Gestion de flux dans le réseau

TD n $^{\circ}$ 4

Modélisation mathématique

Q4

Sibylle Roux

Juliette Arazo Tanguy Thomas Nicolas Le Gallo

12 novembre 2017

Table des matières

Ι	Etude statistique des temps interarrivés	4
1	Etude statistique des temps interarrivés pour tous les serveurs 1.1 Indicateurs de position et de dispersion	4 4 4 5 5 5
ΙΙ	Etude statistique des temps de service	6
2	Indicateurs de position et de dispersion	6
3	Fonctions de répartition 3.1 Serveur 1	7 7 8 8
4	Histogrammes 4.1 Serveur 1 4.2 Serveur 2 4.3 Serveur 3	9 9 10 10
ΙI	I Ajustement graphique à des lois mathématiques	11
5	Estimation des paramètres 5.1 Loi normale	11 11 11 11
6	Tous les serveurs6.1Superposition des fonctions de répartition	12 12 12
7	Serveur 1 7.1 Superposition des fonctions de répartition	13 13 13
8	Serveur 2 8.1 Superposition des fonctions de répartition	14 14 14

9 Serveur 3							
	9.1	Super	position des fonctions de répartition				
	9.2		position des fonctions de densité et de l'histogramme				
Α	Etude statistique des temps interarrivés 1						
	A.1		steurs de position et de dispersion				
	A.2		ion de répartition				
	A.3		gramme				
	11.0	A.3.1					
			Histogramme avec classes isofréquences				
В	D+	do ato	tistique des temps de service				
Ъ	ъ. В.1		tistique des temps de service teurs de position et de dispersion				
	D.1	B.1.1	<u>.</u>				
		В.1.1	Serveur 1				
			Serveur 2				
	D 0	B.1.3	Serveur 3				
	B.2		ions de repartitions				
		B.2.1	Serveur 1				
		B.2.2	Serveur 2				
	ъ.	B.2.3	Serveur 3				
	B.3	_	grammes				
		B.3.1	Serveur 1				
		B.3.2	Serveur 2				
		B.3.3	Serveur 3				
\mathbf{C}	Aju	\mathbf{steme}	nt graphique à des lois mathématiques				
	C.1	Tous l	les serveurs				
		C.1.1	Superposition des fonctions de répartitions				
		C.1.2	Superposition des fonctions de densité et de l'histogramme				
	C.2	Serveu	ır 1				
		C.2.1	Superposition des fonctions de répartitions				
		C.2.2	Superposition des fonctions de densité et de l'histogramme				
	C.3	Serveu					
		C.3.1	Superposition des fonctions de répartitions				
		C.3.2	Superposition des fonctions de densité et de l'histogramme				
	C.4	Servei	1 1				
		C.4.1	Superposition des fonctions de répartitions				
			Superposition des fonctions de densité et de l'histogramme				

Première partie

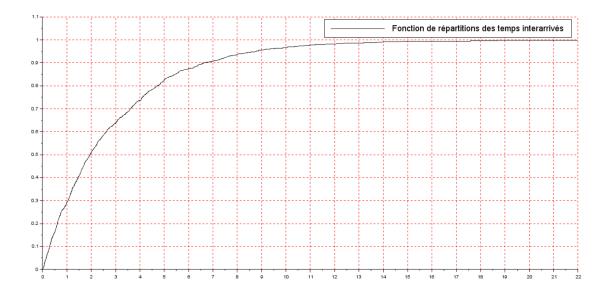
Etude statistique des temps interarrivés

- 1 Etude statistique des temps interarrivés pour tous les serveurs
- 1.1 Indicateurs de position et de dispersion

Min	Max	Moyenne	Médiane
0.01	21.98	2.9	1.95
Varia	ance F	Ecart-type	Etendue
8.7	73	2.95	22

