

پاسخ خیلی کوتاه سوالات تئوری دوم

.....
سوال ۱: میشه ثابت کرد برای $n \geq 7$ دنباله ی $x_0 = n-4$ $x_1 = 2$ $x_2 = 1$ $x_{n-4} = 1$ (و بقیه اعضا صفر) شرایط مسعله را دارد! (دنباله های دیگری هم وجود دارن که شرایط مسئله رو داشته باشن ولی اهمیتی نداره)

.....
سوال ۲: بیاین رنگی رو که بیشتر از همه اومده در نظر بگیرین. و بقیه یال هارو حذف کنین. گراف باقیمونده حداقل $502n$ یال داره. حالا تا زمانی که مینیمم درجه درجش کم تر از 502 هست (چون میانگین درجات کم نمیشه). مینیمم درجه رو حذف کنین. اخر کار یه گرافی میمونه که مینیمم درجش حداقل 502 هست. پس یه دوری به این طول حداقل هست. (کران یکم بهتر از اینم میشد گرفت ولی مهم نیست)

.....
سوال ۳: اول بیاین ثابت کنین نفر اول میتونه یه مربع $n \times n$ بسازه. (n تا بره راست بعد n تا پایین بعد n تا چپ بعد n تا بالا) نفر دوم نمیتونه برسه بهش, پس جواب حداقل n^2 هست. حالا یه استراتژی برای نفر دوم میشه داد که نتونه نفر اول بیشتر از n^2 امتیاز بگیره. بدون از دست رفتن کلیت مسئله میشه فرض کرد نفر اول میره سمت چپ. حالا نفر دوم میتونه اول $2n$ بار بره سمت راست و بعد $2n-1$ بار بره سمت بالا. ثابت میشه اگه نفر اول بتونه مانع نفر دوم بشه. اون موقع چند ضلعی ای که میسازه حداکثر n^2 هست مساحتش. (اگر نتونه اونموقع مساحت چند ضلعی

صفر همیشه چون نفر اول نمیتونه برگرده سر جاش) میتونیم تعداد بار هایی که نفر اول به سمت چپ حرکت کرده رو y و تعداد بار هایی که به سمت پایین حرکت کرده رو x در نظر بگیریم. بعد ثابت میشه مساحت چند ضلعی حداکثر xy هستش. و منطقی هستش که نفر اول وقتی برای اولین بار به یکی از راسای راست ترین ترین نقطه ی جدول میرسه. بعدش فقط به سمت بالا حرکت کنه چون اگه کار دیگه ای کنه صرفاً مساحتی که میسازه کم تر میشه.

پس همیشه گفت اولین باری که به یکی از راسای راست ترین ترین نقطه ی جدول میرسه قبلش $2x+y$ حرکت انجام داده. نفر دوم هم تو حرکت $4n-y$ ام تو اون نقطه قرار داره. پس اگه قرار باشه $2x+y \leq 4n-y$ باشه اون وقت ثابت میشه $xy < n^2$ هست. و این همون چیزی هست که میخوایم!