## باسمه تعالى

# 

## اولین آزمون آزمایشی هماهنگ شاززز

تاریخ برگزاری آزمون: جمعه، ۱۹ آذر ۱۳۸۹

شروع آزمون: ساعت ۹ صبح

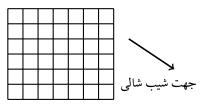
کد برگه:		-		نام:
				نام خانوادگی:
	سوم 🗌	دوم 🗌	اول 🗌	پايه تحصيلى:

## قبل از آغاز آزمون به نكات زير توجه كنيد:

- ۱. مدت زمان آزمون ۳ ساعت است.
- ٢. دفترچهٔ سؤالات شامل ۶ صفحه است. از كامل بودن آن مطمئن شويد.
  - ۳. آزمون شامل ۲۴ سؤال پنج-گزینهای است.
- ۴. هر پاسخ درست یک نمرهٔ مثبت و هر ۴ پاسخ غلط یک نمرهٔ منفی خواهد داشت.
- ۵. حتما نام و نام خانوادگی و کد برگهٔ خود را در پاسخبرگ وارد کنید. در غیر این صورت برگهٔ شما تصحیح نخواهد شد.
  - انتخاب چند گزینه به منزلهٔ بدون جواب گذاشتن سؤال میباشد.
    - استفاده از ماشین حساب (هر نوعی) مجاز نمیباشد.
- ۸. نتایج این آزمون در هیچ یک از المپیادهای دانش آموزی که توسط باشگاه دانش پژوهان جوان برگزار می شود تأثیر ندارد.
  - ٩. نتيجهٔ آزمون از طريق كد برگه به شما اعلام خواهد شد.
- ۱۰. زمان و نحوهٔ دریافت نتایج متعاقباً از طریق وبلاگ شاززز (به نشانی: http://shaazzz.blogfa.com) به اطلاع شما خواهد رسید.

## سؤال ١:

در شکل شالیزاری را مشاهده می کنید. هر مربع یک کرت است. این شالیزار از شمال-غربی به جنوب-شرقی شیب دارد (همان گونه که در شکل مشخص شده). به همین خاطر اگر به کرتی آب برسد، به کرتهای راستی و پایینی آن نیز آب خواهد رسید. می توان برای آبرسانی به کرتها در هر کرت دلخواه منبع آبی قرار داد. یک آبرسانی را «خوب» می گوییم اگر حداقل یک کرت آبیاری شود. تعداد راههای مختلف آبرسانیهای خوب به کرتها را مشخص کنید (دو آبرسانی مختلف است اگر کرتهایی که آبیاری می شوند، در دو روش آبرسانی یکی نباشند).



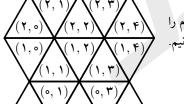
$$\boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathsf{V}}$$
  $\boldsymbol{\mathsf{X}}$   $\boldsymbol{\mathcal{S}}^{\mathsf{V}} = \mathbf{1}$   $\boldsymbol{\mathsf{X}}$   $\mathbf{1} \mathbf{V} \mathbf{1} \boldsymbol{\delta}$   $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ 

یک مسیر از گوشهٔ پایین- چپ به گوشهٔ بالا - راست در نظر بگیرید. اگر توی گوشههای پلکانی مسیر (یعنی جاهایی از مسیر که یکی رفتیم بالا بعد یکی رفتیم بالا بعد یکی رفتیم راست) منبع آب بگزارید، به همهٔ کرتهایی که در قسمت پایینی مسیر قرار دارند آب می رسد. یعنی اگر توی کرتهای دیگر در قسمت پایینی مسیر هم منبع آب بگزاریم به همین کرتهایی که الان آب می رسد، آب خواهد رسید (پس روش آب رسانی متفاوت نیست). پس یک تناظر یک به یک بین تعداد مسیرها و روشهای مختلف آبرسانی پیدا کردیم. چون در صورت سؤال گفته شده که حداقل به یک کرت باید آب برسد، پس جواب یکی کمتر از تعداد مسیرها هست.