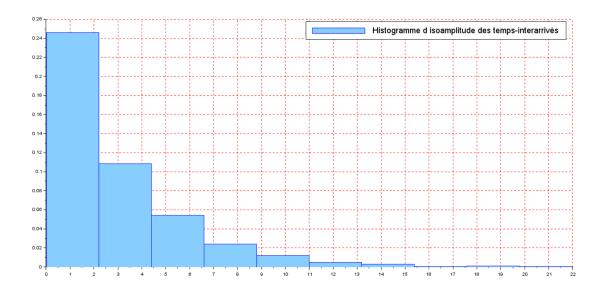
Q1	Q2	Interquartile
0.76	4.00	2 22

1.2 Fonction de répartition

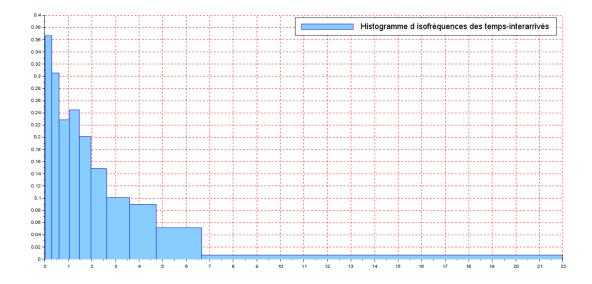


1.3 Histogramme

1.3.1 Histogramme avec classes isoamplitudes



1.3.2 Histogramme avec classes isofréquences



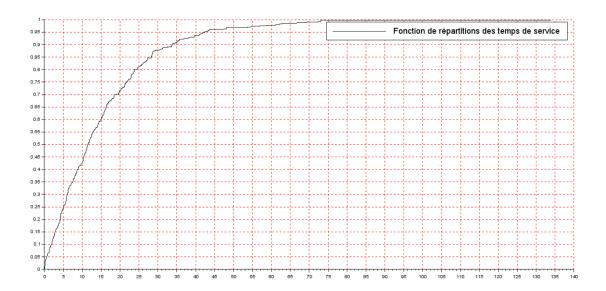
Deuxième partie Etude statistique des temps de service

2 Indicateurs de position et de dispersion

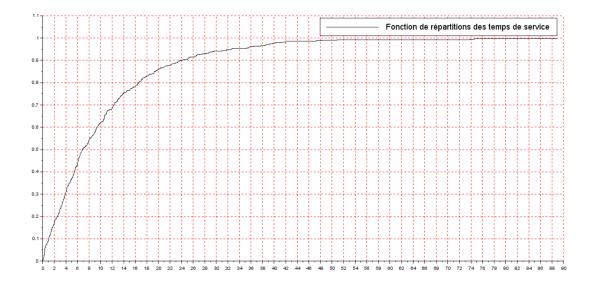
Indicateurs	Serveur 1	Serveur 2	Serveur 3
Minimum	0.01	0.04	0.01
Maximum	134	88.9	68.6
Etendue	134	88.8	68.6
Moyenne	15.5	10.6	6.27
Médiane	11.5	6.82	4.35
Q1	5.05	3.29	1.75
Q3	21.9	13.9	8.36
IQ	16.8	10.6	6.61
Ecart-Type	15	11.3	6.85
Variance	225	127	46.9

