AOT

01 Übungsblatt

Mittwoch 12:00 Uhr

xxx, 000000
Tobias Pockrandt, 325550
xxx, 000000

Seitenzahl: 8

Tutor: Dr. Fricke

Abgabedatum: 17. November 2014

1. Aufgabe - Task Allokation per Auktion **(10 Punkte)**

a)

b)

c)

2. Aufgabe - Dominanzelimination in gemischten Strategien **(5 Punkte)**

I/II	c	d
A	3,3	1,4
B	5,2	-1,1
C	2,3	3,1

$$\begin{aligned} Fall1: II &= c \\ E_I(A) &= 3 \\ E_I(B) &= 5 \\ E_I(C) &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Fall2: II &= d \\ E_I(A) &= 1 \\ E_I(B) &= -1 \\ E_I(C) &= 3 \end{aligned}$$

Behauptung: B und C Dominieren A
zu Fall1:

$$\begin{aligned} x_1, x_2 &\in [0,1] \quad &(1) \\ x_1 \cdot E_I(B) + x_2 \cdot E_I(C) &\geq E_I(A) \quad &(2) \\ &\Rightarrow 5x_1 + 2x_2 \geq 3 \quad &(3) \\ \text{Da Wahrscheinlichkeitsverteilung: } x_1 + x_2 &= 1 \quad &(4) \\ &\Rightarrow x_1 \geq \frac{1}{3} \quad x_2 \leq \frac{2}{3} \quad &(5) \end{aligned}$$

zu Fall2:

$$\begin{aligned} x_1, x_2 &\in [0,1] \quad &(6) \\ x_1 \cdot E_I(B) + x_2 \cdot E_I(C) &\geq E_I(A) \quad &(7) \\ &\Rightarrow -x_1 + 3x_2 \geq 1 \quad &(8) \\ \text{Da Wahrscheinlichkeitsverteilung: } x_1 + x_2 &= 1 \quad &(9) \\ &\Rightarrow x_1 \leq \frac{1}{2} \quad x_2 \geq \frac{1}{2} \quad &(10) \end{aligned}$$

Aus (5) und (10) folgt: $\frac{1}{3} \leq x_1 \leq \frac{1}{2}$ und $x_2 = 1 - x_1$ bzw. $\frac{1}{2} \leq x_2 \leq \frac{2}{3}$. Wobei $x_1 \equiv P(B)$ und $x_2 \equiv P(C)$.
Bei Verwendung dieser Wahrscheinlichkeitsverteilungen entfällt für Spieler I die Option, sodass folgende verkleinerte Tabelle resultiert.

I/II	c	d
A	3,3	1,4
B	5,2	-1,1
C	2,3	3,1

$\Rightarrow$

I/II	c	d
B	5,2	-1,1
C	2,3	3,1

$\overset{(*)}{\Rightarrow}$

I/II	c
B	5,2
C	2,3

$\overset{(*^2)}{\Rightarrow}$

I/II	c
B	5,2

(*): $E_{II}(c) > E_{II}(d)$
(*): $E_I(B) > E_I(C)$
Somit ist I(B) und II(c) die dominante Strategie in gemischten Strategien.

3. Aufgabe - Trembling Hand Perfection **(5 Punkte)**

I/II	a	b	c
A	$\underline{1,1}$	$\underline{0},0$	-6,-4
B	$0,\underline{0}$	$\underline{0,0}$	$-4,\underline{-4}$
C	-4,-6	$\underline{-4},-4$	$\underline{-4,-4}$

Reine Nash-Gleichgewichte sind demnach die Strategien $\{(A,a),(B,b),(C,c)\}$

$$E_I(A) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot -6 = \frac{1}{3} - \frac{6}{3} = -\frac{5}{3} \tag{11}$$

$$E_I(B) = \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot -4 = -\frac{4}{3} \tag{12}$$

$$E_I(C) = \frac{1}{3} \cdot -4 + \frac{1}{3} \cdot -4 + \frac{1}{3} \cdot -4 = -\frac{4}{3} - \frac{4}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{12}{3} = -4 \tag{13}$$

$$\text{da Tabelle Symertisch ist die Werte für spieler II analog} \tag{14}$$

$$E_{II}(a) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot -6 = \frac{1}{3} - \frac{6}{3} = -\frac{5}{3} \tag{15}$$

$$E_{II}(b) = \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot -4 = -\frac{4}{3} \tag{16}$$

$$E_{II}(c) = \frac{1}{3} \cdot -4 + \frac{1}{3} \cdot -4 + \frac{1}{3} \cdot -4 = -\frac{4}{3} - \frac{4}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{12}{3} = -4 \tag{17}$$

