

آزمون کوتاه پاسخ شماره ۳

- مدت آزمون ۲ ساعت است.
- امتیاز هر پرسش، برابر ۱۰ است.
- آزمون نمره منفی ندارد اما در بین افراد با نمره برابر، در رتبه بندی کسی برتر است که تعداد غلط کمتری داشته باشد.
- پاسخ شما برای هر سوال، باید یک عدد صحیح یا یک کسر ساده شده به شکل $\frac{\text{یک عدد صحیح}}{\text{یک عدد صحیح}}$ باشد.

۱. یک آزمون دو گزینه ای، ۱۰ سوال دارد. آزمون این خاصیت را دارد که اگر در ۵ سوال، گزینه ی ۱ و در ۵ سوال، گزینه ی ۲ را انتخاب کنیم؛ حداقل به ۴ سوال پاسخ درست داده ایم. کلید چنین آزمونی، چند حالت مختلف می تواند داشته باشد؟
۲. چند زیر مجموعه ی ناتهی از مجموعه ی $\{1, 2, \dots, 12\}$ ، این خاصیت را دارند که جمع کوچک ترین و بزرگ ترین عضو شان، ۱۳ است؟
۳. ابوالفضل و روزبه با هم یک بازی می کنند. بازی در حداکثر ۷ دست برگزار می شود و کسی که ۴ دست را ببرد، برنده ی کل بازی است. احتمال برد ابوالفضل در دست n ام، $\frac{n-1}{6}$ است. احتمال این که ابوالفضل، بازی را ببرد، چقدر است؟
۴. یک جدول 4×4 داریم. می خواهیم ۴ تا از خانه های آن را قرمز و ۴ تا را آبی کنیم؛ طوری که هر سطر و هر ستون، هم خانه ی قرمز و هم خانه ی آبی داشته باشد. به چند طریق، این کار ممکن است؟
۵. ابوالفضل و روزبه، می خواهند مسابقه ی تیراندازی بدهند. ابوالفضل هر تیر را به احتمال $\frac{1}{3}$ و روزبه هر تیر را به احتمال $\frac{1}{4}$ به هدف می زنند. ابتدا ابوالفضل شروع به تیراندازی می کند و مرتب تیر می زند؛ تا زمانی که یک تیرش به هدف برخورد نکند. سپس روزبه همین کار را می کند. احتمال این که ابوالفضل، تیرهای بیش تری نسبت به روزبه بزند، چقدر است؟

آزمون کوتاه پاسخ ۳

۶. یک تاس را ۳ بار می‌اندازیم. احتمال این که ۳ عدد به دست آمده، بتوانند اضلاع یک مثلث باشند، چیست؟
۷. می‌خواهیم تعدادی مهره‌ی فیل، روی یک تخته شترنج 8×8 قرار دهیم؛ طوری که هر قطر، حداکثر ۳ مهره‌ی فیل داشته باشد. توجه کنید منظور از قطر، هر قطری (چه اصلی و چه فرعی) است؛ پس هر یک از خانه‌های گوشه، به تنهایی یک قطر محسوب می‌شوند. بیشینه‌ی تعداد فیل‌هایی که می‌توانیم قرار دهیم، چیست؟
۸. ابوالفضل، مرتبن یک رقم به طور تصادفی از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, 4\}$ انتخاب می‌کند و آن را می‌نویسد. او آن قدر این کار را انجام می‌دهد تا مجموع ۲ رقم آخری که نوشته است، یک عدد اول بشود. احتمال این که آخرین رقم نوشته شده، ۱ باشد، چیست؟
۹. ۸ سکه که همگی به رو هستند، دور یک دایره چیده شده‌اند. در هر مرحله می‌توان دو سکه‌ی مجاور را انتخاب کرد و هر دو را پشت و رو کرد. به چند طریق می‌توان با دقیقن شش مرحله، سکه‌ها را به طور یک در میان، به رو و به پشت کرد؟ توجه کنید ترتیب مراحل مهم است.
۱۰. ۳۶ کارت با شماره‌های $1, 2, \dots, 36$ داریم. ابتدا کارت‌ها را به طور دل‌خواه، به دسته‌های ۳-تایی تقسیم می‌کنیم و از هر دسته، کارت با عدد بیش‌تر را برمی‌داریم و دو کارت دیگر را دور می‌اندازیم. حال دوباره ۳۵ کارت باقی‌مانده را به دسته‌های ۳-تایی تقسیم می‌کنیم و این بار از هر دسته، کارت با عدد کم‌تر را برمی‌داریم و دو کارت دیگر را دور می‌اندازیم. دوباره ۳۴ کارت باقی‌مانده را به دسته‌های ۳-تایی تقسیم می‌کنیم و از هر دسته، کارت با عدد بیش‌تر را برمی‌داریم و به همین ترتیب، کار را انجام می‌دهیم تا در انتها تنها یک کارت باقی بماند. عدد کارت نهایی چند حالت دارد؟

موفق باشید

—اسدی