

آزمون مرحله یک شازرز، دی ۱۳۹۸



زمان آزمون ۱۸۰ دقیقه است.

آزمون شامل ۲۵ سوال ۵ گزینه ای است.

هر پاسخ صحیح ۴ نمره مثبت و هر پاسخ غلط ۱ نمره منفی دارد.

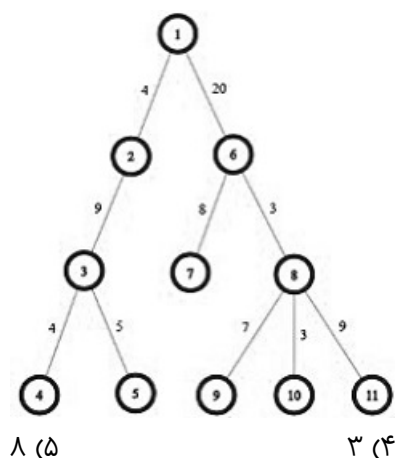
ترتیب سوالات به صورت تصادفی است، پیشنهاد میشود همه سوالات را بخوانید.



سرزمین شاززز به شکل یک گراف ساده وزن دار است که در هر راس آن یک فروشگاه قرار دارد. زمان طی کردن یک مسیر مجموع وزن یال های آن مسیر است. پاشا در یکی از راس های این گراف زندگی می کند و امروز می خواهد موهیتو درست کند، بنابراین باید به تک تک فروشگاه ها برود. چون پاشا بسیار ضعیف و نحیف است باید پس از هر خرید دوباره به خانه برگردد تا تجدید قوا کند. (نمی تواند از دو مغازه پشت سر هم بدون برگشتن به خانه خرید کند). پدر پاشا ادعا می کند خانه آنها جایی است که پاشا در کمینه زمان ممکن خریدهایش را تمام خواهد کرد. ارشیا می خواهد بداند خانه پاشا کجاست تا از مهمانی امشب که پاشا گرفته جا نماند. به ارشیا کمک کنید.

با توجه به متن بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید.

۱ - به ازای گراف روبهرو خانه پاشا کدام راس است ؟



۸ (۵)

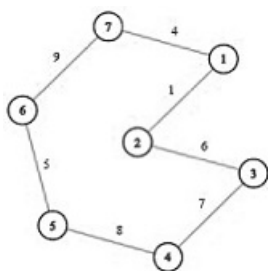
۳ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲ - به ازای دور روبهرو خانه پاشا کدام راس است ؟



۴ (۵)

۳ (۴)

۲ (۳)

۶ (۲)

۱ (۱)

۳ - پوریا که در خانه تنها شده مثل همیشه به تفریح سالم تاس انداختن می پردازد! که ناگهان سوالی ذهنش را مشغول می کند. اگر ۵ بار تاس بیندازد امید ریاضی بزرگ ترین عددی که ظاهر می شود چیست ؟

$\frac{4416}{7776}$ (۵)

$\frac{14077}{2592}$ (۴)

$\frac{4415}{7776}$ (۳)

$\frac{42227}{7776}$ (۲)

$\frac{7}{6}$ (۱)

۴ - در باشگاه دانش پژوهان جوان صبح ها بچه ها که ۶ نفر هستند در یک صف می ایستند. اگر قد یک نفر از نفر جلویی اش بلندتر باشد به او می خندد. با فرض اینکه قد افراد همگی متمایز است بگویید چند ترتیب متفاوت از افراد وجود دارد که دقیقاً ۳ نفر بخندند !!

۳۳۱ (۵)

۲۶ (۴)

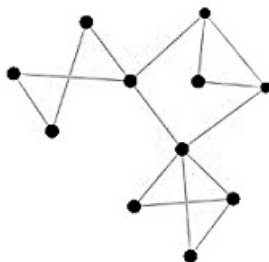
۳۰۸ (۳)

۳۰۲ (۲)

۲۹۹ (۱)