(A,a): (ist THP NGG)
Für Spieler I sei $p_a = 1 - \varepsilon_b - \varepsilon_c$ (ε_b ist die Wkt für das Abweichen nach b; ε_c ist die Wkt für das Abweichen nach c). Dann gilt:

$$\begin{aligned} E_I(A) =& (1 - \varepsilon_B - \varepsilon_c) - \varepsilon_c \cdot 6 = 1 - \varepsilon_b - 7\varepsilon_c \\ E_I(B) =& -4\varepsilon_c \\ E_I(C) =& (1 - \varepsilon_b - \varepsilon_c) \cdot -4 + \varepsilon_b \cdot -4 + \varepsilon_c \cdot -4 = -4 \end{aligned}$$

Der Erwartungswert für Spieler I ist größer in der Gleichgewichtsstrategie, wenn gilt:
$E_{II}(A) > E_{II}(B) \Leftrightarrow \varepsilon_b < 1 - 3\varepsilon_c$
$E_{II}(A) > E_{II}(C) \Leftrightarrow \varepsilon_b < 5 - 7\varepsilon_c$
Erfüllbar für beliebig kleine ε_b und ε_c.
Da die Tabelle symmetrisch ist verläuft Spieler II analog mit dem gleichem Ergebnis.

(B,b): (ist THP NGG)
Für Spieler I sei $p_b = 1 - \varepsilon_a - \varepsilon_c$ (ε_a ist die Wkt für das Abweichen nach a; ε_c ist die Wkt für das Abweichen nach c). Dann gilt:

$$
\begin{aligned}
E_I(A) =& \varepsilon_a - 6\varepsilon_c \\
E_I(B) =& -4\varepsilon_c \\
E_I(C) =& -4
\end{aligned}
$$

Der Erwartungswert für Spieler I ist größer in der Gleichgewichtsstrategie, wenn gilt:
$E_{II}(B) > E_{II}(A) \Leftrightarrow \varepsilon_c > \frac{1}{2}\varepsilon_a$
$E_{II}(B) > E_{II}(C) \Leftrightarrow \varepsilon_c < 1$
Erfüllbar für beliebig kleine ε_a und ε_c
Da die Tabelle symmetrisch ist, verläuft Spieler II analog mit dem gleichem Ergebnis.

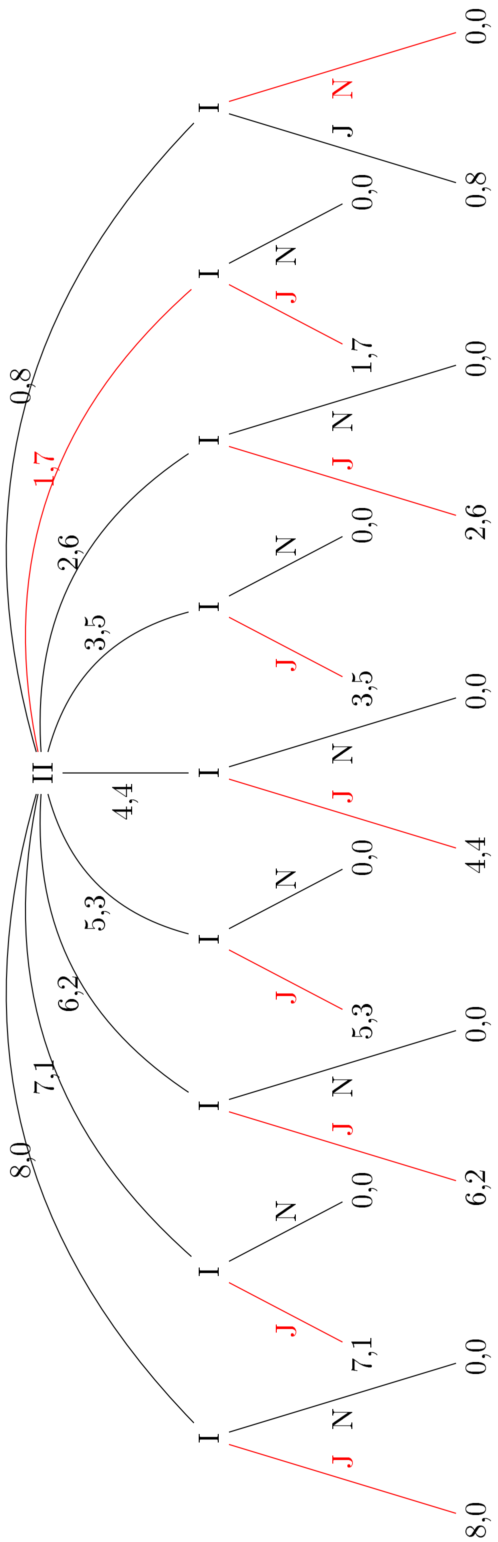
(C,c):
Für Spieler I sei $p_c = 1 - \varepsilon_a - \varepsilon_b$ (ε_a ist die Wkt für das Abweichen nach a; ε_b ist die Wkt für das Abweichen nach b). Dann gilt:

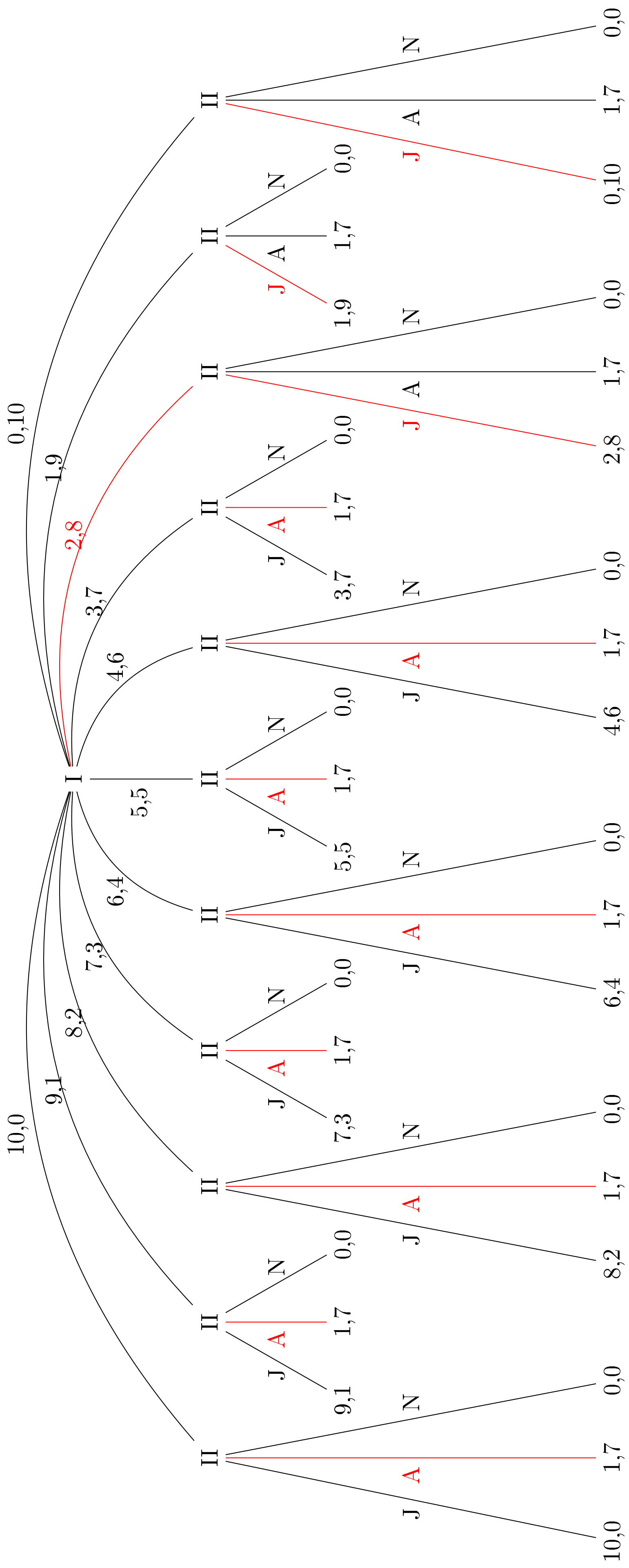
$$
\begin{aligned}
E_I(A) =& \varepsilon_a - 6(1 - \varepsilon_a - \varepsilon_b) = -6 + 5\varepsilon_a + 6\varepsilon_b \\
E_I(B) =& -4(1 - \varepsilon_a - \varepsilon_b) = -4 + 4\varepsilon_a + 4\varepsilon_b \\
E_I(C) =& -4
\end{aligned}
$$

Der Erwartungswert für Spieler I ist größer in der Gleichgewichtsstrategie, wenn gilt:
$E_{II}(C) > E_{II}(A) \Leftrightarrow \varepsilon_b < \frac{1}{3} - \frac{5}{6}\varepsilon_a$
$E_{II}(C) > E_{II}(B) \Leftrightarrow 0 > \varepsilon_a + \varepsilon_b$
Dies ist nicht möglich das $\varepsilon_a >= 0$ und $\varepsilon_b >= 0$ gelten muss. Daher kann (C,c) nicht THP sein.

