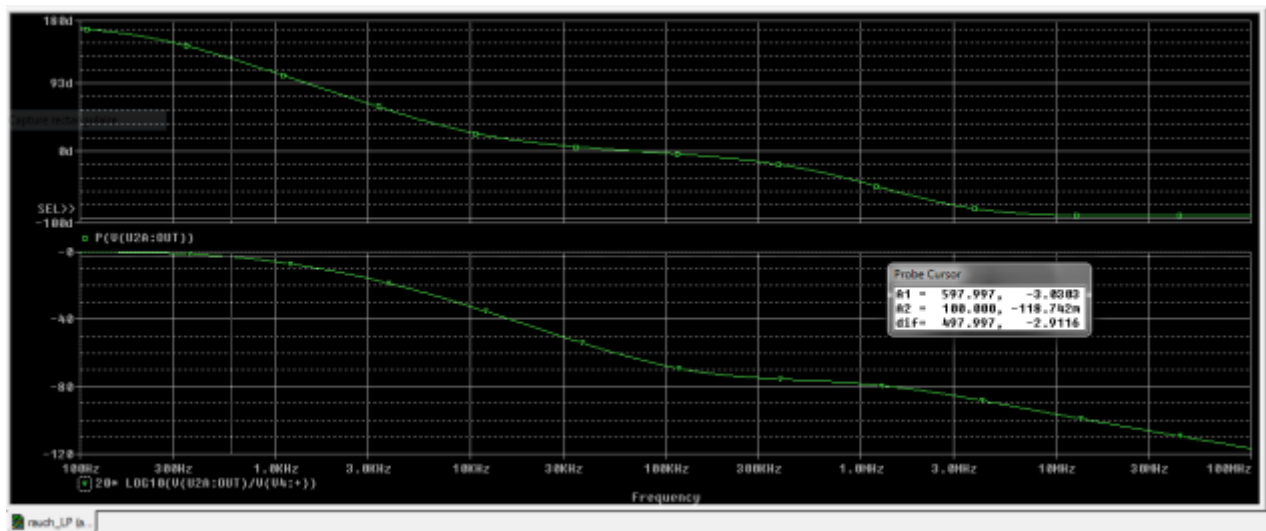
Le schéma est donné ci-dessous :



Les diagrammes de Bode ci-dessous, tracé sous Scilab[1], correspondent au passe-bas avec $R = 1\text{ k}\Omega$ et $C_1 = C_2 = 100\text{ nF}$.



La simulation pscipe est donnée ci-dessous :



Les résultats de cette simulation spice diffèrent quelque peu du tracé du diagramme de Bode par scilab. C'est une conséquence des imperfections de l'ampli-op dont le modèle de simulation Pspice tient compte : au -delà de 100 kHz, l'ampli-op cesse d'être idéal et fait apparaître des imperfections qui modifient la fonction de transfert du second ordre.

La fonction de transfert canonique d'un filtre passe-bande du second ordre

$$T = T_0 \frac{2m \frac{p}{\omega_0}}{1 + 2m \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

est :

En mettant cette fonction de transfert canonique en regard de la fonction de transfert

générique de la structure de Rauch,
$$T = \frac{-Y_1 \cdot Y_5}{Y_4 \cdot Y_5 + Y_3 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5)}$$

on peut constater que le numérateur doit être imaginaire pur ce qui impose que Y_1 ou Y_5 doit être un condensateur. Au dénominateur, la somme $Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5$ sera complexe à partie réelle et imaginaire. Pour obtenir un second ordre, il faudra opter pour Y_3 imaginaire, c'est-à-dire un condensateur. Du coup, le terme réel au dénominateur est nécessairement apporté par le produit $Y_4 \cdot Y_5$ ce qui impose Y_4 et Y_5 réels, soit des résistances. Comme le produit $Y_1 \cdot Y_5$ doit être imaginaire pur (cf. supra), on choisit pour Y_1 un condensateur. Dès lors, la somme $Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5$ est déjà complexe à partie réelle et imaginaire, on peut donc opter pour une résistance pour Y_2 . Nous avons ainsi déterminé la nature des cinq admittances.

