

آزمون تستی شازرز (فروردین 98)



توضیحات:

آزمون شامل 20 سؤال می باشد

زمان آزمون 200 دقیقه است

نمرات همه ی سؤالات برابر است

سؤالات برای آمادگی مرحله ی دوم المپیاد کامپیوتر تهیه شده اند

1. رستوران بزرگ کلباس پیتزایی بزرگ دارای 200 تکه را میفروشد. و حمید این پیتزای عجیب را خریده است و 100 تکه ی متوالی آن را (که به شکل یه نیم دایره است) سس زده است. چشم شما در تمام این مدت بسته بوده و حمید از شما میپرسد که “مشخص کن من چه نیم دایره ای رو سس زدم” شما در هر مرحله میتوانید یک تکه پیتزا را بخورید و بفهمید که حمید به آن سس زده است یا خیر! شما حداقل باید چند تکه پیتزا را بخورید تا به طور قطعی بتوانید نیم دایره سس زده شده را پیدا کنید؟

101 (1 8 (2 100 (3 6 (4 7 (5

2. یک جدول 9×9 در نظر بگیرید که خانه هایش با رنگ سفید رنگ شده اند. بزرگ ترین n را پیدا کنید که شرط زیر برایش برقرار باشد:

مستقل از نحوه ی انتخاب کردن n خانه از 81 خانه جدول و سیاه کردن آنها. همیشه زیر جدول 4×1 ای (چهار خانه متوالی افقی یا عمودی از جدول) باشد که همه ی خانه های آن سفید باشد.

17 (1 20 (2 19 (3 18 (4 77 (5

3. در یک بعد از ظهر آفتابی در پارک لاله. تعداد سگ ها در پارک دو برابر تعداد انسان ها است. و تعداد انسان ها در پارک دو برابر تعداد مار ها است. میدانیم جمع تعداد چشم ها و پا های سگ ها و مار ها و انسان ها در این پارک 510 شده است. (شاید باورتون نشه ولی مار پا نداره. سگ هم چهار تا پا داره تازه) تعداد سگ ها کدام یک از موارد زیر است؟

60 (1 80 (2 17 (3 15 (4 90 (5

4. الف و ب و ج به یک بازی مشغولند. بازی از تعدادی مرحله تشکیل شده است که هر مرحله را یک نفر میبرد و دو نفر میبازند. در هر مرحله برنده یک امتیاز و بازنده ها صفر امتیاز میگیرند. اگر در انتهای مرحله ای اختلاف جمع امتیاز های نفر اول و نفر سوم در رتبه بندی بیشتر یا مساوی 2 بشود. بازی به اتمام

میرسد و فردی که بیشترین امتیاز را گرفته باشد میبرد. (میتوان ثابت کرد کسی که بیشترین امتیاز را گرفته باشد یکتاست) الف به احتمال 50% در هر مرحله برنده میشوند. ب به احتمال 25% در هر مرحله برنده میشود و ج به احتمال 25% در هر مرحله برنده میشود به چه احتمالی الف برنده بازی خواهد بود؟

1) $1/2$ (2) $5/13$ (3) $7/11$ (4) $8/13$ (5) $7/15$

5 جایگشتی از اعداد 1 تا 9 داریم که می خواهیم آن را مرتب کنیم. در هر حرکت می توان سه عنصر متوالی را در نظر گرفت و ترتیب آن ها را بر عکس کرد. حال تعداد جایگشت هایی که می توان آن ها را مرتب کرد را X می نامیم. حداقل تعداد حرکتی که نیاز است تا به ازای هر کدام از این X جایگشت بتوانیم آن را مرتب کنیم را Y می نامیم. حاصل $X \times Y$ چه خواهد بود؟

1) 645120 (2) 46080 (3) 103680 (4) 8294400 (5) 172800

6 یک جدول 9×9 از اعداد 0 و 1 داده شده است. می دانیم در هر چهار خانه ای که تشکیل یک مربع 2×2 بدهند حداقل 2 و حداکثر 3 بار عدد 1 ظاهر شده است. حداقل و حداکثر تعداد یک های جدول چقدر می تواند باشد؟