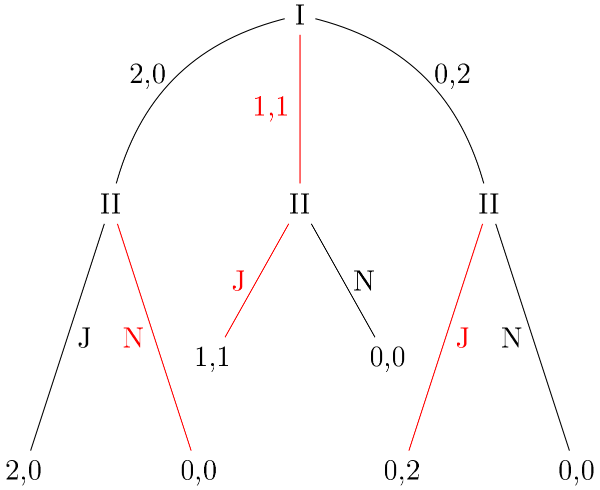
4. Aufgabe - 2-Stufiges Ultimatumspiel mit Inflation **(5 Punkte)**

a) / b)


II
8,0
7,1
6,2
5,3
4,4
3,5
2,6
1,7
0,8
I
J
N
8,0
0,0
7,1
0,0
6,2
0,0
5,3
0,0
4,4
0,0
3,5
0,0
2,6
0,0
1,7
0,0
0,8
0,0


I
II
0,10
1,9
2,8
3,7
4,6
5,5
6,4
7,3
8,2
9,1
10,0
J
A
N
0,0
1,7
0,10
1,9
2,8
3,7
4,6
5,5
6,4
7,3
8,2
9,1
10,0

c) Auf der geringsten Stufe in der I 2 Münzen anbieten kann, werden sie sich beide auf (1,1) einigen (vgl. Baum unten). Mit diesem Ergebnis einigen sich beide auf der nächst höheren Stufe (II bietet 4 Münzen) auf (2,2). Dies würde sich bis zu I bietet 10 Münzen mit (5,5) fortsetzen.



5. Aufgabe - WM-Spielort vergeben **(10 Punkte)**

Die Angabe der Bestechungen ist wie folgt aufgebaut: Xp_i wobei X die Menge ist die dem Entscheider p_i geboten wird. 0all bedeutet das kein Entscheider bestochen wird.
Unter allem steht die Annahme das es Besser ist die WM auszutragen und mit 0-Nutzen hervorzugehen, als nicht zu Bestechen.

X\ Y	0all	$1p_1$	$1p_2$	$1p_3$	$1p_1 1p_2$	$1p_1 1p_3$	$1p_2 1p_3$	$2p_1$	$2p_2$	$2p_3$
0all	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$1p_1$	-1,2	-1,1	-1,1	-1,1	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0
$1p_2$	-1,2	-1,1	-1,1	-1,1	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0
$1p_3$	-1,2	-1,1	-1,1	-1,1	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0
$1p_1 1p_2$	0,0	-2,1	-2,1	0,-1	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	0,-2
$1p_1 1p_3$	0,0	-2,1	0,-1	-2,1	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	0,-2	-2,0
$1p_2 1p_3$	0,0	0,-1	-2,1	-2,1	-2,0	-2,0	-2,0	0,-2	-2,0	-2,0
$2p_1$	-2,2	-2,1	-2,1	-2,1	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0
$2p_2$	-2,2	-2,1	-2,1	-2,1	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0
$2p_3$	-2,2	-2,1	-2,1	-2,1	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0

$$\overset{\textit{Dominanz}}{\Downarrow}$$

X\ Y	0all	$1p_1$	$1p_2$	$1p_3$	$1p_1 1p_2$	$1p_1 1p_3$	$1p_2 1p_3$	$2p_1$	$2p_2$	$2p_3$
0all	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$1p_1 1p_2$	0,0	-2,1	-2,1	0,-1	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	0,-2
$1p_1 1p_3$	0,0	-2,1	0,-1	-2,1	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	0,-2	-2,0
$1p_2 1p_3$	0,0	0,-1	-2,1	-2,1	-2,0	-2,0	-2,0	0,-2	-2,0	-2,0