On choisit
$$Y_2 = Y_4 = Y_5 = \frac{1}{R}, Y_1 = jC_1 \omega, Y_3 = jC_2 \omega$$

Remarque:

D'autres combinaisons d'admittances (résistances et condensateurs) peuvent également conduire à une fonction de transfert de passe-bas.

Il reste à identifier les caractéristiques du filtre sous forme canonique aux composants du montage :

La fonction de transfert de la structure de Rauch

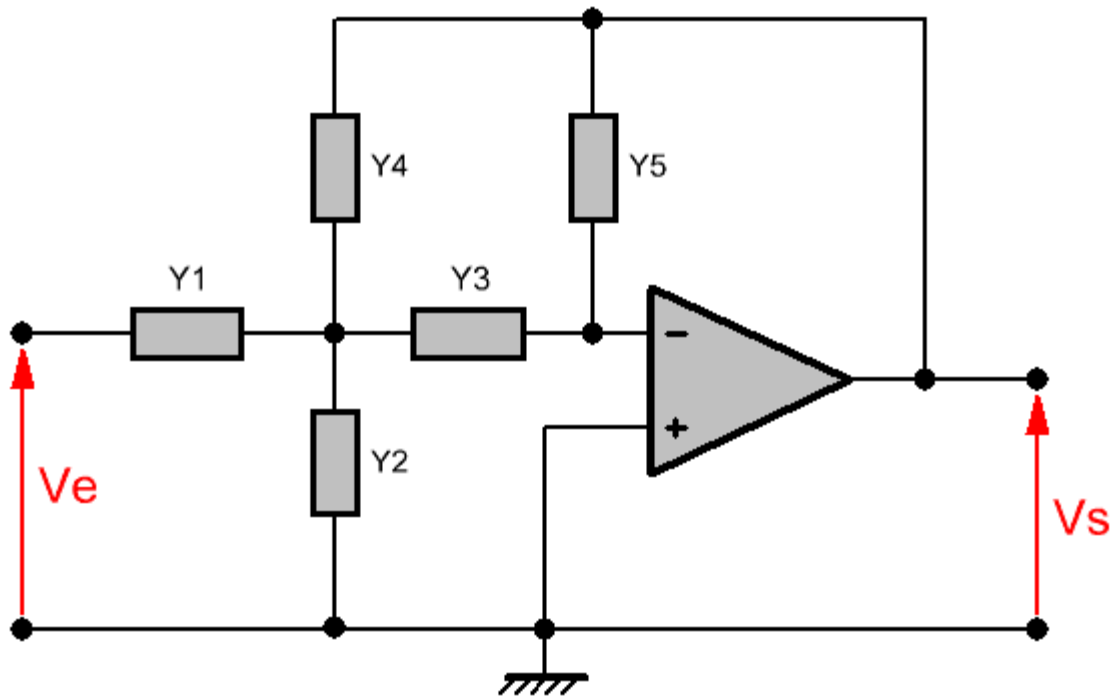
s'écrit :
$$T = \frac{-jC_1 \omega / R}{1/R^2 + pC_2(\frac{3}{R} + pC_1)} = \frac{-RC_1 p}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 3RC_2 p + 1} = -\frac{C_1}{3C_2} \frac{3RC_2 p}{R^2 C_1 C_2 p^2 + 3RC_2 p + 1}$$

$$T = T_0 \frac{2m \frac{p}{\omega_0}}{1 + 2m \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Qu'on met sous la forme canonique :

avec, par identification immédiate,
$$\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}, m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \text{ et } T_0 = -\frac{C_1}{3C_2}.$$

Cellule de Rauch



electronique.aop.free.fr

structure de Rauch

L'étude est ici faite en régime harmonique en considérant les impédances complexes des différents composants. La boucle de contre-réaction induit un fonctionnement linéaire de l'amplificateur opérationnel ($V_+ = V_-$). Ce projet ne décrit pas une étude complète et rigoureuse d'un filtre (pas de diagramme de Bode), mais se contente de proposer un montage dont le comportement est celui recherché (filtre passe-bas, passe-haut, passe-bande, ...). Il est supposé que l'on possède des notions sur le gain, les fréquences de coupure ainsi que sur le coefficient d'amortissement et de qualité d'un filtre.