## سؤال ۲:

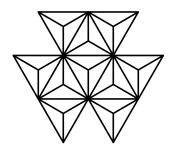
در کلاس ۲۰ نفرهٔ حوشای نصف دانش آموزان عینکی هستند! عدد یک صف برابر تعداد جفتهای عینکی متوالی آن منهای تعداد جفتهای بدون عینک متوالی آن است. عدد صف کلاس حوشای حداکثر چند می تواند باشد؟

## سؤال ٣:



بخشی از یک صفحهٔ نامتناهی و نحوهٔ مختصات دهی مثلثی به خانههای آن را میبینید. قاعدهٔ یک هرم را روی مثلث (۷,۴) قرار می دهیم و در هر مرحله می توانیم هرم را حول یکی از اضلاعش روی زمین بغلتانیم. حداقل چند حرکت برای بردن هرم به مختصات (۲,۳) نیاز است؟

## سؤال ۴:



حوشای برای پرداخت بدهیهای خود مجبور شده دیوار خانههای مردم را رنگ بزند و بو بگیرد! چینش آجرهای دیوار را در شکل میبینید. حوشای به چند طریق میتواند دیوار این خانه را با ۳ رنگ نقاشی کند به طوری که هیچ دو آجری کنار هم، همرنگ نباشند؟

$$Y^{10} \times Y^{P} \quad X$$
  $Y^{V} \times Y^{V} \quad X$   $Y^{10} \times Y^{10} \times Y^{10$ 

هر كدام از ۳ كاشى اى كه تشكيل يك مثلث متساوى الاضلاع مى دهند، ۶ روش براى رنگ آميزى دارند (طورى كه بين خودشان ۳تا، رنگ تكرارى نداشته باشند). اول مثلث متساوى الاضلاع باقيمانده هر كدام ۴ حالت) بقيهٔ مثلثهاى متساوى الاضلاع باقيمانده هر كدام ۴ حالت براى رنگ شدن دارند.

#### سؤال ۵:

مدرسهای ۶ درس ریاضی، فیزیک، کامپیوتر، زبان فارسی، ادبیات و زبان انگلیسی را به دانش آموزانش ارائه میدهد. روزهای کاری مدرسه ۳ زنگ دارد. مشاور مدرسه برای بهبود بازده دانش آموزان در یادگیری مطالب ۵ شرط زیر را برای مشخص کردن برنامهٔ هفتگی دانش آموزان گذاشته است:

- ۱. شنبه دروس ریاضی، فیزیک و ادبیات ارائه شود.
- ۲. هر روز دقیقاً یکی از درسهای روز قبل ارائه شود.
- ٣. اگر كامپيوتر ارائه شد، حتماً ادبيات هم در آن روز ارائه شود.
  - ۴. زبان فارسی دو روز متوالی ارائه نشود.
  - هیچ درسی ۳ روز متوالی ارائه نشود.

با رعایت شروط بالا، دانش آموزان روز دوشنبه کدام یک از گزینه های زیر را حتماً خواهند داشت؟

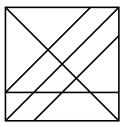
با رعايت شروط گفته شده در مسئله، به گزينهٔ ب خواهيد رسيد (فقط استدلال منطقي لازم است).

## سؤال ٤:

یوگی و دستان المپیادی نیستند و در اوقات بی کاریشان «ریتم» بازی می کنند. بازی با دو تپهٔ چوب کبریت (اولی با  $x_1$  و دومی با  $x_2$  چوب کبریت) شروع می شود. بازی نوبتی است. یوگی اولین حرکت را می کند و در هر نوبت، کسی که نوبت اوست باید یکی از تپهها را انتخاب کند و از آن ۱ یا ۲ چوب کبریت بردارد. کسی که آخرین چوب کبریت را بردارد برنده است. اگر هر دو نفر به بهترین نحو بازی کنند، در بازی های آن ۱ یا ۲ چوب کبریت بردارد.  $\begin{cases} x_1 = 9 \\ x_1 = 9 \end{cases}$  به ترتیب چه کسی می برد؟  $\begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = 9 \end{cases}$  و  $\begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = 9 \end{cases}$  به ترتیب چه کسی می برد؟

یوگی بازی را میبرد، اگر و تنها اگر  $x_1 - x_2$  بر  $x_1$  بخش پذیر نباشد.