3 Fonctions de répartition

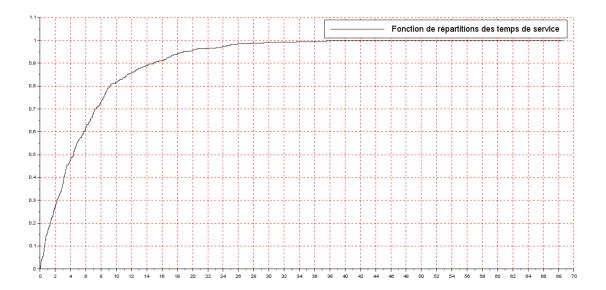
3.1 Serveur 1



3.2 Serveur 2

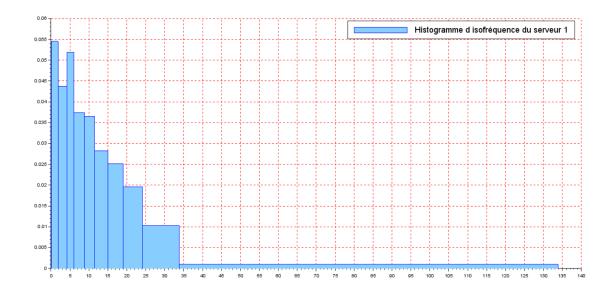


3.3 Serveur 3

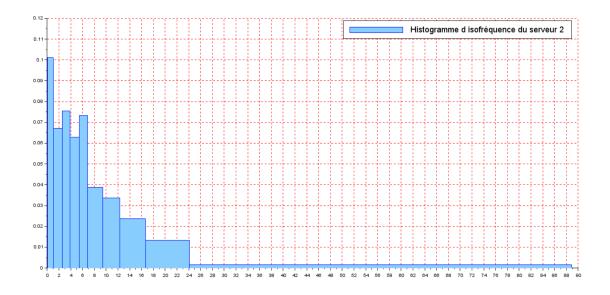


4 Histogrammes

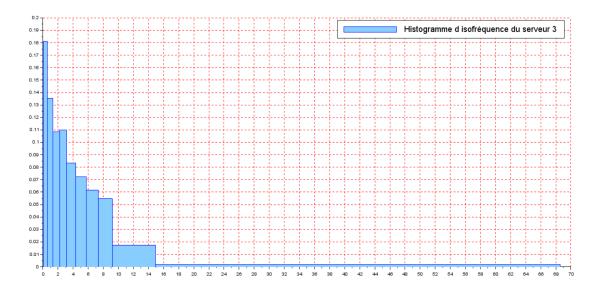
4.1 Serveur 1



4.2 Serveur 2



4.3 Serveur 3



Troisième partie

Ajustement graphique à des lois mathématiques

Estimation des paramètres

5.1Loi normale

La loi normale $X \sim N(\mu, \sigma)$ s'exprime en fonction de l'esperance μ ainsi que de l'écart-type σ . On associe donc l'espérance à la moyenne des temps d'attentes/temps interarrivés.

Loi uniforme 5.2

La loi uniforme dépend de 2 paramètres : a et b qui correspondant à l'intervalle [a,b] sur laquelle est définie la loi uniforme. On associe donc a au minimum et b au maximum des temps d'attentes/temps interarrivés.

5.3Loi exponentielle

La loi exponentielle dépend d'un seul paramètre : λ . Or on sait que pour une loi exponentielle X:

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \tag{1}$$

$$V(X) = \frac{1}{\lambda^2} \tag{2}$$

Donc

$$\lambda = \frac{1}{E(X)} \tag{3}$$

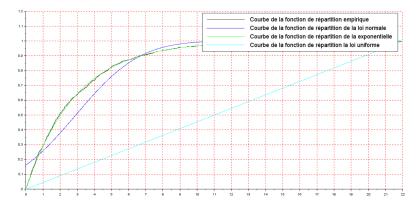
$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{V(X)}}$$

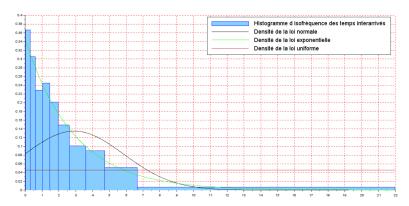
$$= \frac{1}{\sigma}$$
(4)

$$=\frac{1}{\sigma}\tag{5}$$

On en déduit déjà que pour qu'une la moyenne doit être égale à l'écart type pour que les temps de services soient les réalisations d'une loi exponentielle.

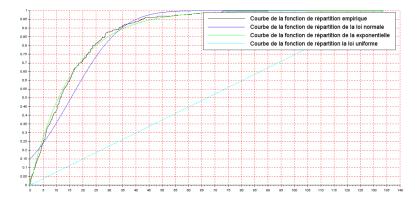
- 6 Tous les serveurs
- 6.1 Superposition des fonctions de répartition

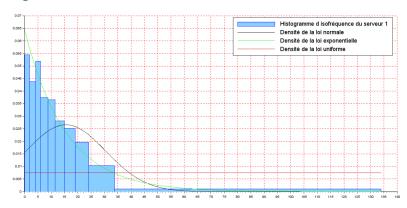




7 Serveur 1

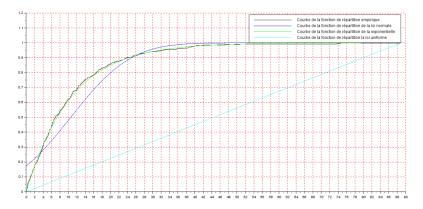
7.1 Superposition des fonctions de répartition

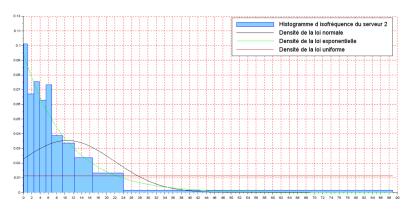




8 Serveur 2

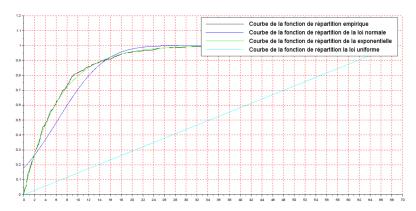
8.1 Superposition des fonctions de répartition