Nommé structure de **Rauch**, ce montage est utilisé pour réaliser des filtres actifs du second ordre. On se propose ici d'en étudier le fonctionnement dans le cas général où chaque composant externe est représenté par son admittance complexe (inverse de l'impédance). La structure de Rauch utilise une **contre-réaction négative**.

NB : L'utilisation de l'admittance permet une mise en forme plus agréable des résultats, mais rien n'empêche l'étude de ce montage par l'intermédiaire des impédances.

Tout d'abord, utilisons la loi des nœuds aux point **A** et **B** :

$$\text{noeud A} : I_{Y_1} = I_{Y_2} + I_{Y_3} + I_{Y_4}$$

$$\text{noeud B} : I_{Y_3} = I_{Y_5}$$

D'où : (attention aux signes !)

$$\text{noeud A} : Y_1(V_e - V_A) = Y_2 V_A + Y_3 V_A + Y_4(V_A - V_S)$$

$$\text{noeud B} : Y_3 V_A = -V_S Y_5$$

On peut donc exprimer **V_A** en fonction de **V_S** :

$$V_A = -V_S \frac{Y_5}{Y_3}$$

En substituant **V_A** par sa nouvelle expression dans l'équation du nœud **A**, il vient :

$$Y_1(V_e + \frac{V_S Y_5}{Y_3}) = -\frac{V_S Y_5(Y_2 + Y_3)}{Y_3} - Y_4 \frac{(V_S(Y_3 + Y_5))}{Y_3}$$

$$\frac{Y_1(Y_3 V_e + Y_5 V_S)}{Y_3} = -\frac{V_S(Y_5(Y_2 + Y_3) + Y_4(Y_3 + Y_5))}{Y_3}$$

$$Y_1 Y_3 V_e = -V_S(Y_5(Y_2 + Y_3) + Y_4(Y_3 + Y_5) + Y_1 Y_5)$$

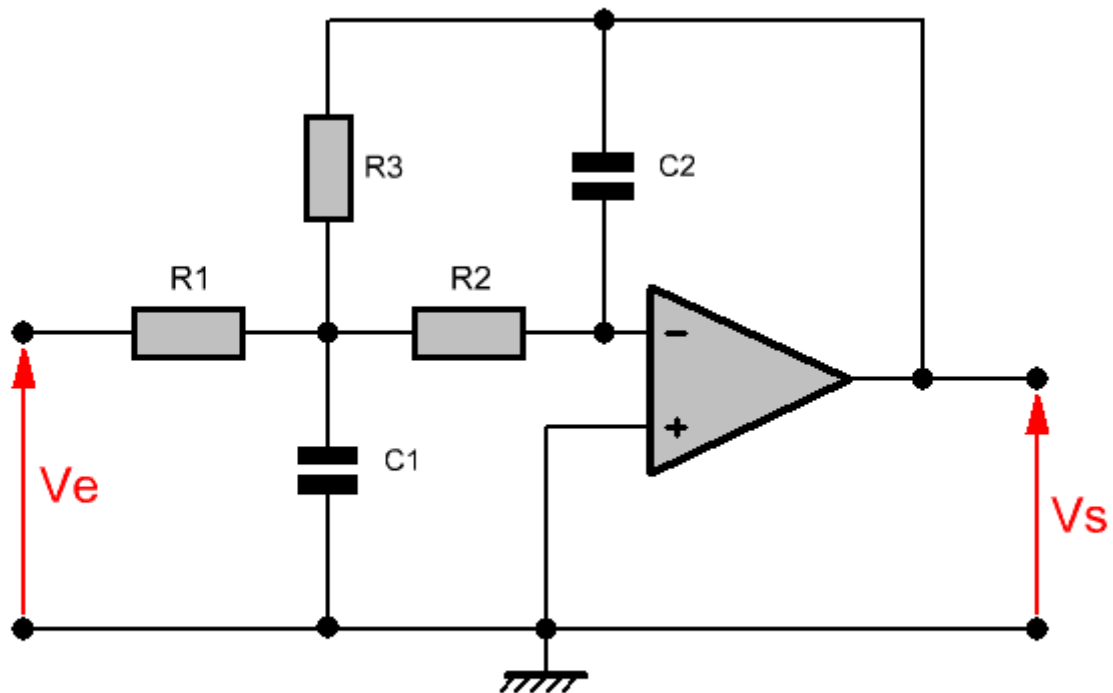
$$\frac{V_S}{V_e} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_3 Y_4 + Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

