به نام خدا

شازززز- آزمون شماره دو **تاریخ: ۱۳۹۱/۳/۱۸**

سوال اول : کسربازی

می دانیم مولین در کل ۱۰۰×۱۰۰ تا کسر بلد است. حال اینگونه کسر های باقی مانده در دفتر را می شماریم: هر کسر در صورتی که صورت و مخرجش نسبت به هم اول باشند، شمرده می شوند در غیر این صورت چون یک کسر مساوی با آن وجود دارد پس خط می خورد و شمرده نمی شود. برای چک کردن اول بودن دو عدد نسبت به هم نیز کافیست چک کنیم که ب.م.م شان ۱ باشد.

پیپچدگی: $O(n^2 lgn)$

سوال دوم : علی آقا

فرض کنید در ابتدا رشته در آرایه ی $a[1..n]$ ذخیره شده است. حال متغیرهای زیر را در نظر بگیرید :

$head$ **: ابتدای رشته ،** $tail$ **: انتهای رشته ،** $cnt0$ **: تعداد ۰ هایی که دیده شده ،** $cnt1$ **: تعداد ۱ هایی که دیده شده.**

قبل از شروع الگوریتم ، $head=1$ **،** $tail=n$ **،** $cnt0=cnt1=0$ **، فرض کنید تا قبل از مرحله ی i ام این مقدار ها را داریم ، حال در مرحله ی i ام با توجه به زوجیت** $cnt0$ **و** $cnt1$ **می توان این مقدار ها را در** $O(1)$ **بروز رسانی کرد. برای توضیحات بیشتر به کد مراجعه کنید.**

پیچپیدگی: $O(n)$

سوال سوم : بک و اعداد گوگولی

با کمی دقت متوجه می شویم که تعداد اعداد گوگولی کمتر مساوی $۱۰^۹$ ، ۱۰۲۲ تاست. (چرا؟) حال آن ها را می سازیم و ذخیره می کنیم و سپس به ازای هر جفت از این اعداد جمع شان مگولی می شود. دقت کنید که ممکن است دو جفت مختلف یک عدد مگولی بدهند و باید آن ها را یکتا کرد که این کار را می توان با استفاده از set و یا unique کردن اعضا بعد از انجام عملیات انجام داد.

پیچیدگی: $O(m^2 lgm)$ **که در آن** m **برابر تعداد اعداد گوگولی است.**

سوال چهارم : دور شماری

جور دیگری به مساله نگاه می کنیم و در اصطلاح «دوگونه شماری» می کنیم. یک دور به طول $i \geq 3$ را در نظر می گیریم این دور در $2^{\binom{n}{2}-i}$ گراف مختلف آمده. حال به ازای هر i می دانیم که $\frac{\binom{n}{i} * (i-1)!}{2}$ دور i راسی وجود دارند(تقسیم بر دو برای این است که دور های ساعتگرد با دور های پاد ساعتگرد فرق دارند) و هر کدام نیز در $2^{\binom{n}{2}-i}$ گراف مختلف آمده اند. پس می توان تعداد دور ها به طور میانگین را از فرمول زیر حساب کرد:

$$\sum_{i=3}^{n} \frac{\binom{n}{i} * (i-1)!}{2^{i+1}}$$

پیچپیدگی: $O(n)$