1) 41, 65 (2) 35, 66 (3) 36, 65 (4) 36, 61 (5) 41, 61

7 n سکه دور یک دایره چیده شده اند و در ابتدای کار همه رو هستند. به ازای هر $1 \leq i \leq n$ دقیقن یک بار i سکه متوالی دلخواه را انتخاب میکنیم و همه ی آنها را برمیگردانیم. به ازای کدام یک از گزینه های زیر میتوانیم طوری مراحل را انجام دهیم تا در نهایت همه سکه ها به «رو» باقی بمانند؟

1) 2017 (2) 1399 (3) 2018 (4) 1397 (5) 1398

8 برای یک عدد طبیعی مثل n , $g(n)$ را تعداد رقم های صفر یه عدد در مبنای 2 وقتی که صفر سمت چپ ندارد تعریف میکنیم. برای مثال $g(10) = 2$ است. مقدار $\sum_{i=1}^{255} 2^{g(i)}$ کدام است؟

3279 (5 5020 (4 1086 (3 1090 (2 3280 (1

9 به یک رشته از حروف a و b و c زیبا میگوییم اگر هیچ پیشوندی از آن با هیچ پسوندی از آن برابر نباشد. برای مثال رشته ی "cbccbb" زیبا است. چند رشته از حروف a و b و c به طول 9 داریم که زیبا باشند؟

11034 (5 13122 (4 511 (3 11268 (2 13121 (1

10 گورستانی داریم که دارای 45 صندلی در یک ردیف برای نشستن است. کمترین k ای را بیابید که اگر k نفر هر کدام روی یکی از این صندلی ها نشسته باشند. آنگاه بتوان به طور تضمینی 10 صندلی متوالی یافت که همه ی آن ها پر باشند.

41 (5 13 (4 42 (3 39 (2 40 (1

الگوریتمی برای مرتب کردن یک جایگشت داریم. فرض کنید میخواهیم جایگشت $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$ را مرتب کنیم. الگوریتم به این صورت عمل میکند که اولین زوج متوالی ای مثل $(i-1, i)$ که $p_{i-1} > p_i$ است را انتخاب و p_i را به اول جایگشت منتقل میکنیم. برای مثال جایگشت $\langle 2, 4, 3, 1 \rangle$ بعد از یک مرحله اجرای الگوریتم به جایگشت $\langle 3, 2, 4, 1 \rangle$ تبدیل میشود. این الگوریتم را آنقدر اجرا میکنیم تا اعداد مرتب شوند.
(ولی حالا جدا از این حرفا آقا تیزی خیلی عشقه ♡)

با توجه به متن بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید

11 جایگشت $\langle 2, 1, 4, 3, 5 \rangle$ بعد چند مرحله مرتب میشود؟

6 (5 7 (4 9 (3 5 (2 8 (1

12 جایگشت $\langle 1, 2, 6, 5, 3, 4, 9, 7, 8, 10 \rangle$ بعد چند مرحله مرتب میشود؟

208 (5

104 (4

14 (3

8 (2

203 (1

13 در بین جایگشت های به طول 20 جایگشتی را در نظر بگیرید که بیشترین تعداد مرحله را برای مرتب شدن نیاز دارد. این تعداد مرحله را k در نظر بگیرید. باقیمانده ی تقسیم k بر 5 کدام است؟

0 (5

2 (4

1 (3

3 (2

4 (1

14 یک تاس 6 وجهی که وجه های آن با اعداد 1 تا 6 عدد گذاری شده است را 4 بار می اندازیم. امید ریاضی تعداد اعداد متمایزی که میبینیم چه مقداریست؟

3 (5

 $\frac{671}{216}$ (4

2 (3

 $\frac{2593}{1296}$ (2 $\frac{5}{2}$ (1

زیبایی یک دنباله مثل $S = \langle s_1, s_2, \dots, s_n \rangle$, عدد $\sum_{i=1}^n s_i \times 3^{i-1}$ تعریف میشود. میکائیل به فیکش دنباله S و یک عدد x رو میدی و از فیکش میخواد x مرحله این کار رو انجام بده: تو مرحله ی i ام 2^{i-1} عدد متوالی از دنباله رو حذف کنه. هدف فیکش اینه که زیبایی دنباله در نهایت مینیمم بشه و چون باهوشه بهترین انتخاب های ممکن رو میکنه.

