

آزمون تئوری دوم

..... ۲۰ نمره

۱. ثابت کنید بی نهایت دنباله مثل $\langle X_0, X_1, X_2, \dots, X_{n-1} \rangle$ داریم که تعداد ظهور هر عدد مثل t در آن X_t است! (برای مثال دنباله $\langle 2, 0, 2, 0 \rangle$ شرایط مسئله را دارد)

..... ۲۰ نمره

۲. گرافی با دلتا کوچک (مینیمم درجه) 3012 داریم و یال هایش را با 3 رنگ، رنگ کردیم. ثابت کنید دوری تک رنگ به طول حداقل 502 داریم.

..... ۲۰ نمره

۳. فرض کنید n یک عدد طبیعی باشد. دو نفر روی یک جدول $2n \times 2n$ با هم به نوبت بازی میکنند. این جدول $(2n+1)^2$ نقطه دارد. ابتدا نفر یکم روی نقطه y بالا راست و نفر دوم روی نقطه y پایین چپ قرار دارد. هر فرد در نوبتش به یک نقطه مجاور می رود. طوری که قبلن کسی روی آن نرفته باشد. نفر یکم می خواهد در انتها به نقطه y یکم بازگشته و مسیر حرکت اش یک چند ضلعی ساده با مساحت بیشینه بسازد. نفر دوم میخواهد این مساحت کمینه شود. اگر نفر دوم نتواند حرکت کند، در حرکتش کاری انجام نمیدهد و نوبت به نفر یکم میرسد. اگر نفر یکم نتواند حرکت کند، بازی تمام شده و مساحت چند ضلعی صفر در نظر گرفته می شود. فرض کنید هر دو نفر بهینه بازی میکنند. مساحت چند ضلعی چه خواهد شد؟ (چند ضلعی ساده چند ضلعی ای است که خودش را قطع نمیکند)

..... ۲۰ نمره

۴. به چند طریق میتوان ۲۵۰۰ شاه را در یک جدول ۱۰۰×۱۰۰ قرار داد که در هر سطر و ستون دقیقا ۲۵ تا شاه باشد و هیچ دو تایی همدیگه رو تهدید نکنند؟