۵ - کسری تازگیا شهردار شهر دور افتاده‌ی شاززززند شده. در ابتدا همه‌ی جاده‌ها خراب و کسری باید اونا رو تعمیر بکنه. هزینه تعمیر هر جاده ۱ سکه طلاست. کسری می‌خواد کمترین هزینه رو بکنه. (که بیشتر پول تو خزانه بمونه و بتونه راحت تر اختلاس کنه)! طوری که از هر تقاطعی بشه با استفاده از جاده‌های تعمیر شده به سایر تقاطع‌ها رفت. (وگرنه مردم می‌فهمن چه نقشه‌ای داره و دیگه فرییش رو نمی‌خورن). کسری به چند روش می‌تونه این نقشه شیطانی‌ش رو پیاده کنه ؟



نقشه شاززززند

۱۵۲ (۱) ۴۳۲ (۲) ۷۶۸ (۳) ۳۵۲ (۴) ۵۲۸ (۵)

شایان و علی در حال شکلات خوردن هستند. روی میز n ظرف شکلات داریم که ظرف i ام دارای a_i تا شکلات است. در مرحله i ام از بازی ابتدا شایان یکی از ظرف‌ها را انتخاب می‌کند و از آن یک شکلات بر می‌دارد. فرض کنید شماره ظرفی که شایان در مرحله i ام از آن انتخاب کرده id_i باشد. سپس علی باید یک ظرف به جز id_i را انتخاب کند و از آن یک شکلات بردارد. کسی که نتواند در مرحله خودش شکلاتی انتخاب کند می‌بازد.

با توجه به متن بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید.

۶ - فرض کنید $a = \langle 1, 1, 2, 5, 3, 13, 8 \rangle$ باشد. بزرگترین i را در نظر بگیرید که اگر ظرف‌های a_1, a_2, \dots, a_i شکلات باشند (تنها از i تای اول استفاده کنیم) علی برنده شود. شما باید این بزرگترین i را بیابید. (برای مثال در حالت $i = 4$ ، $a = \langle 1, 1, 2, 5 \rangle$ است).

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷ (۵)

۷ - فرض کنید هر کدام از a, b, c نشان دهنده میز باشد. (مثلا به ازای b میزی داریم که در ظرف i ام آن b_i شکلات است).
 $a = \underbrace{\langle 11, 11, 11, \dots, 11 \rangle}_{12 \text{ تا}}$ $b = \langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \rangle$ $c = \langle 40, 85, 2, 3, 34, 20 \rangle$

حالا بگویید در کدام یک از میزها علی برنده می‌شود ؟

a (۱) ab (۲) abc (۳) ac (۴) bc (۵)

پاشا که عاشق کلم است تصمیم می‌گیرد بازی انحصاری کلم‌خور را بسازد. این بازی این صورت انجام می‌شود که n کلم در یک ردیف چیده می‌شوند سپس در هر مرحله پاشا فرایند زیر را انجام می‌دهد.

از کلم‌های باقی‌مانده یکی را به احتمال برابر انتخاب می‌کند فرض کنید کلم x ام را انتخاب کرده باشد. سپس یک سکه متوازن می‌اندازد. اگر سکه شیر آمد کل کلم‌های قبل از x و خود x را که قبلا خورده نشده‌اند می‌خورد. اگر سکه خط آمد هیچ کاری نمی‌کند.

امید ریاضی تعداد مراحل که انجام می‌شود (قبل از تمام شدن کلم‌ها) را بیابید. برای مثال اگر در ابتدا $x = n$ شود و سکه شیر بیاید، بازی تمام شده و تعداد مراحل ۱ می‌باشد.

با توجه به متن بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید.

۸ - به ازای $n = 6$ جواب را بیابید.

۳۶۳ (۱) ۳۷۳ (۲) ۴۴۲ (۳) ۴۴۱ (۴) ۴۹ (۵)



۹ - به ازای $n = 2^{1000}$ جواب به کدام گزینه نزدیک تر است ؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۲۷۰۰ (۴) ۳۹۰۰ (۵) ۵۱۰۰

۱۰ - عملگر \oplus برای ۲ عدد a و b اینگونه تعریف می‌شود. ابتدا هر ۲ عدد را در مبنای ۲ می‌نویسیم. بعد تا زمانی که طول یکی از اعداد از دیگری کمتر است سمت چپ آن \circ اضافه می‌کنیم. حال به ازای هر جایگاه در \oplus دو عدد، یک رقم ۱ است اگر و تنها اگر در دقیقاً یکی از a و b آن رقم ۱ باشد.

