

به نام او

## آزمون تئوری پنجم شازرز

وقت آزمون: پنج ساعت

حدس عدد..... ۲۶ نمره  
شازکول یک عدد سی و هفت رقمی در ذهن خود در نظر گرفته است و شوکول قصد دارد این عدد را پیدا کند. در هر مرحله شوکول تعدادی مکان از این عدد و یک عدد مثل  $X$  به شازکول می دهد و شازکول به او می گوید که آیا در این مکان ها، عدد  $X$  ظاهر شده است یا خیر. (شوکول می تواند هر تعداد مکانی را بگوید. مثلاً بپرسد آیا در یکان، صد هزارگان و صد میلیون گان این عدد ۷ ظاهر شده است یا خیر؟). ثابت کنید شوکول با کمتر از سی و هفت پرسش نمی تواند عدد را پیدا کند.  
(شوکول معتقد است که این بازی بسیار ناجوانمردانه است و می گوید به ازای هر سوال، شازکول اگر تعداد  $X$  ها (تعداد  $X$  هایی که در مکان های پرسش شده قرار دارند) را هم به او می گفت، باز هم سی و هفت پرسش لازم بود. آیا شوکول راست می گوید؟ روی این سوال خارج از امتحان فکر کنید!)

سی و هفتمین پلیس..... ۳۷ نمره  
شازرزآباد شامل تعدادی شهر است که توسط تعدادی جاده دو طرفه با طول مشخص به هم وصل شده اند و از هر شهر به هر شهر دیگر با پیمودن تعدادی جاده که مجموع طول آن ها کمتر یا مساوی ۳۷ کیلومتر است می توان رفت. (در واقع فاصله ی هر دوشهر کمتر یا مساوی ۳۷ کیلومتر است). اخیراً به دلیل خراب کاری های ایگنیشس یکی از جاده های شازرزآباد خراب شده است و نمی توان از آن عبور کرد. ولی باز هم می توان از هر شهر به هر شهر دیگر رفت. ثابت کنید بعد از خرابی جاده از هر شهر به هر شهر دیگر با پیمودن حداکثر ۱۱۱ کیلومتر می توان رسید.

دهه ی هفتاد یادش بخیر..... ۳۷ نمره  
کشور بزرگ شازنک (یکی از همسایه های شازرزآباد) شامل ۱۹۷۲ شهر است که توسط تعدادی جاده دو طرفه به هم وصل شده اند. می دانیم هر دوشهر شازنک توسط حداقل ۱۰ مسیر دو به دو غیر متقاطع به هم وصل هستند. (در واقع درجه همبندی شازنک حداقل برابر ۹ است). از طرفی می دانیم دو شهر در شازنک وجود دارند که فاصله ی بین آن ها حداقل ۱۰۰ است. (یعنی برای رسیدن از یکی از آن ها به دیگری باید حداقل از ۹۹ شهر بگذریم، بدون احتساب خود این دو شهر). ثابت کنید این شهر ها را می توان به ۱۰۰۰ گروه تقسیم کرد به نحوی که در هر گروه، هیچ دو شهری به هم جاده نداشته باشند.