

سوال اول : کسربازی ۲۰ امتیاز

مولین کسرها را دوست دارد! ولی فقط بلد است از ۱ تا ۱۰۰ را بشمارد. او امروز سراغ دفتر برادرش مورین رفته و تمام کسرهایی که بلد است بنویسد را در آن نوشته. اتفاقاً مورین هم کسرها را دوست دارد ولی از کسرهایی که صورت و مخرجشان با هم فرق دارند و مقدارشان برابر است بدش می آید! برای همین مورین بعد از دیدن دفترش تصمیم می گیرد کسرهایی تکراری را حذف کند، اینگونه که تا زمانی که دو کسر با مقدار برابر در دفترش وجود دارد، یکی از آن ها را حذف می کند. پس از اتمام کارش، آقای میکور (پدربزرگ مولین و مورین) دفتر مورین را بر می دارد و چون حوصله اش از بیکاری سر رفته است، شروع به شمردن کسرها می کند. هم... حوصله ی شما سر نرفته؟ اگر رفته، شما هم بشینید آنها را بشمارید و باقی مانده ی محذور تعداد آن ها بر دلتا را به عنوان جواب اعلام کنید!

سوال دوم : علی آقا ۲۵ امتیاز

علی کلید دوباره به یه گاوصندوق برخورد کرده که با گاوصندوق های قبلی کاملاً متفاوت است. او تنها راهی که برای پیدا کردن رمز آن یافته، به دست آوردن رمز از روی یک رشته ی باینری اعداد ۱ تا 10^6 است. منظور از این رشته رشته ای است که از کنار هم قرار دادن شکل باینری اعداد ۱ تا 10^6 به دست می آید. یعنی ابتدای رشته به صورت زیر می شود:

۱۱۰۱۱۱۰۰ ...

علی آقا برای به دست آوردن رمز باید الگوریتم زیر را روی آن انجام دهد :

۰- S را مساوی ۰ قرار بده.

۱- تا زمانی که اندازه ی رشته بیشتر از صفر است :

۱.۱- X را برابر اولین رقم از سمت چپ رشته قرار بده و آن را حذف کن.

۱.۲- اگر X مساوی ۰ بود ، رشته را برعکس کن.

۱.۳- اگر X مساوی ۱ بود ، به جای ۰ های رشته ۱ و به جای ۱ های رشته ۰ بگذار و مقدار S را یکی اضافه کن.

۲- S را به عنوان رمز برگردان.

حال علی آقا از شما خواسته که باقی مانده ی S بر دلتا را برایش حساب کنید ، و در 40% موجودی گاوصندوق سهیم باشید.

سوال سوم : بک و اعداد گوگولی ۲۵ امتیاز

بک اعداد گوگولی را خیلی دوست دارد. همانطور که می دانید اعداد گوگولی اعدادی طبیعی هستند که فقط از ارقام ۴ و ۷ تشکیل شده اند. به یک عدد مگولی می گوییم اگر بتوان آن را به صورت جمع دو عدد گوگولی نوشت. بک از آن جا که اعداد مگولی را هم خیلی دوست دارد می خواهد همه ی آن ها را از بقالی بخرد. حال با توجه به این که هر عدد مگولی ۱ تومان قیمت دارد و بقالی سر کوچه فقط اعداد بین ۱ تا 10^4 را دارد به بک بگویید چقدر پول باید از مادرش بگیرد تا بتواند تمام اعداد مگولی بقالی سر کوچه را بخرد. باقی مانده مقدار پول لازم بر دلتا را به عنوان جواب اعلام کنید.

سوال چهارم : دور شماری ۳۰ امتیاز

یک گراف ساده ی ۲۰ راسی (راس ها را متمایز در نظر بگیرید) به طور میانگین چند دور دارد؟ باقی مانده جز صحیح این میانگین بر دلتا را به عنوان جواب خود اعلام کنید.

برای مثال یک گراف ۳ راسی به طور متوسط $\frac{1}{8}$ دور دارد. چون کلا ۸ حالت دارد و فقط در یک حالت دور دارد.

« موفق باشید ... »