حسین که تازه با این عملگر آشنا شده می‌خواهد بدون چند عدد حسابی از \circ تا ۹۹۹ (شامل \circ و ۹۹۹)، \oplus ارقامشان \circ می‌شود. جواب این سوال را برای حسین بیاپید.

- (۱) ۷۶ (۲) ۸۰ (۳) ۸۴ (۴) ۸۸ (۵) ۹۲

۱۱ - چند شب پیش سالار که دید مانی خیلی حوصلش سر رفته، تصمیم گرفت مانی رو به پارک محله‌شون ببره ولی از بد روزگار چراغای پارک خراب شدن و مانی تو تاریکی شب گم شد.

پارک محله‌ی سالار اینا به صورت یه جدول 12×20 که سطرش از پایین به بالا از ۱ تا ۱۲ و ستون هاش از چپ به راست از ۱ تا ۲۰ شماره گذاری شدن. سالار در ابتدا در خانه ی (۱، ۱) جدول و هر ثانیه به خونه ی بالا و راستش میره (مثلاً بعد حرکت اول میره به (۲، ۲)).

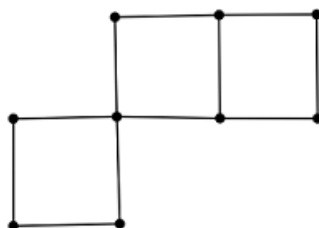
اگه ببینم از سمت راست پارک افتاده به ستون یک میاد. (سطرشو عوض نمیکنه). اگه ببینم از بالای پارک افتاده بیرون به سطر ۱ میاد. (ستونشو عوض نمیکنه).

ارشیا که پلیس مخفی به سالار گفته مانی دیگه پیدا نمیشه ولی سالار میگه تا خودش نگرده باور نمی‌کنه پس شروع به حرکت کردن می‌کنه و اولین لحظه‌ای که به جایی از پارک برسه که قبلاً دیده می‌فهمه دیگه مانی رو از دست داده.

سالار بعد از چند ثانیه این حقیقت تلخ رو قبول می‌کنه ؟

- (۱) ۷۶ (۲) ۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۴۰ (۵) ۸۰

۱۲ - ابوالفضل که سعی در یادگیری مهارت های تازه دارد، این بار به کاشی‌کاری روی آورده‌است و می‌خواهد جدولی 1×3 را با این کاشی جدیدا که به شکل روبه‌رو است پر کند. ابوالفضل به چند روش می‌تونه این جدولو کاشی کاری کنه ؟ (دوران‌ها و تقارن‌های کاشی را هم در نظر بگیرید).

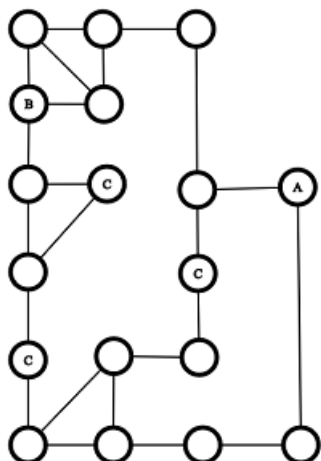


کاشی جدیدا !

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۲ (۳) ۳۲ (۴) ۰ (۵) ۱۶

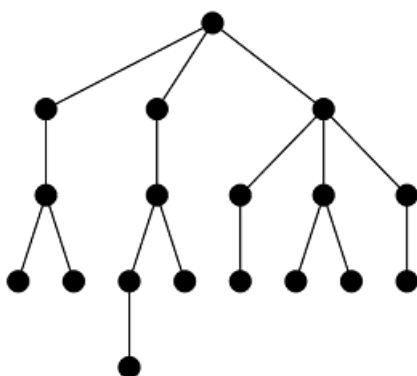


۱۳ - پدرام در راس A از گراف روبه‌رو زندانی شده است. قائم در راس B است و می‌خواهد هر چه سریع‌تر پدرام را نجات دهد. او برای این کار باید ابتدا از راس B به یکی از راس‌هایی برود که در آن کلیدفروشی باشد و پس از خرید کلید به راس A برود و پدرام را نجات دهد. با توجه به اینکه طی کردن هر یال ۱ دقیقه طول می‌کشد، بگویید کمترین زمانی که قائم می‌تواند پدرام را نجات دهد چند دقیقه است؟ (راس‌هایی که علامت C دارند کلیدفروشی هستند).