On retiendra donc que dans le cas général, une structure de Rauch vérifie l'égalité suivante :

$$\frac{V_S}{V_e} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_3 Y_4 + Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

Cela permet de calculer facilement la réponse fréquentielle des montages du deuxième ordre suivants :

1-Filtre actif passe-bas du Deuxième ordre - Structure de Rauch :



electronique.aop.free.fr

cellule de Rauch passe-bas

L'étude est ici faite en régime harmonique en considérant les impédances complexes des différents composants. La boucle de contre-réaction induit un fonctionnement linéaire de l'amplificateur opérationnel ($V_+ = V_-$). Ce projet ne décrit pas une étude complète et rigoureuse d'un filtre (pas de diagramme de Bode), mais se contente de proposer un montage dont le comportement est celui recherché (filtre passe-bas, passe-haut, passe-bande, ...). Il est supposé que l'on possède des notions sur le gain, les fréquences de coupure ainsi que sur le coefficient d'amortissement et de qualité d'un filtre.

Ce montage utilise la structure de Rauch pour produire un filtrage passe-bas. Cette structure est caractérisée par la relation suivante :

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_3 Y_4 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

Sachant qu'ici :

$$Y_1 = \frac{1}{R_1}$$

$$Y_2 = jC_1\omega$$

$$Y_3 = \frac{1}{R_2}$$

$$Y_4 = \frac{1}{R_3}$$

$$Y_5 = jC_2\omega$$

A savoir que nous cherchons à obtenir une fonction de transfert normalisée **H** de la forme *passé-bas du second ordre*:

$$H_{PB}(j\omega) = \frac{A}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_c} + (j\frac{\omega}{\omega_c})^2}$$

Les calculs nous donnent, en remplaçant dans l'équation générale chaque admittance par son expression :

$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= -\frac{\frac{1}{R_1 R_2}}{\frac{1}{R_2 R_3} + jC_2 \omega \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + jC_1 \omega \right)} \\
 &= -\frac{\frac{R_3}{R_1}}{1 + jR_2 R_3 C_2 \omega \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + jC_1 \omega \right)}
 \end{aligned}$$

si $R_1=R_2=R_3=R$ alors :

$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= -\frac{1}{1 + jR^2 C_2 \omega \left(\frac{3 + jRC_1 \omega}{R} \right)} \\
 &= -\frac{1}{1 + 3jRC_2 \omega + (j\sqrt{C_1 C_2} \omega R)^2}
 \end{aligned}$$

En simplifiant le montage par un choix de résistances identiques, nous identifions les différents termes de la fonction de transfert :

$$\rightarrow \frac{1}{\omega_c} = R\sqrt{C_1 C_2} \Leftrightarrow \omega_c = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$$

