## آزمون کوتاهپاسخ شماره ۷

- مدت آزمون ۲ ساعت است.
- امتیاز هر پرسش، برابر ۱۰ است.
- آزمون نمرهی منفی ندارد اما در بین افراد با نمرهی برابر، در رتبهبندی کسی برتر است که تعداد غلط کمتری داشته باشد.
  - پاسخ شما برای هر سوال، باید یک عدد صحیح یا یک کسر ساده شده به شکل یک عدد صحیح باشد.
  - را دریک ردیف چید؛ طوری که به ازای هر دو عدد متوالی .۱ به چند طریق میتوان اعداد صحیح  $-v,-\varepsilon,\ldots,v$  را دریک ردیف چید؛ طوری که به ازای هر دو عدد متوالی .۱  $|a_i| \geq |a_{i+1}|$  داشته باشیم  $a_i,a_{i+1}$
  - ۲. کارت داریم که روی یک از آنها عکس ابوالفضل و روی یکی از آنها عکس روزبه قرار دارد. کارتها را در یک دسته به طور تصادفی بر میزنیم. امید ریاضی تعداد کارتهای بین عکسهای روزبه و ابوالفضل چیست (خود این دو کارت را کارت میانی محاسبه نکنید)؟
    - ۳. چند جایگشت از حروف کلمه ی HMMTHMMT زیرجایگشت HMMT را ندارد؟ توجه: یک زیرجایگشت از یک جایگشت، تعدادی از حروف متوالی آن است.
  - $x\in\{1,7,7,7,4\}$  وجود دارد که به ازای هر  $f:\{1,7,7,7,4\} \to \{1,7,7,7,4\}$  داشته بنامیم  $f:\{1,7,7,7,4\} \to \{1,7,7,7,4\}$  وجود دارد که به ازای هر f(f(x))=f(x)
  - ۵. به ازای هر عدد طبیعی s(n) in را برابر تعداد ارقام ۱ در نمایش دودویی in در نظر میگیریم. مقدار زیر را محاسبه کنید:

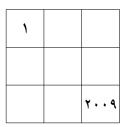
$$\frac{1}{100}\sum_{1\leq n<19} \mathbf{Y}^n (-1)^{s(n)}$$

وجود دارد? a,b,c,d,e وجود دارد? a,b,c,d,e وجود دارد? a,b,c,d,e

۷. ابوالفضل، اعداد ۱ تا ۴۹ را در خانههای یک جدول ۷ × ۷ قرار می دهد. سپس روزبه همین کار را با یک جدول x, y خفت y دیگر می کند. به دو عدد در یک جدول، دوستانه گوییم، اگر همسطر یا همستون باشند. به یک جفت y از اعداد ۱ تا ۴۹ عاشقانه گوییم، اگر هم در جدول روزبه و هم در جدول ابوالفضل، دوستانه باشند. امید ریاضی تعداد جفتهای عاشقانه را بیابید.

در آن درجهی  $Y=\{u_1,u_1,\ldots,u_\delta\}$  و  $X=\{v_1,v_1,\ldots,v_\delta\}$  در آن درجهی .۸ چند گراف دوبخشی با بخشهای  $Y=\{u_1,u_2,\ldots,u_\delta\}$  و  $X=\{v_1,v_2,\ldots,v_\delta\}$  در آن درجهی هر رأس، دقیقن ۲ باشد؟

۹. به چند طریق می توان ۷ خانه ی باقی مانده از جدول زیر را با اعداد طبیعی پر کرد؛ طوری که هر عدد بر اعداد بالا
و چپش (در صورت وجود) بخش پذیر باشد؟



۱۰. دریک جایگشت از اعداد ۱,۲,..., ۱، یک عدد را قوی میگوییم، اگر از عدد سمت چپش کوچکتر باشد. برای مثال، جایگشت از اعداد ۲,۳,۱ فقط یک عدد قوی دارد و آن ۱ است. چند جایگشت از اعداد ۱,۲,..., ۱ داریم که دقیقن ۲ عدد قوی داشته باشد؟

موفق باشید -اسدی