- ۸ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۵ (۴) ۷ (۵)

۱۴ - کسری و مهدی که تازه به سن قانونی رسیده‌اند در حال رانندگی روی درخت روبه‌رو هستند. آنها ابتدا روی راس شروع هستند. از شانس بد این بچه‌ها ماشین ترمز بریده است. در مراحل فرد با شروع از ۱ مهدی پشت فرمون می‌نشیند و به یکی از راس‌هایی که تا به حال به آن نرفته‌اند می‌رود. در مراحل زوج هم کسری پشت فرمون می‌نشیند و همین کار را انجام می‌دهد. اما اگر کسی که نوبتش شده نتواند به راس جدیدی برود از درخت بیرون می‌افتد و ماشین را داغون می‌کند! طبیعتاً هیچ‌کدام از این ۲ نفر دوست ندارند ماشین را داغون بکنند چون باید به ارشیا خسارت بدهند. به ازای چند حالت راس شروع، مهدی می‌تواند طوری رانندگی کند که کسری هر جوری رانندگی بکند در آخر به ارشیا خسارت بدهد؟



- ۶ (۱) ۱۰ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۸ (۵)



۱۵ - شهر روبه‌رو را در نظر بگیرید. می‌خواهیم علی و کلم و پدرام را در ۳ تا از این شهرها مستقر کنیم طوری که فاصله‌ی هر ۲ تا از آنها حداقل ۲ یال باشد. به چند روش این امر ممکن است؟ (ترتیب قرارگیری افراد مهم است).



۱۴۴ (۱) ۱۹۲ (۲) ۴۱ (۳) ۳۲ (۴) ۲۴ (۵)

۱۶ - چند عدد طبیعی کمتر از ۱۰۰۰ مانند x وجود دارد که عبارت زیر برایش برقرار باشد؟ (منظور از $x \% y$ باقی‌مانده تقسیم x بر y است).

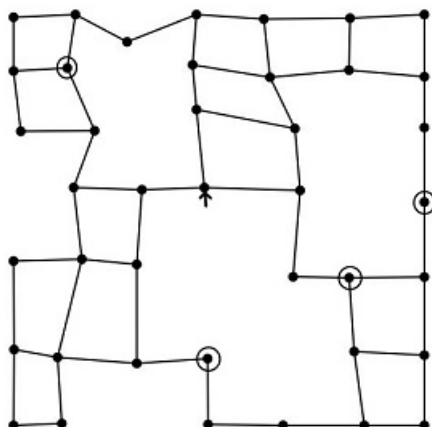
$$(x \% 2) = (x \% 4) = (x \% 6) = (x \% 8) = (x \% 10)$$

۳۳ (۱) ۱۷ (۲) ۱۶ (۳) ۲ (۴) ۱ (۵)

۱۷ - افی که خیلی ورجه‌ورجه می‌کنه توی یه جنگل جادویی با یه موز تو دستش اسیر شده! جنگل جادویی را به صورت یک گراف نشان می‌دهیم. (هر راس نشان‌دهنده‌ی یک درخت است).

توی یک سری از درختا یه سری میمون بازی گوش زندگی می‌کنن که خیلی موز دوست دارن و هدفشون اینه که موز افی رو بدزدن. در هر مرحله افی و میمون‌ها هر کدام می‌تونند یک یال طی کنند یا سر جای خودشون بمونند. می‌دونیم مهدی برای افی یه پناهگاه تو یکی از درخت‌ها ساخته. (میمون‌ها از جای پناهگاه اطلاع دارن).

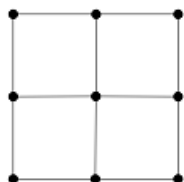
محل افی با فلش و مکان میمون‌ها با دایره مشخص شده است. مهدی در چند مکان می‌تونه پناهگاه رو ساخته باشه که افی بتونه طوری به پناهگاه بره که قطعا میمونا موزشو ازش نگیرن؟ (اگه افی و یکی از میمونا همزمان به پناهگاه برسن میمونه موز اون رو میگیره ولی اگه افی زودتر برسه در رو می‌بنده و میمون‌ها دیگه دستشون بهش نمی‌رسه)!