## سؤال ٧:



تعداد پارهخطهای شکل به کدام گزینه نزدیکتر است؟ (دو سر پارهخط باید محل برخورد حداقل دو خط باشد.)

24 / 94 X 47 X

> Y. X TI X

در صورتی که به ازای هر خط تعداد نقاط روی آن را روی کاغذ بنویسیم و آنها را  $a_1$  تا  $a_2$  بنامیم، جواب ۵۵  $\sum_{i=1}^{q} {a_i \choose i} = \sum_{i=1}^{q} {a_i \choose i}$ که به ۵۳ نزدیک تر است.

## سؤال ٨:

نقطهبازی با شبکه نقطهای m imes n آغاز می شود. در هر نوبت، کسی که نوبت اوست دو تا از نقطههای

مجاور که تا به حال بههم وصل نشدهاند را بههم وصل میکند. اگر کسی مربعی را کامل کند، یک امتیاز به امتیازش اضافه شده و دوباره نوبت خودش است. حوشای و سمخ با هم نقطهبازی میکنند و الآن بازی در حالتی است که در شکل میبینید. حرف S بیانگر مربعهایی است که سمخ گرفته و حالا نوبت حوشای است. با فرض ارائهٔ بهترین بازی کدام یک و با چه اختلافی میبرد؟

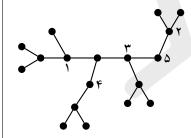
🗶 سمخ، با ۵ اختلاف 🗶 سمخ، با ۱ اختلاف 🗶 حوشای، با ۵ اختلاف

> 🗶 سمخ، با ۳ اختلاف 🗸 حوشای، با ۱ اختلاف

S	S	S	H	Н
Н	Н	H	Н	Н
Н	H	H	S	S
S	S	S	H	H
S	S	S	S	Н

کافی است ابتدا حوشای خطهای قرمز را بکشد. سپس هر طور که سمخ بازی کند (یک نمونه از بازی سمخ را با رنگ آبی میبینید) حداکثر دو خانه را خواهد گرفت و باقی خانهها توسط حوشای گرفته خواهد شد.

#### سؤال ٩:



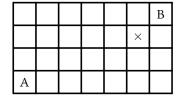
نینو کاردستیای با دکمه و نخ درست کردهاست که در شکل آن را میبینید. خطها نشان دهندهٔ نخهایی با اندازههای مساوی هستند و دایرههای توپر دکمهها هستند. هر نخ دو دکمه را به هم وصل کردهاست. نیکو میخواهد یکی از دکیمه های کاردستی نینو را انتخاب کند و آن دکمه را با دست نگه دارد تا بقیهٔ نخها و دکمهها از دکمهٔ مذکور آویزان شوند. نیکو کدام دکمه را انتخاب کند که دکمهٔ انتخاب شده (که در دست نیکو است) از پایینترین دکمهٔ آویزان شده کمترین فاصله را داشته باشد؟

> ۵ 🗶 ۲ **X** ۱ X

> > 4 X

فاصلهٔ پایین ترین دکمهٔ آویزان شده برای هر دکمه را حساب میکنیم، و دکمهای که کمترین فاصله را دارد انتخاب میکنیم. برای دکمهٔ ۱ فاصله ۵، برای دکمهٔ ۲ فاصله ۶، برای دکمهٔ ۳ فاصله ۴، برای دکمهٔ ۴ فاصله ۵، و برای دکمهٔ ۵ فاصله ۵ هست.

#### سؤال ١٠:







٧٢	>

٧	١	,

چند راه برای رفتن از A به B بدون عبور از  $\times$  و با استفاده از حرکات نشان داده شده

وجود دارد؟

	١	۶	19	41	۵۵	90	٧۴
	١	۴	٨	۱۳	١٩	×	٨
	١	۲	٣	۴	۵	۶	٧
l	١	١	١	١	١	١	١

در هر خانه، تعداد راههای رسیدن به آن خانه (توسط حرکات گفته شده) را مینویسیم. عدد درون هر خانه، با استفاده از خانههای چپ و پایینش مشخص می شود. پس کافی است جدول را از گوشهٔ پایین- چپ به بالا - راست پر کنیم:

## سؤال ١١:

یک عدد را «خوش تیپ» می گوییم اگر رقم تکراری نداشته باشد. یک عدد را «خوش ترتیب» می گوییم اگر اختلاف هر دو رقم متوالی در آن برابر ۲ باشد. یک عدد را «خوشاخلاق» میگوییم اگر در ارقامش صفر نباشد. چند عدد خوشتیپ خوشترتیب خوشاخلاق داریم؟

هر عددی با خاصیتهای گفته شده را که ارقامش صعودی باشد عدد «دلخواه» مینامیم. هر عدد دلخواه زیررشتهٔ متوالی یکی از رشتههای ۲۴۶۸ یا ۱۳۵۷۹ خواهد بود. تعداد اعداد دلخواه برابر ۲۵ $\binom{6}{7}+\binom{6}{7}+\binom{6}{7}$  خواهد بود. چون مسئله اعداد با ارقام نزولی را نیز میخواهد، جواب برابر ۴۱ = ۹ – ۲ × ۲۵ خواهد بود (۹ تعداد اعداد یک- رقمی است، و از جواب کم شده چون هم صعودی و هم نزولی هستند).

## سؤال ١٢:

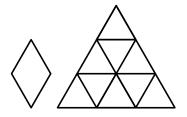
کونگفو پاندا ۱۱ متر لواشک خرید. هر متر از لواشک مزهٔ خاصی دارد. پاندا میتواند یکی از سه کار زیر را انجام دهد:

- یک متر از لواشک را بریده و در آش باباشله پز بیندازد.
- دو متر از لواشک را بریده و به استاد چیفو تقدیم کند.
  - پنج متر از لواشک را بریده و خودش بخورد.

كونگفو پاندا به چند طريق ميتواند لواشك را تمام كند؟

به صورت بازگشتی مسئله را حل می کنیم. فرض کنید f(i) تعداد راههای تمام کردن t متر لواشک باشد. در این صورت چون هر متر از لواشک مزهٔ خاصی دارد، میدانیم f(t) = f(t-1) + f(t-1) + f(t-1) . از طرفی میدانیم f(t) = f(t-1) + f(t-1) را حساب می کنیم؛  $f(1) = 1, f(1) = 1, f(1) = 1, f(1) = 1, f(1) = 1, \dots, f($ 

#### سؤال ١٣:



به چند طریق میتوان کاشیهای لوزی شکل (که به تعداد نامتناهی موجود است) را در شکل زیر قرار داد به طوری که کاشی دیگری در شکل جا نشود؟ (کاشیها نمیتوانند روی هم قرار بگیرند)

> 14 X 17 × 19 X 11

طوری که همهٔ خانههای گوشهای پوشیده شوند. به ۱ حالت می توان کاشی ها را چید،

به ۳ × ۲ حالت می توان کاشی ها را چید،

طوری که ۲ تا از خانههای گوشه ای پوشیده شوند. طوری که یکی از خانههای گوشه ای پوشیده شود. به ۳ × ۳ حالت می توان کاشی ها را چید،

به ۲ حالت می توان کاشی ها را چید، طوری که هیچ کدام از خانه های گوشه ای پوشیده نشوند.

#### سؤال ۱۴:

سمخ به دلیل آماده شدن برای المپیاد جهانی دو درس ادبیات و عربی سال سوم را نداده. جالب این است که در کل کشور ۵۵ نفر این دو درس را در شهریور امتحان میدهند. از آنجا که او خیلی کوشا و درسخوان بود، در ادبیات سوم و در عربی پنجم شده. بدترین و بهترین رتبهای که سمخ میتواند در مجموع نمرات دو درس به دست بیاورد چقدر است؟

> ۷ ۷ و ۳ X ۵ و ۳ 1 0 0 X

> > **X** ۳ و ۱ ٧ ٧ و ١

در بهترین حالت سمخ رتبهٔ اول را خواهد گرفت.