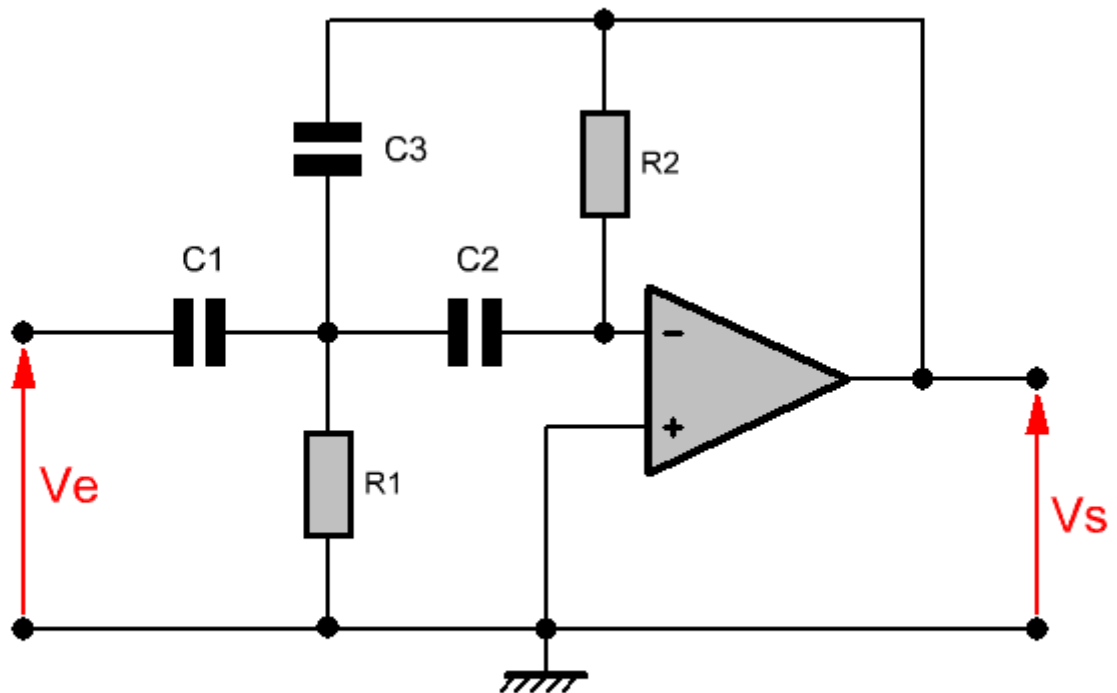
$$\rightarrow \frac{2m}{\omega_c} = 3RC_2 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} \frac{RC_2}{R\sqrt{C_1 C_2}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$\rightarrow A = -1$$

La fonction de transfert obtenue correspond bien à celle d'un filtre passe-bas du deuxième ordre.

Physiquement, le condensateur **C2** ramène la sortie à 0 en hautes-fréquences, ce qui n'est pas le cas en BF. Nous sommes donc bien en présence d'un filtre passe-bas.

2-Filtre actif passe-haut du Deuxième ordre - Structure de Rauch



electronique.aop.free.fr

cellule de Rauch passe-haut

L'étude est ici faite en régime harmonique en considérant les impédances complexes des différents composants. La boucle de contre-réaction induit un fonctionnement linéaire de l'amplificateur opérationnel ($V_+ = V_-$). Ce projet ne décrit pas une étude complète et rigoureuse d'un filtre (pas de diagramme de Bode), mais se contente de proposer un montage dont le comportement est celui recherché (filtre passe-bas, passe-haut, passe-bande, ...). Il est supposé que l'on possède des notions sur le gain, les fréquences de coupure ainsi que sur le coefficient d'amortissement et de qualité d'un filtre.

Ce montage utilise la structure de Rauch pour produire un filtrage passe-bas. Cette structure est caractérisée par la relation suivante :

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_3 Y_4 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

Sachant qu'ici :

$$Y_1 = jC_1\omega$$

$$Y_2 = \frac{1}{R_1}$$

$$Y_3 = jC_2\omega$$

$$Y_4 = jC_3\omega$$

$$Y_5 = \frac{1}{R_2}$$

A savoir que nous cherchons à obtenir une fonction de transfert normalisée **H** de la forme *passé-haut du second ordre*:

$$H_{PH}(j\omega) = A \frac{\left(j\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}{1 + 2m j\frac{\omega}{\omega_c} + \left(j\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

Les calculs nous donnent, en remplaçant dans l'équation générale chaque admittance par son expression :

$$H(j\omega) = - \frac{(j\sqrt{C_1 C_2} \omega)^2}{(j\sqrt{C_2 C_3} \omega)^2 + \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{R_1} + jC_1\omega + jC_2\omega + jC_2\omega \right)}$$

si $C_1 = C_2 = C_3 = C$ alors :

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= - \frac{(jC\omega)^2}{(jC\omega)^2 + \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{R_1} + j3C\omega \right)} \\ &= - \frac{(jC\sqrt{R_1 R_2} \omega)^2}{1 + 3jR_1 C\omega + (jC\sqrt{R_1 R_2} \omega)^2} \end{aligned}$$

En simplifiant le montage par un choix de capacités identiques, nous identifions les différents termes de la fonction de transfert :