۷ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۵ (۵)



۱۸ - سامان که متخصص شبکس به شبکه 3×3 به شکل رو به رو داره. سامان می‌خواد ۴ تا نقطه از این شبکه رو انتخاب کنه طوری که به ازای هر نقطه‌ای از ۴ نقطه انتخاب شده اگه ۳ نقطه‌ی دیگر با هم مثلث می‌ساختند این نقطه اکیدا درون مثلث‌شان نباشد. سامان به چند روش می‌تونه این ۴ نقطه رو انتخاب کنه ؟



(۱) ۱۱۸ (۲) ۹ (۳) ۴۷ (۴) ۸ (۵) ۵۶

۱۹ - یه روز اسسسسسسسستکی دنباله‌ای پیدا می‌کنه و تصمیم می‌گیره کمترین تعداد عدد رو از دنباله حذف کنه که اعداد باقی مونده تشکیل یک دنباله صعودی بدهند. یزدان که آشپز خیلی خوبی‌ه میگه: اگه فقط یک عدد بود که از عدد جلوییش بزرگتر مساوی بود، اشکالی نداره. اونا حداقل چند عدد رو باید از دنباله حذف کنن که دنباله A باقی مونده شروط گفته شده رو داشته باشه.

$$A = \langle 5, 8, 6, 9, 2, 3, 1, 7, 4 \rangle$$

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶

۲۰ - پارسا یه عادت بدی داره که هروقت یه جایگشت از ۱ تا ۸ می‌بینه به ازای هر جایگاه ک.م.م. شماره جایگاه و عددی که در اون جایگاه نوشته شده رو زیر اون جایگاه می‌نویسه. بعد به اندازه ب.م.م. عددایی که نوشته برای دوستاش بستنی می‌خره. یه روز اشکان بی خبر از این عادت پارسا تمام جایگشتای ۱ تا ۸ رو روی تخته می‌نویسه و ناگهان پارسا وارد کلاس میشه و شروع می‌کنه به ازای هر جایگشت ... اشکان که خیلی خوشحال به نظر میاد می‌خواد بدون پارسا چنتا بستنی قراره برای بچه‌ها بخره که اگه کمه باز جایگشت بنویسه ! به اشکان بگید پارسا چنتا بستنی قراره بخره.

(۱) ۴۰۳۶۸ (۲) ۱۵۲ (۳) ۴۱۵۲۰ (۴) ۴۰۸۹۶ (۵) ۵۷۶

۲۱ - امین یه مرکز آموزشی با ۶ تا معلم داره. امروز صبح ۶ تا دانش آموز از آموزشگاه معلم خصوصی درخواست کردند. میدونیم دانش آموز اول از نحوه تدریس معلم اول، دانش آموز دوم از نحوه تدریس معلم دوم و دانش آموز سوم از نحوه تدریس معلم سوم خوشش نیامد. به چند حالت میشه این ۶ تا معلمو به این ۶ تا دانش آموز معرفی کرد که همه دانش آموزا راضی باشن و هر معلم فقط یه شاگرد داشته باشه !؟

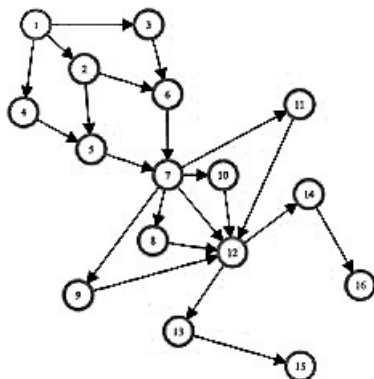
(۱) ۷۵۰ (۲) ۴۱۴ (۳) ۴۲۶ (۴) ۱۶۲ (۵) ۷۱

۲۲ - ادیب عاشق ادبیات و رشته است ! اما از یک کلمه خوشش میاد اگه به ازای هیچ l بیشتر از ۱ و کمتر از ۱۰ ، l حرف اخر رشته متقارن نباشد و خود کلمه متقارن باشد. (یک رشته متقارن است اگر خودش با برعکسش یکی باشد). چند رشته ۱۰ حرفی با حروف a و b و c وجود دارند که ادیب از آنها خوشش می‌آید ؟ چون که ادیب از اعداد بزرگ خوشش نیامد، از شما می‌خواد فقط باقی‌مانده تقسیم جواب بر ۵ را به او بگویید.