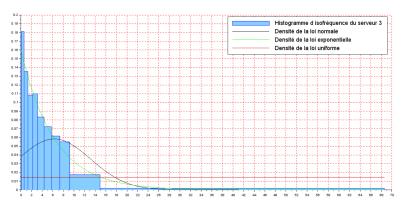




9 Serveur 3

9.1 Superposition des fonctions de répartition





Etude statistique des temps interarrivés

Indicateurs de position et de dispersion

```
// Extraction des temps inter-arrivées
t_{ia} = data(2:\$, 2) - data(1:1237, 2);
extremes = [min(t_ia), max(t_ia)] // calcul du min et du max
moyenne = mean(t_ia) // calcul de la moyenne
mediane = perctl(t_ia,50) // calcul de la mediane
// calcul de la variance et de l'écart-type
v = variance(t_ia)
s = stdev(t_ia)
// calcul de l'étendue
etendue = extremes(2) - extremes(1)
Q1 = perctl(t_ia, 25) // premier quartile
Q3 = perctl(t_ia, 75) // troisième quartile
IQ = Q3(1) - Q1(1) // intervalle interquartile
A.2 Fonction de répartition
// Extraction des temps inter-arrivées
t_ia = data(2:$, 2) - data(1:1237, 2);
tab = tabul(t_ia, 'i'); // construction du tableau des effectifs
tab(:,2) = tab(:,2)/length(t_ia); // calcul des fréquences
F = cumsum(tab(:,2)); // calcul des fréquences cumulées
plot2d2(tab(:,1),F)
legend("Fonction de répartitions des temps interarrivés")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
A.3
      Histogramme
```

A.3.1 Histogramme avec classes isoamplitudes

```
// Extraction des temps inter-arrivées
t_ia = data(2:$, 2) - data(1:1237, 2);
C = linspace(min(t_ia), max(t_ia), 11) // calcul des classes
```

```
histplot(C, t_ia, style=2) // dessine l'histogramme legend("Histogramme d isoamplitude des temps-interarrivés")
```

A.3.2 Histogramme avec classes isofréquences

```
// Extraction des temps inter-arrivées
t_ia = data(2:$, 2) - data(1:1237, 2);

deciles=perctl(t_ia,10:10:90) // Calcul des déciles
// Affectations d'isofréquences comme bornes de classes
for i=2:10
        ClassesDeciles(i)=deciles(i-1)
end
ClassesDeciles(1)=min(t_ia)
ClassesDeciles(11)=max(t_ia)
histplot(ClassesDeciles,t_ia,style=2) // dessine l'histogramme
legend("Histogramme d isofréquences des temps-interarrivés")
```

B Etude statistique des temps de service

B.1 Indicateurs de position et de dispersion

B.1.1 Serveur 1

```
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) = 1 )
tabS1 = data(index_bool, :)
t_s1 = tabS1(1:$,4)

extremesS1 = [min(t_s1), max(t_s1)] // calcul du min et du max
moyenneS1 = mean(t_s1) // calcul de la moyenne
medianeS1 = perctl(t_s1,50) // calcul de la mediane

// calcul de la variance et de l'écart-type
vS1 = variance(t_s1)
sS1 = stdev(t_s1)

// calcul de l'étendue
etendueS1 = extremesS1(2) - extremesS1(1)

Q1S1 = perctl(t_s1, 25) // premier quartile
Q3S1 = perctl(t_s1, 75) // troisième quartile
IQS1 = Q3S1(1) - Q1S1(1) // intervalle interquartile
```

```
B.1.2 Serveur 2
```

```
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) = 2 )
tabs2 = data(index_bool, :)
t_s2 = tabs2(1:\$,4)
extremesS2 = [min(t_s2), max(t_s2)] // calcul du min et du max
moyenneS2 = mean(t_s2) // calcul de la moyenne
medianeS2 = perctl(t_s2,50) // calcul de la mediane
// calcul de la variance et de l'écart-type
vS2 = variance(t_s2)
sS2 = stdev(t_s2)
// calcul de l'étendue
etendueS2 = extremesS2(2) - extremesS2(1)
Q1S2 = perctl(t_s2, 25) // premier quartile
Q3S2 = perctl(t_s2, 75) // troisième quartile
IQS2 = Q3S2(1) - Q1S2(1) // intervalle interquartile
B.1.3 Serveur 3
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) = 3 )
tabS3 = data(index_bool, :)
t_s3 = tabS3(1:\$,4)
extremesS3 = [min(t_s3), max(t_s3)] // calcul du min et du max
moyenneS3 = mean(t_s3) // calcul de la moyenne
medianeS3 = perctl(t_s3,50) // calcul de la mediane
// calcul de la variance et de l'écart-type
vS3 = variance(t_s3)
sS3 = stdev(t_s3)
// calcul de l'étendue
etendueS3 = extremesS3(2) - extremesS3(1)
Q1S3 = perctl(t_s3, 25) // premier quartile
Q3S3 = perctl(t_s3, 75) // troisième quartile
IQS3 = Q3S3(1) - Q1S3(1) // intervalle interquartile
```