در بدترین حالت، تمام کسانی که نمرهٔ بهتری در یکی از دروس عربی یا ادبیات آوردهاند، در مجموع نیز نمرهٔ بهتری آوردهاند. تعداد این افراد حداکثر برابر (1 - 1) + (1 - 1)خواهد بود، پس رتبهٔ سمخ (1 - 1) + (1 - 1)

## سؤال ١٥:

چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۶۰۰ با شرایط زیر داریم؟

- مجموع ارقامش ۱۴ باشد.
- ارقامش متفاوت باشند (هیچ دو رقمی یکسان نباشند).
  - دهگانش فرد باشد.

10 × 9 X 17 /

> 17 X YA X

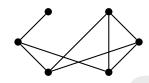
## سؤال ١٤:

شما رمز ۲-رقمی کیفتان را گم کردهاید. دوستان رمز را میداند، اما برای این که دفعهٔ بعد حواستان را بیشتر جمع کنید، گفته که رمز را نمی گوید و فقط راهنمایی تان می کند. شما فرآیند «رمزیابی» را از ۵۰ شروع می کنید. در هر نوبت، ابتدا رمز کنونی را می آزمایید. اگر در کیفتان باز نشد، دوستتان می گوید که رمز درست از عدد کنونی بزرگتر است یا کوچکتر. سپس شما باید دقیقاً یک رقم را دقیقاً یک واحد تغییر دهید (ه و ۹ پشت سر هم نیستند). اگر شما هوشمندانه ترین حرکات ممکن را انجام دهید، حداکثر چند رمز مختلف را امتحان خواهید کرد؟ (با احتساب آخرین رمز که رمز درست است)

شما باید ابتدا دهگان رمز را پیدا کنید، بعد یکان آن را. در ضمن، دقت کنید که مسئله تعداد رمزهای مختلفی که شما می آزمایید را می خواهد.

## سؤال ١٧:

در کوچهٔ حوشای و دوستان شش خانوادهٔ محترم زندگی میکنند. او میداند که هشت جفت از خانوادهها با هم دوست هستند. اگر خانوادهای با حداقل ۳ خانوادهٔ دیگر دوست باشد، «محبوب» است. حداکثر چند خانوادهٔ محبوب در کوچهٔ آنها هست؟



یک نمونه از گراف دوستی ممکن را در شکل میبینید:

#### سؤال ۱۸:

۱۳۸۹ لامپ داریم که همه در حالت اولیه خاموش هستند. این لامپها را از ۱ تا ۱۳۸۹ شماره گذاری میکنیم. برای هر عدد صحیح و مثبت k، سوئیچ  $P_k$  وضعیت خاموش و روشن لامپهایی که شمارهٔ آنها مضربی از k است را عوض میکند. همهٔ سوئیچها را دقیقاً یک بار میزنیم. در آخر چند لامپ روشن میماند؟

تنها اعدادی که تعداد مقسوم علیه هایشان فرد است ( 🗢 مربع کامل هستند) روشن می مانند. تعداد آنها برابر ۳۷ = [ 🕶 ۱۳۸۹ خواهد بود.

## سؤال ١٩:

#### سؤال ۲۰:

یک جدول ۵imes۵ داریم. میخواهیم خانههای جدول را طوری سیاه و سفید کنیم که:

- هیچ دو سطر متوالی شبیه به هم نباشند.
- جدول نسبت به سطر وسطى و ستون وسطى متقارن باشد.

به چند طریق میتوان جدول را رنگ کرد؟

mqy ✓ mmy X q9 X

₩**٨**₩ **Χ Χ** 

اگر مربع  $X \times Y$  گوشهٔ بالا-چپ این مربع  $X \times X$  را پر کنید، بقیهٔ خانهها یکتا مشخص می شوند (با دوران نسبت به سطر وسطی و ستون وسطی). تعداد راههای رنگ آمیزی مربع  $X \times Y \times X$  هست.