X\ Y	0all	$1p_1$	$1p_2$	$1p_3$	$1p_1 1p_2$	$1p_1 1p_3$	$1p_2 1p_3$	$2p_1$	$2p_2$	$2p_3$
0all	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$1p_1 1p_2$	0,0	-2,1	-2,1	0,-1	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	0,-2
$1p_1 1p_3$	0,0	-2,1	0,-1	-2,1	-2,0	-2,0	-2,0	-2,0	0,-2	-2,0
$1p_2 1p_3$	0,0	0,-1	-2,1	-2,1	-2,0	-2,0	-2,0	0,-2	-2,0	-2,0

a) In der letzten Tabelle sind die Effizientesten Antworten von Y auf die Bestechungen von X rot markiert. Daraus wird ersichtlich das Y immer mit 1 oder 2 Gewinnt. Für X ist das Beste Ergebnis keinen zu bestechen, somit bleibt X bei 0 und Y bei 2.

b) Ohne die erweiterte Tabelle zu erstellen lassen sich Schlüsse ziehen. Das Bestechen eines einzelnen Entscheiders egal mit welcher Summe, kann nur Verlust generieren, da die beiden anderen sich somit für Y entscheiden. Jeweils 2 Entscheider mit jeweils einer Einheit zu bestechen führt ebenfalls zu keinem Gewinn. Einen mit 2 und einen mit 1 zu bestechen würde einen Verlust bedeuten, da Y nur den Entscheider mit der 1 bestechen müsste um zu gewinnen. Gleiches gilt für einen mit 3 und einen mit 1. Alle mit 1 Einheit zu bestechen, würde ebenfalls einen Verlust zu folge haben, da Y nur 2 Bestechen müsste und gewinnt. Zwei mit 1 und einen mit 2 zu Bestechen hätte das gleiche Ergebnis. Somit bleibt nur noch die Möglichkeit 2 Entscheider mit jeweils 2 Einheiten zu bestechen, jedoch reicht es Y einen mit 2 zu Bestechen und gewinnt Automatisch. Somit ist auch mit 4 Ressourcen für X kein Sieg möglich. Dies liegt daran das sich Y auf das Jeweilige Ergebnis einstellen kann und auch mittels der Gleichstandregel die Entscheidung des Komitees für sich entscheiden kann.

c)

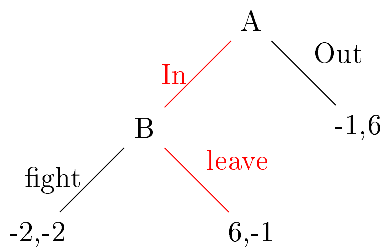
Y \ X	Optimale Antowort	Outcome
0all	$1p_1 1p_2, 1p_1 1p_3, 1p_2 1p_3$	0,0 X-Win
$1p_1 = 1p_2 = 1p_3$	Bestechung beider anderen mit einer Einheit	-1,0 X-Win
$2p_1 = 2p_2 = 2p_3$	Bestechung beider anderen mit einer Einheit	-2,0 X-Win
$1p_1 1p_2, 1p_1 1p_3, 1p_2 1p_3$	0all	0,0 Y-Win

Der Vorteil, das sich Y auf X einstellen kann ist entfallen, somit ist nur noch die Gleichheitsregel für Y. Dies führt nach Tabelle dazu, das Y im Besten Fall mit 0 aus der Bestechungsaffäre hervorgeht. Die Wahl steht lediglich zwischen X gewinnt mit 0,0 und Y gewinnt mit 0,0.

6. Aufgabe - Konzentration auf Kernkompetenz (10 Punkte)

a)

Ein Eroberter Markt bringt 6 und ein verlorener Markt -1, da beide im Markt seinen wollen. Ein Kampf ist für beide schlechter als das Verlassen des Marktes.



b) Nach dem Baum in Aufgabe a) würde A immer in den Markt gehen und B grundsätzlich verdrängen, weil B die Möglichkeit hat auf seinen Ersatzmarkt zurückzugreifen. Nimmt man B nun, wie aus der Aufgabenstellung, diese Rückzugsmöglichkeit würde es Grundsätzlich zum Kampf kommen und A würde nicht in den Markt einsteigen wollen.