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴



۲۳ - دهکده شازرز در شکل روبه‌رو نمایش داده شده است که از هر ده به تعدادی ده دیگر مانند شکل روبه‌رو رودی در جریان است. می‌دانیم دهکده روی دامنه‌ی یک کوه است و ارتفاع هر ۲ ده با هم متفاوت است. به قائم بگید ترتیب ده‌ها (ارتفاع ده‌ها مهم نیست فقط ترتیب ده‌ها مهم است). چند حالت متفاوت می‌تواند داشته باشد؟ (طبیعتاً آب همواره از بالا به پایین در جریان است)!



(۱) ۱۷۲۸ (۲) ۲۷۰۰ (۳) ۳۴۵۶ (۴) ۲۳۰۴ (۵) ۲۱۶۰

کیاناز و میکا که دیدن امروز پسرا سوالی خفنی حل می‌کنن دنبال انجام دادن یه کار خفنن که یهویی به برنامه زیر برخوردن. ابتدا عملگر $\&$ را روی ۲ عدد حسابی اینگونه تعریف می‌کنیم: ابتدا هر ۲ عدد را در مبنای ۲ می‌نویسیم. بعد تا زمانی که طول یکی از اعداد از دیگری کمتر است سمت چپ آن ۰ اضافه می‌کنیم. حال به ازای هر جایگاه در $\&$ دو عدد، یک رقم ۱ است اگر و تنها اگر در هر دو عدد آن رقم ۱ باشد. الگوریتم:

- ۱- متغیر x را از ورودی بخوان.
- ۲- متغیر c را برابر ۱ قرار بده.
- ۳- متغیر x را برابر $c \oplus x$ قرار بده.
- ۴- متغیر c را برابر $c \& (c \oplus x)$ قرار بده.
- ۵- مقدار متغیر c را برابر $c + c$ قرار بده.
- ۶- اگر مقدار c بیشتر از ۰ بود به خط ۳ برو.
- ۷- مقدار x را در خروجی چاپ کن.

با توجه به متن بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید.

۲۴ - اونا سعی می‌کنن بفهمن اگه به برنامه ۱۰۲۴ رو ورودی بدن چه عددی چاپ می‌کنه؟ که بعد چند ثانیه جفتشون می‌گن بدیهیه دیگه... (جینکس) ابوالفضل و ارشیا که از اون اطراف رد می‌شدن میرن جلوتر که الگوریتمو بخونن ولی هیچی ازش سر در نمی‌ارن. اونا از شما کمک می‌خوان تا بهشون بگید که اگه به الگوریتم ۱۰۲۴ رو ورودی بدن چه عددی چاپ می‌کنه.

(۱) ۵۱۲ (۲) ۱۰۲۴ (۳) ۰ (۴) ۱ (۵) ۱۰۲۵

۲۵ - کیاناز و میکا که هنوز عطش سوال حل کردنشون نخوابیده دنبال سوال سخت تری هستن که ارشیا میگه: شما که ادعاتون میشه اگه من به ازای تمام اعداد طبیعی ۴ رقمی اون عدد رو به برنامه ورودی بدم جمع اعدادی که برنامه چاپ می‌کنه چقدره؟ (یعنی به ازای هر حالت که x یه عدد ۴ رقمی باشه) که باز هم کیاناز و میکا می‌گن اینم بدیهیه که (جینکس، جینکس...) ابوالفضل و ارشیا خیلی مغرورن و اصلاً دوس ندارن کم بیارن، پس باز ازتون می‌خوان بهشون بگید جواب چیه.

(۱) ۴۹۴۹۵۵۰۰ (۲) ۴۹۴۳۷۸۳۲ (۳) ۵۰۰۰۴۹۹۹ (۴) ۴۹۵۶۲۱۶۸ (۵) ۴۹۵۰۴۵۰۰