#### سؤال ۲۱:

مینو ۵ عدد در نظر می گیرد. این اعداد را به ترتیب از کوچک به بزرگ،  $a_0$  تا  $a_0$  مینامیم ( $a_1$  کوچکترین عدد است).  $F_i$  را این گونه تعریف می کنیم:

$$F_i = \sum_{j=1}^{\delta} a_j - a_i$$

مینو Fتا از Fها را به شما اعلام می کند. اگر اعداد اعلام شده توسط مینو T، T - ، T و T باشد، مینو چندمین T را به شما اعلام نکرده؟

8 X Y X

\* X Y V

می دانیم  $F_i = i < j \to F_i > F_i$  . پس  $F_i = i < j \to F_i$  . از طرفی می دانیم  $F_i = i < j \to F_i$  . پس با مرتب کردن  $F_i = i < j \to F_i$  به جواب می رسیم.

#### سؤال ۲۲:

دورا بازهٔ [1,11] را خریده و میخواهد برخی از تکههای (تکه: بازهای مانند [a,b]) آن را به دوستانش هدیه بدهد. از طرفی دوستان دورا از این که بازهای به طول صفر دریافت کنند ناراحت خواهند شد. اگر دورا ۳ دوست داشته باشد و نخواهد دوستانش ناراحت شوند، به چند طریق متفاوت میتواند به دوستانش هدیه بدهد؟ (دقت کنید که هر <u>نقطه</u> حداکثر به یک نفر داده خواهد شد.)

$$\binom{17}{5} \times 9$$
  $\checkmark$   $7 \times 11 \times 17$   $\checkmark$ 

فرض کنید بازههای مورد نظر  $[a_1,a_1]$  و  $[b_1,b_1]$  و  $[c_1,c_1]$  باشند. از آنجا که بازهها با هم تداخل ندارند، اگر فرض کنیم بازهٔ a قبل از a و  $a_1,a_2$  و  $a_1,a_2$  و  $a_1,a_2$  بازهٔ a قبل از  $a_1,a_2$  و  $a_1,a_2$  و  $a_1,a_2$  برابر  $a_1,a_2$  خواهد بود و چون ترتیب بازههای a و  $a_1,a_2$  و  $a_2$  برابر  $a_1,a_2$  خواهد بود.  $a_1,a_2$  و  $a_2$  برابر  $a_1,a_2$  و  $a_2$  و

#### سؤال ٢٣:

همهٔ رشتههای تولید شده با استفاده از حروف s, h, a, z را به ترتیب طول رشته و در صورت مساوی بودن طولها، به ترتیب الفبایی مرتب میکنیم. مثلاً ۱۰ رشتهٔ اول به ترتیب عبارتند از:

a, h, s, z, aa, ah, as, az, ha, hh

رشتهٔ ۱۳۸۹ ام کدام است؟

aaahsa 🗸 aaahha 🗶 aaahas 🗶

aaahaz 🗶 aaahhs 🗶

عدد ۱۳۸۹ را در مبنای ۴ بنویسید و ارقام را با حروف مناسب جاگذاری کنید؛

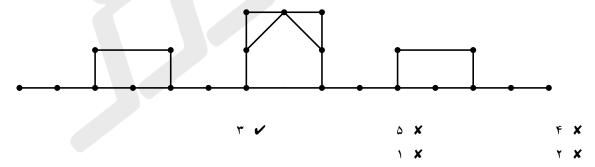
 $(\mathsf{NTAS})_{\mathsf{N}} \circ = (\mathsf{NNNTN})_{\mathsf{F}} = (aaahsa)_{shaazzz}$ 

## سؤال ۲۴:

معلمتان از شما خواسته تا شکل زیر را روی تخته رسم کنید. اما شما حق دارید یک بار (و از یک نوع) اشتباه کنید. بنابر تعریف معلمتان دو نوع اشتباه در رسم شکل توسط دانشآموزان وجود دارد؛

- حداکثر ۳تا از پارهخطها را رسم نکنید.
  - حداكثر ٢ پارهخط بيشتر رسم كنيد.

اگر نخواهید هیچ خطی را بیش از یک بار رسم کنید، حداقل چند بار باید گچ را از روی تخته بردارید؟ (با احتساب آخرین بار، بعد از اتمام شکل)



برای حل این سؤال کافیست با گرافها و خواص تور اویلری آشنا باشید.

موفق باشید گروه نویسندگان شاززز سید مهران خلدی، محمد زابلیان، حسین شایسته، نازنین علیپور فرد