B.2 Fonctions de repartitions

B.2.1 Serveur 1

```
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 1 )
tabS1 = data(index_bool, :)
t_s1 = tabS1(1:\$,4);
tab = tabul(t_s1,'i')
tab(:,2) = tab(:,2)/length(t_s1)
F = cumsum(tab(:,2))
plot2d2(tab(:,1),F)
legend("Fonction de répartitions des temps de service")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
B.2.2 Serveur 2
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 2 )
tabS1 = data(index_bool, :)
t_s1 = tabS1(1:\$,4);
tab = tabul(t_s1,'i')
tab(:,2) = tab(:,2)/length(t_s1)
F = cumsum(tab(:,2))
plot2d2(tab(:,1),F)
legend("Fonction de répartitions des temps de service")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
B.2.3 Serveur 3
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 3 )
```

```
tabS1 = data(index_bool, :)
t_s1 = tabS1(1:\$,4);
tab = tabul(t_s1,'i')
tab(:,2) = tab(:,2)/length(t_s1)
F = cumsum(tab(:,2))
plot2d2(tab(:,1),F)
legend("Fonction de répartitions des temps de service")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
      Histogrammes
B.3
B.3.1 Serveur 1
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 1 )
tabS1 = data(index_bool, :)
t_s1 = tabS1(1:\$,4);
deciles=perctl(t_s1,10:10:90);
for i=2:10
   ClassesDeciles(i) = deciles(i-1)
end
ClassesDeciles(1)=min(t_s1)
ClassesDeciles(11) = max(t_s1)
histplot(ClassesDeciles,t_s1,style=2)
legend("Histogramme d isofréquence du serveur 1")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
B.3.2 Serveur 2
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 2 )
tabS2 = data(index_bool, :)
t_s2 = tabS2(1:\$,4);
```

```
deciles=perctl(t_s2,10:10:90);
for i=2:10
    ClassesDeciles(i) = deciles(i-1)
ClassesDeciles(1)=min(t_s2)
ClassesDeciles(11)=max(t_s2)
histplot(ClassesDeciles,t_s2,style=2)
legend("Histogramme d isofréquence du serveur 2")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
B.3.3 Serveur 3
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 3 )
tabS3 = data(index_bool, :)
t_s3 = tabS3(1:\$,4);
deciles=perctl(t_s3,10:10:90);
for i=2:10
   ClassesDeciles(i)=deciles(i-1)
end
ClassesDeciles(1)=min(t_s3)
ClassesDeciles(11)=max(t_s3)
histplot(ClassesDeciles,t_s3,style=2)
legend("Histogramme d isofréquence du serveur 3")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
```

C Ajustement graphique à des lois mathématiques

C.1 Tous les serveurs

C.1.1 Superposition des fonctions de répartitions

```
// Extraction des temps inter-arrivées
t_ia = data(2:$, 2) - data(1:1237, 2);
```

```
tab = tabul(t_ia, 'i'); // construction du tableau des effectifs
tab(:,2) = tab(:,2)/length(t_ia); // calcul des fréquences
F = cumsum(tab(:,2)); // calcul des fréquences cumulées
plot2d2(tab(:,1),F)
legend("Fonction de répartitions des temps interarrivés")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
// Répartition loi normale
a=min(t_ia):0.01:max(t_ia)
m=ones(a)*mean(t_ia)
s=ones(a)*stdev(t_ia)
[P,Q]=cdfnor("PQ",a,m,s)
plot2d2(a,P,style=2)
// Repartition loi exponentielle
lambda=1/mean(t_ia)
b=1-exp(-lambda*a)
plot2d2(a,b,style=3)
// Repartition loi uniforme
c=(a-min(t_ia))/(max(t_ia)-min(t_ia))
plot2d2(a,c,style=4)
legend ("Courbe de la fonction de répartition empirique", "Courbe de la fonction
```