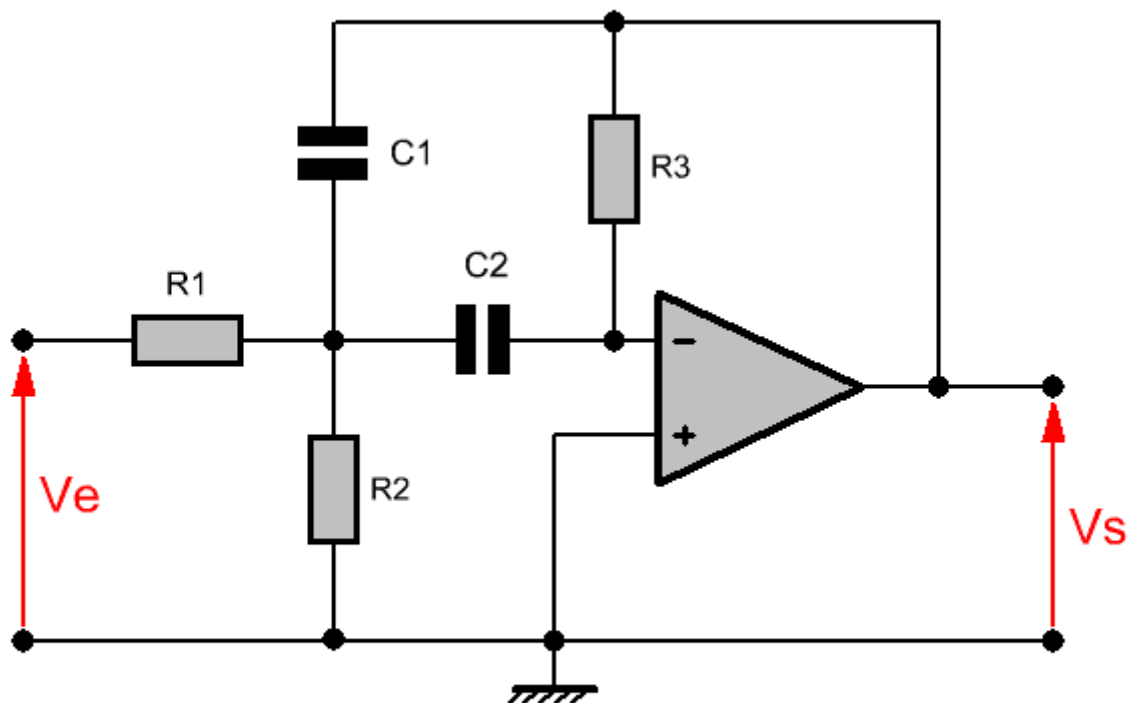
$$\rightarrow \frac{1}{\omega_c} = C\sqrt{R_1 R_2} \Leftrightarrow \omega_c = \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}}$$

$$\rightarrow \frac{2m}{\omega_c} = 3R_1 C \Leftrightarrow m = \frac{3R_1 C}{2C\sqrt{R_1 R_2}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

$$\rightarrow A = -1$$

La fonction de transfert obtenue correspond bien à celle d'un filtre passe-haut du deuxième ordre.

3-Filtre actif passe-bande du Deuxième ordre - Structure de Rauch



electronique.aop.free.fr

cellule de Rauch passe-bande

L'étude est ici faite en régime harmonique en considérant les impédances complexes des différents composants. La boucle de contre-réaction induit un fonctionnement linéaire de l'amplificateur opérationnel ($V_+ = V_-$). Ce projet ne décrit pas une étude complète et rigoureuse d'un filtre (pas de diagramme de Bode), mais se contente de proposer un montage dont le comportement est celui recherché (filtre passe-bas, passe-haut, passe-bande, ...). Il est supposé que l'on possède des notions sur le gain, les fréquences de coupure ainsi que sur le coefficient d'amortissement et de qualité d'un filtre.