برای مثال اگر $x = 2$ باشد و $S = \langle 1, 1, 1, 2, 0 \rangle$ فیکش میتواند اینگونه عمل کند:

$\langle 1, 1, 1, 2, 0 \rangle \rightarrow \langle 1, 1, \underline{1}, 2, 0 \rangle \rightarrow \langle 1, 1, 2, 0 \rangle \rightarrow \langle 1, \underline{1}, 2, 0 \rangle \rightarrow \langle 1, 0 \rangle$

که در نهایت زیبایی دنباله برابر $1 = 1 \times 3^0 + 0 \times 3^1$ خواهد شد.

با توجه به متن بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید

15 اگر $x = 3$ باشد و $S = \langle 2, 2, 1, 0, 2, 1, 2, 0, 2, 0 \rangle$ آنگاه پس از حرکات فیکش زیبایی رشته

در انتها چی میشه؟

2 (5

0 (4

1 (3

4 (2

7 (1

16 فرض کنید $x = 2$ همه ی دنباله های به طول 4 رو در نظر بگیرید که هر عضو شون عددی بین 0 تا 2 هست. مجموع زیبایی این رشته ها بعد از انجام مراحل توسط فیکش چقدر خواهد بود؟

12 (1 17(2 145(3 15 (4 79 (5

17 فرض کنید $x = 2$ باشد. بین دنباله های مختلف S به طول 6 که هیچ دو عضو متوالی در S برابر نیستند و هر عضو شون عددی بین 0 تا 2 هست. زیبایی دنباله ای که بعد حرکت فیکش بیشترین زیبایی را دارد چقدر است؟

16 (1 13 (2 26 (3 25 (4 17 (5

برنامه زیر را در نظر بگیرید.

۱ - مقدار ans را برابر ۰ و مقدار S و i را برابر 1 قرار بده. همچنین مجموعه X را برابر تهی قرار بده.

۲ - مقدار i را برابر با $i + 1$ قرار بده و به مرحله ۳ برو.

۳ - اگر i برابر با n بود مقدار ans را برابر با $ans + S$ و به مرحله ۴ برو. در غیر این صورت به مرحله ۲ برو.

۴ - مقدار i رو برابر $i - 1$ قرار بده. اگر i برابر با صفر بود به مرحله ۸ برو. در غیر این صورت به مرحله ۵ برو.

۵ - اگر i در X وجود داشت به مرحله ۶ برو. در غیر این صورت به مرحله ۷ برو.

۶ - عدد i را از X حذف کن و مقدار S را برابر با $S @ i$ قرار بده. سپس به مرحله ۴ برو.

۷ - عدد i را به X اضافه کن و مقدار S را برابر با $S \# i$ قرار بده. سپس به مرحله ۲ برو.

۸ - مقدار ans را گزارش کن.

خروجی برنامه با $f(n, \#, @)$ در نظر میگیریم که در آن n یک عدد طبیعی و $\#$ و $@$ یک عملگر ریاضی می باشند.

با توجه به متن بالا به سه سوال زیر پاسخ دهید

18 مقدار $f(5, \times, \div)$ برابر کدام یک می باشد؟

360 (1 119 (2 719 (3 720 (4 120 (5

19 مقدار $f(20, +, -)$ برابر با کدام یک می باشد؟

111149056 (1 110100480 (2 99614720 (3 50331648 (4 49807360 (5

20 مقدار $f(64, \oplus, \oplus)$ برابر کدام یک می باشد؟ (منظور از \oplus همان عملگر xor می باشد)

31×2^{62} (1 31×2^{63} (2 63×2^{62} (3 63×2^{63} (4 127×2^{63} (5