de répartition de la loi normale", "Courbe de la fonction de répartition de la exponentielle", "Courbe de la fonction de répartition la loi uniforme")

```
// Extraction des temps inter-arrivées
t_ia = data(2:$, 2) - data(1:1237, 2);
// Histogramme
deciles=perctl(t_ia,10:10:90);
for i=2:10
   ClassesDeciles(i)=deciles(i-1)
end
ClassesDeciles(1)=min(t_ia)
ClassesDeciles(11)=max(t_ia)
histplot(ClassesDeciles,t_ia,style=2)
// Densité de la loi normale
```

```
a=min(t_ia):0.01:max(t_ia)
m=mean(t_ia)
v=stdev(t ia)
b=(1/(v*sqrt(2*\%pi))*exp((-1/2)*((a-m)/v)^2))
plot2d2(a,b,style=1)
// Densité de la loi exponentielle
lambda=1/mean(t_ia)
b=lambda*exp(-lambda*a)
plot2d2(a,b,style=3)
// Densité de la loi uniforme
h=1/(max(t_ia)-min(t_ia))
b=ones(a)*h
plot2d2(a,b,style=20)
legend ("Histogramme d isofréquence des temps interarrivés", "Densité de la loi
normale", "Densité de la loi exponentielle", "Densité de la loi uniforme")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
C.2
      Serveur 1
C.2.1 Superposition des fonctions de répartitions
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 1 )
tabS1 = data(index_bool, :)
t_s1 = tabS1(1:\$,4);
// Repartition empirique
tab = tabul(t_s1,'i')
tab(:,2) = tab(:,2)/length(t_s1)
F = cumsum(tab(:,2))
plot2d2(tab(:,1),F)
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
```

```
// Répartition loi normale
a=min(t_s1):0.01:max(t_s1)
m=ones(a)*mean(t_s1)
s=ones(a)*stdev(t_s1)
[P,Q]=cdfnor("PQ",a,m,s)
plot2d2(a,P,style=2)

// Repartition loi exponentielle
lambda=1/mean(t_s1)
b=1-exp(-lambda*a)
plot2d2(a,b,style=3)

// Repartition loi uniforme
c=(a-min(t_s1))/(max(t_s1)-min(t_s1))
plot2d2(a,c,style=4)
```

legend("Courbe de la fonction de répartition empirique", "Courbe de la fonction de répartition de la loi normale", "Courbe de la fonction de répartition de la exponentielle", "Courbe de la fonction de répartition la loi uniforme")

```
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 1 )
tabS1 = data(index_bool, :)
t_s1 = tabS1(1:\$,4);
deciles=perctl(t_s1,10:10:90);
for i=2:10
   ClassesDeciles(i) = deciles(i-1)
end
ClassesDeciles(1)=min(t_s1)
ClassesDeciles(11)=max(t_s1)
histplot(ClassesDeciles,t_s1,style=2)
// Densité de la loi normale
a=min(t_s1):0.01:max(t_s1)
m=mean(t_s1)
v=stdev(t_s1)
b=(1/(v*sqrt(2*\%pi))*exp((-1/2)*((a-m)/v)^2))
plot2d2(a,b,style=1)
// Densité de la loi exponentielle
lambda=1/mean(t_s1)
b=lambda*exp(-lambda*a)
```

```
plot2d2(a,b,style=3)
// Densité de la loi uniforme
h=1/(max(t_s1)-min(t_s1))
b=ones(a)*h
plot2d2(a,b,style=20)
legend("Histogramme d isofréquence du serveur 1", "Densité de la loi
normale", "Densité de la loi exponentielle", "Densité de la loi uniforme")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
      Serveur 2
C.3
C.3.1 Superposition des fonctions de répartitions
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 2 )
tabS2 = data(index_bool, :)
t_s2 = tabS2(1:\$,4);
// Repartition empirique
tab = tabul(t_s2,'i')
tab(:,2) = tab(:,2)/length(t_s2)
F = cumsum(tab(:,2))
plot2d2(tab(:,1),F)
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
// Répartition loi normale
a=min(t_s2):0.01:max(t_s2)
m=ones(a)*mean(t_s2)
s=ones(a)*stdev(t_s2)
[P,Q]=cdfnor("PQ",a,m,s)
plot2d2(a,P,style=2)
// Repartition loi exponentielle
lambda=1/mean(t s2)
```

```
b=1-exp(-lambda*a)
plot2d2(a,b,style=3)

// Repartition loi uniforme
c=(a-min(t_s2))/(max(t_s2)-min(t_s2))
plot2d2(a,c,style=4)
```