Ce montage utilise la structure de Rauch pour produire un filtrage passe-bas. Cette structure est caractérisée par la relation suivante :

$$\frac{V_s}{V_e} = - \frac{Y_1 Y_3}{Y_3 Y_4 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

Sachant qu'ici :

$$Y_1 = \frac{1}{R_1}$$

$$Y_2 = \frac{1}{R_2}$$

$$Y_3 = j C_2 \omega$$

$$Y_4 = j C_1 \omega$$

$$Y_5 = \frac{1}{R_3}$$

A savoir que nous cherchons à obtenir une fonction de transfert normalisée **H** de la forme *passe-bande du second ordre*:

$$H_{PBande}(j\omega) = A \frac{2 j m \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + 2 j m \frac{\omega}{\omega_c} + (j \frac{\omega}{\omega_c})^2}$$

Les calculs nous donnent, en remplaçant dans l'équation générale chaque admittance par son expression :

$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= - \frac{\frac{jC_2\omega}{R_1}}{-C_1C_2\omega^2 + \frac{1}{R_3}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + jC_2\omega + jC_1\omega\right)} \\
 &= - \frac{\frac{jC_2\omega}{R_1}}{\frac{R_1+R_2}{R_1R_2R_3} + j\omega\left(\frac{C_1+C_2}{R_3}\right) - C_1C_2\omega^2}
 \end{aligned}$$

si $C_1=C_2=C$ alors :

$$\begin{aligned}
 &= - \frac{\frac{jC\omega}{R_1}}{\frac{R_1+R_2}{R_1R_2R_3} + 2j\omega\left(\frac{C}{R_3}\right) - C^2\omega^2} \\
 &= - \frac{R_3}{2R_1} \frac{2j\omega \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} C}{1 + 2j\omega \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} C + (j\omega C)^2 R_3 \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}
 \end{aligned}$$

En simplifiant le montage par un choix de capacités identiques, nous identifions les différents termes de la fonction de transfert :

$$\rightarrow \frac{m}{\omega_c} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} C \Leftrightarrow m = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{R_1+R_2}{R_1R_2R_3}} C \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \sqrt{\frac{R_1R_2}{R_3(R_1+R_2)}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\omega_c} = C \sqrt{\frac{R_3R_1R_2}{R_1+R_2}} \Leftrightarrow \omega_c = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{R_1+R_2}{R_1R_2R_3}}$$

$$\rightarrow A = - \frac{R_3}{2R_1}$$

La fonction de transfert obtenue correspond bien à celle d'un filtre passe-bande du deuxième ordre.

Physiquement, les capacités **C1** et **C2** bloquent les signaux basses-fréquences au premier nœud. En hautes-fréquences, elles provoquent un court-circuit qui ramène la masse en sortie. Nous sommes donc bien en présence d'un filtre passe-bande.

CONCLUSION :

En conclusion, les filtres de Rauch sont des filtres de contre-réaction multiples et utilisent un amplificateur opérationnel associé à des cellules RC. La structure de base d'ordre deux a cinq admittances et un amplificateur. Pour les cellules de troisième ordre, une cellule RC est ajoutée avant une cellule de deuxième ordre. Notre projet de synthèse ne décrit pas une étude complète et rigoureuse d'un filtre, mais nous nous contentons de proposer un assemblage décrivant le mieux le comportement d'un filtre de Rauch. L'étude de la structure de Rauch se fait ici en régime harmonique en considérant les impédances complexes des différents composants. Nous voulions représenter chaque composant par son admittance complexe (inverse de l'impédance) et la structure de Rauch présentée ici utilise une contre-réaction négative.

BIBLIOGRAPHIE :

[1] electronique.aop.free.fr

[2] [Chapitre 4 : filtrage analogique actif - Structure de Rauch \(unisciel.fr\)](http://unisciel.fr)

[3] Gilles REY. *Cours sur le filtrage analogique*. Préparation à l'agrégation au lycée Louis Armand de Nogent sur Marne.

[4] Thierry DUMARTIN. *Filtrage*. Fichier word « le_filtrage.doc » disponible sur internet.

[5] Xavier GALTIER. *Synthèse de filtre*. Fichier pdf « Synthese_de_filtre.pdf » disponible sur internet.

[6] Paul BILDSTEIN. *Fonctions de transfert des filtres électroniques*, édition Techniques de l'ingénieur E3 110.

[7] Paul BILDSTEIN. *Synthèse et réalisation des filtres actifs*, édition Techniques de l'ingénieur E3 130.