

سوال اول : سوال کوتاه **۱۵ امتیاز**

بزرگترین عددی را پیدا کنید که جمع فاکتوریل ارقامش با خودش برابر باشد.

سوال دوم : شاه سفید **۱۸ امتیاز**

شاه سفید صفحه شطرنج 1000×1000 می خواهد از صفحه شطرنج محافظت کند و برای این کار تصمیم گرفته هر 1000 رخ سفید را در تعدادی از خانه های صفحه بچیند. برای این که از صفحه شطرنج محافظت شود رخ ها باید از ورود هر بیگانه ای به صفحه شطرنج جلوگیری کنند. بیگانگان فقط می توانند از حاشیه های صفحه وارد آن شوند و از هر سطر یا ستونی که وارد می شود باید رخی محافظ آن سطر یا ستون باشد که قبل از ورود آن بیگانه، وی را بکشد. (بدیهی است که رخ تنها می تواند در یک سطر و ستون هر چند خانه که می خواهد حرکت کند و باید بیگانه را در یک حرکت بکشد!) و البته همانطور که می دانید که در قطر اصلی صفحه شطرنج رشته کوه سیاه قرار گرفته و این نواحی تحت سلطه شاه سیاه است و رخ های سفید نمی توانند در آن خانه ها قرار بگیرند. به شاه سفید کمک کنید و به او بگویید چند راه برای چیدن رخ هایش وجود دارد به طوری که صفحه شطرنج به طور کامل محافظت شود. ۹ رقم سمت راست را به عنوان جواب اعلام کنید.

سوال سوم : گوگل **۲۱ امتیاز**

شرکت گوگل 10^{18} تا کارمند دارد که با شماره های ۱ تا 10^{18} شماره گذاری شده اند. هر کارمند دقیقاً یک مدیر دارد که مستقیماً از او دستور می گیرد. طبق قوانین شرکت مدیر کارمندی که شماره اش i است در صورتی که i زوج باشد $\frac{i}{2}$ و در غیر این صورت $i-1$ است. هم چنین این شرکت به هر کارمند به اندازه i تعداد افرادی که زیردستش است به علاوه ۱ دلار حقوق می دهد. کارمند i زیردست کارمند j است اگر j مدیرش باشد، یا j مدیر فردی باشد که i زیردست آن فرد است. برای مثال نفر 10^{18} ام زیردستی ندارد و به همین دلیل ۱ دلار حقوق می گیرد. مجموع حقوق افراد 100000 ام تا 1000000 ام (شامل خود این افراد) چقدر است؟

سوال چهارم : فاربوك **۲۱ امتیاز**

در سیاره خیلی دور 10^7 نفر زندگی می کنند. در این سیاره هر کس به دنیا می آید یک شماره شناسنامه از ۱ تا 10^7 می گیرد و هر کس دارای شماره شناسنامه i یکتایی است. قوانین اجتماعی در این سیاره خیلی عجیب است. تنها افرادی که شماره شناسنامه شان اول است حق دوستی دارند و دو نفر با شماره شناسنامه های i و j تنها در صورتی می توانند با هم دوست باشند که ۵ رقم سمت راست $i \times j$ عددی اول باشد! دقت کنید که کسی نمی تواند با خودش دوست باشد! فاربوك که یکی از شبکه های اجتماعی متداول در این سیاره است می خواهد برای تعیین حجم دیتابیس خود حداکثر تعداد دوستی های بین افراد سیاره را پیدا کند. شما هم برای این که در فاربوك استخدام شوید باید این کار را برای آنها انجام دهید. حجم دیتابیس باید چقدر باید باشد؟

سوال پنجم : علالدین ۲۵ امتیاز

علالدین بالاخره به غول جادو رسید ولی از ۳ آرزو خبری نبود! در عوض غول ^۰۱ تا جواهر قیمتی در کنار هم چیده بود به طوری که جواهر i ام به اندازه i امین عدد اول می‌ارزید. غول به او گفت که او می‌تواند ۱۰۰۰۰۰ «انتخاب» مختلف کند و غول هر کدام را که دوست داشت به او می‌دهد (و از آنجایی که غول خنگ نبود بین انتخاب‌ها آن انتخابی که کمترین ارزش را داشت انتخاب می‌کرد). هم چنین علالدین در هر «انتخاب» تنها می‌توانست یک بازه متوالی از جواهرها را انتخاب کند. به علالدین کمک کنید و به او بگویید در بهترین حالت چقدر پول عاید او می‌شود.

در تمامی سوالات باید جواب را مد دلتای خود سابمیت کنید!

« موفق باشید ... »