legend("Courbe de la fonction de répartition empirique", "Courbe de la fonction de répartition de la loi normale", "Courbe de la fonction de répartition de la exponentielle", "Courbe de la fonction de répartition la loi uniforme")

```
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 2 )
tabS2 = data(index_bool, :)
t_s2 = tabS2(1:\$,4);
deciles=perctl(t_s2,10:10:90);
for i=2:10
    ClassesDeciles(i) = deciles(i-1)
end
ClassesDeciles(1)=min(t_s2)
ClassesDeciles(11) = max(t_s2)
histplot(ClassesDeciles,t_s2,style=2)
// Densité de la loi normale
a=min(t_s2):0.01:max(t_s2)
m=mean(t_s2)
v=stdev(t_s2)
b=(1/(v*sqrt(2*\%pi))*exp((-1/2)*((a-m)/v)^2))
plot2d2(a,b,style=1)
// Densité de la loi exponentielle
lambda=1/mean(t s2)
b=lambda*exp(-lambda*a)
plot2d2(a,b,style=3)
// Densité de la loi uniforme
h=1/(\max(t_s2)-\min(t_s2))
b=ones(a)*h
plot2d2(a,b,style=20)
legend("Histogramme d isofréquence du serveur 2", "Densité de la loi
normale", "Densité de la loi exponentielle", "Densité de la loi uniforme")
```

```
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
```

C.4 Serveur 3

C.4.1 Superposition des fonctions de répartitions

```
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 3 )
tabS3 = data(index_bool, :)
t_s3 = tabS3(1:\$,4);
// Repartition empirique
tab = tabul(t_s3,'i')
tab(:,2) = tab(:,2)/length(t_s3)
F = cumsum(tab(:,2))
plot2d2(tab(:,1),F)
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
// Répartition loi normale
a=min(t_s3):0.01:max(t_s3)
m=ones(a)*mean(t_s3)
s=ones(a)*stdev(t_s3)
[P,Q]=cdfnor("PQ",a,m,s)
plot2d2(a,P,style=2)
// Repartition loi exponentielle
lambda=1/mean(t_s3)
b=1-exp(-lambda*a)
plot2d2(a,b,style=3)
// Repartition loi uniforme
c=(a-min(t_s3))/(max(t_s3)-min(t_s3))
plot2d2(a,c,style=4)
```

legend ("Courbe de la fonction de répartition empirique", "Courbe de la fonction de répartition de la loi normale", "Courbe de la fonction de répartition de la

exponentielle", "Courbe de la fonction de répartition la loi uniforme")

```
// Extraction des temps de service
index_bool = ( data(:, 3) == 3 )
tabS3 = data(index_bool, :)
t_s3 = tabS3(1:\$,4);
deciles=perctl(t_s3,10:10:90);
for i=2:10
    ClassesDeciles(i) = deciles(i-1)
end
ClassesDeciles(1)=min(t s3)
ClassesDeciles(11)=max(t_s3)
histplot(ClassesDeciles,t_s3,style=2)
// Densité de la loi normale
a=min(t_s3):0.01:max(t_s3)
m=mean(t_s3)
v=stdev(t_s3)
b=(1/(v*sqrt(2*\%pi))*exp((-1/2)*((a-m)/v)^2))
plot2d2(a,b,style=1)
// Densité de la loi exponentielle
lambda=1/mean(t_s3)
b=lambda*exp(-lambda*a)
plot2d2(a,b,style=3)
// Densité de la loi uniforme
h=1/(max(t_s3)-min(t_s3))
b=ones(a)*h
plot2d2(a,b,style=20)
legend("Histogramme d isofréquence du serveur 3", "Densité de la loi
normale", "Densité de la loi exponentielle", "Densité de la loi uniforme")
// Définition des paramètres d'affichages
a=gca();
a.x_location = "origin";
a.grid=[5,5];
```