alors la matrice d'observation construite avec les variables articulaires simulées est proche de la matrice d'observation réelle $W_{reel}$. Dans ce cas l'approximation de la jacobienne (11) est vérifiée. Par conséquence le vecteur de paramètres estimés $X_1$ est proche du vecteur de paramètres réel $X_{reel}$. Finalement $W_0X_1$ est proche de $Y$ et le critère $C_\tau$ est minimisé. On formalise cette explication de la manière suivante :

$$\lim_{\substack{f_{eb}\to{}^a f_{eb} \\ g_{tau}/M\to{}^a g_{tau}/{}^a M}} W_0 \approx W_{reel} \Rightarrow \lim_{W_0\to W_{reel}} X_1 \approx X_{reel} \tag{20}$$

### D. Initialisation de la procédure itérative

L'initialisation de la procédure itérative pose la question du choix du vecteur $\hat{X}_k$ pour $k = 0$. Dans [16] et [21], une initialisation régulière est proposée :

$$\begin{aligned} &M_{1_0} = M_{2_0} = k_0 = 1 \\ &Fv_{1_0} = Fv_{2_0} = Fs_{1_0} = Fs_{2_0} = Offset_0 = 0 \end{aligned} \tag{21}$$

On rappelle que par l'utilisation des gains d'adaptation $g_{m_k}$ et $g_{c_k}$, le sensibilité aux paramètres des variables articulaires est très faible. Une deuxième initialisation appelée initialisation pseudo-régulière a été décrite dans [17] :

$$\begin{aligned} &M_{1_0} = M_{2_0} = \frac{M_{tot}}{2},\ k_0 = M_{tot}(\pi f_{nat_{ap}})^2 \\ &Fv_{1_0} = Fv_{2_0} = \frac{Fv_{tot}}{2},\ Fs_{1_0} = Fs_{2_0} = \frac{Fs_{tot}}{2} \\ &Offset_0 = Offset \end{aligned} \tag{22}$$

Ces deux initialisations vont être testées par la suite.

## V. Validation expérimentale

### A. Acquisition de donnée

La position du moteur et du chariot sont mesurées par des encodeurs à haute résolution (12500 points par tour). La fréquence d'échantillonnage des positions et de la consigne est de 1000Hz. L'effort moteur est calculé par la relation suivante :

$$\tau_1 =^{ap} g_\tau v_\tau \text{ avec } {}^{ap}g_\tau = 35.15 N.V^{-1} \tag{23}$$

Où $v_\tau$ est le tension de référence de l'amplificateur de courant et ${}^{ap}g_\tau$ est le gain d'actionnement du moteur. Ce dernier est pris comme un gain constant car la bande passante de la boucle de courant est supérieur à la bande passante du robot. Un essai à sortie bloquée estime le premier mode flexible $f_n$ au alentour de 30Hz. La bande passante de la comme boucle fermée avec un régulateur PD est fixé à 20.05Hz. Cette fréquence permet d'identifier tous les paramètres du robot.

La trajectoire excitante est composée d'un signal de type trapèze-vitesse sommé d'un sinus à fréquence variable à faible amplitude. Le signal en trapèze-vitesse permet d'exciter les inerties et les frottements. Le sinus à fréquence variable excite la raideur.

### B. Identification du modèle dynamique rigide

Le modèle dynamique rigide est valable à basse fréquence (inférieur à 10Hz). Le filtre decimate est donc réglé à une fréquence de 5Hz. Les conditions initiales sur les paramètres utilise l'initialisation régulière ($ZZ_{tot_0} = 1$, $F_{vtot_0} = 0$, $F_{stot_0} = 0$, $Offset_0 = 0$). Les gains du simulateur sont adaptés dans le simulateur à chaque itération k comme expliqué dans [16].

Au bout de deux itérations tous les paramètres sont identifiés :

TABLE I
Identification avec la méthode DIDIM du modèle dynamique rigide

| Paramètre | $\hat{X}_2$ | $\%\sigma_{\hat{X}_2}$ |
|---|---|---|
| $M_{tot}$ $(Kg)$ | 107 | 0.382 |
| $Fv_{tot}$ $(N/m/s)$ | 209 | 1.75 |
| $Fs_{tot}$ $(N)$ | 19.5 | 1.63 |
| $Offset$ $(N)$ | $-3.22$ | 4.31 |
| $\|\|Y - W.X\|\|/\|\|Y\|\|$ | | 4.25% |
| $Cond(W)$ | | 26.6 |
| $Cond(\Phi)$ | | 11.3 |

Ces valeurs vont permettre par la suite de calculer les conditions initiales des paramètres avec l'initialisation pseudo-régulière.

### C. Identification du rapport ${}^a g_\tau/{}^a M$ optimal et de la fréquence naturelle à entrée bloquée optimale ${}^{opt}f_{eb}$

La méthode d'optimisation choisie utilise l'algorithme Nelder-Mead. Pour l'optimisation avec le critère $C_{q_1}$, la fréquence de coupure basse est de 5Hz et la fréquence de coupure haute est de 60Hz. Un sous-échantillonnage des mesures est effectué. La fréquence de coupure pour le critère $C_\tau$ est aussi de 60Hz avec un sous-échantillonnage.

Les conditions initiales sont les suivantes : $\left(\frac{{}^a g_\tau}{{}^a M}\right) = 0.45$ et $f_{eb} = 30Hz$. La convergence sur le critère $C_\tau$ prend 12 itérations et 15 pour le critère $C_{q_1}$ pour respectivement 23 et 26 simulations du MDD.

TABLE II
Résultats d'identification

| Critère | $C_{q_1}$ | | $C_\tau$ | |
|---|---|---|---|---|
| Gains | ${}^{opt}\left(\frac{{}^a g_\tau}{{}^a M}\right)$ | ${}^{opt}f_{eb}$ | ${}^{opt}\left(\frac{{}^a g_\tau}{{}^a M}\right)$ | ${}^{opt}f_{eb}$ |
| | 0.3458 | 23.76 | 0.3095 | 23.65 |
| | $C_{q_1 final} = 2.12\%$ | | $C_{\tau final} = 10.91\%$ | |

Logiquement la valeur de ${}^{opt}\left(\frac{{}^a g_\tau}{{}^a M}\right)$ doit être proche de $\frac{{}^{ap}g_\tau}{M_{tot}}$ si ${}^{ap}g_\tau$ est connu avec assez de précision. On remarque que c'est le cas : $\frac{{}^{ap}g_\tau}{M_{tot}} = 0.3285 \approx^{opt} \left(\frac{{}^a g_\tau}{{}^a M}\right)$

L'identification de ces valeurs va permettre de conserver précisément les bandes passantes des ddl rigide et flexible et de prendre en compte l'erreur sur ${}^{ap}g_\tau$ et $M_{tot}$. Les valeurs de ${}^{opt}\left(\frac{{}^a g_\tau}{{}^a M}\right)$ et de ${}^{opt}f_{eb}$ prises pour la suite sont celles identifiées avec le deuxième critère qui n'utilise que l'effort moteur.

### D. Identification du modèle dynamique flexible

Deux identifications avec la méthode DIDIM sont effectuées, une avec l'initialisation régulière (DIDIM 1) et une avec l'initialisation pseudo-régulière (DIDIM 2). Une identification avec la méthode IDIM est présente à des fins de