复杂网络

高一鸣　王方正　邵逸岚　庞冰瑶　赵帅　张永辉

计算机学院

2018.04.27

第一部分

作者

这是第一部分

- The first item
- The second item
- The third item
- The fourth item

图 1: 放置图片

这是图 1。

第二部分

作者

这是第二部分

这是第二部分

贝叶斯网络

邵逸岚

贝叶斯公式：

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

后验概率=(相似度*先验概率)/标准化常量

贝叶斯网络(Bayesian Network)是一种经典的概率图模型，它借助有向无环图(Directed Acyclic Graph, DAG)来刻画属性之间的依赖关系，并使用条件概率表(Conditional Probability Table, CPT)来描述属性的**联合**概率分布。

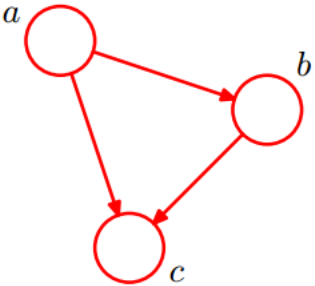

图 2: 贝叶斯网络结构图

贝叶斯网络B由结构G和参数Θ构成，即$B = \langle G, \Theta \rangle$。给定父结点集，假设每个属性与它的非后裔属性独立，于是将属性$x_1, x_2, ..., x_d$的联合概率分布定义为:

$$P_B(x_1, x_2, ..., x_d) = \prod_{i=1}^{d} P_B(x_i|\pi_i) = \prod_{i=1}^{d} \theta_{x_i|\pi_i}$$

以2中的网络结构为例，联合概率分布可定义为：

$$P(a, b, c) = P(a)P(b|a)P(c|a, b)$$

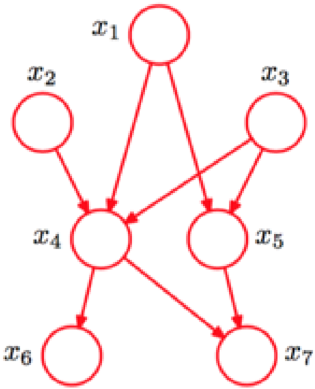

图 3: 较复杂的贝叶斯网络

其联合概率分布可定义为：

$$P(x_1,...,x_7) = P(x_1)P(x_2)P(x_3)P(x_4|x_1,x_2,x_3)$$
$$p(x_5|x_2,x_3)P(x_6|x_4)P(x_7|x_4,x_5)$$

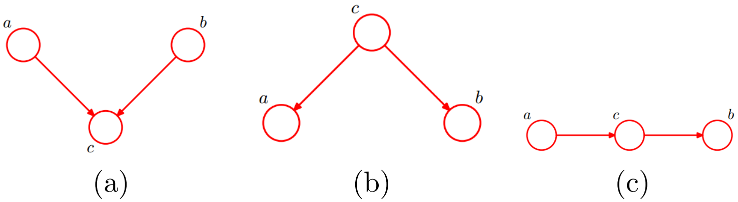

图 4: 贝叶斯网络中属性的典型依赖关系

$$
\begin{aligned}
&(\mathrm{a})\textstyle\sum_c P(a,b,c) = \sum_c P(a)P(b)P(c|a,b)\\
&\Rightarrow P(a,b) = P(a)P(b)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\mathrm{b})P(a,b,c) = P(c)P(a|c)P(b|c)\\
&\Rightarrow P(a,b|c) = P(a|c)P(b|c)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{c})P(a,b|c) &= P(a,b,c)/P(c)\\
&= P(a)P(c|a)P(b|c)/P(c)\\
&= P(a,c)P(b|c)/P(c)\\
&= P(a|c)P(b|c)
\end{aligned}
$$

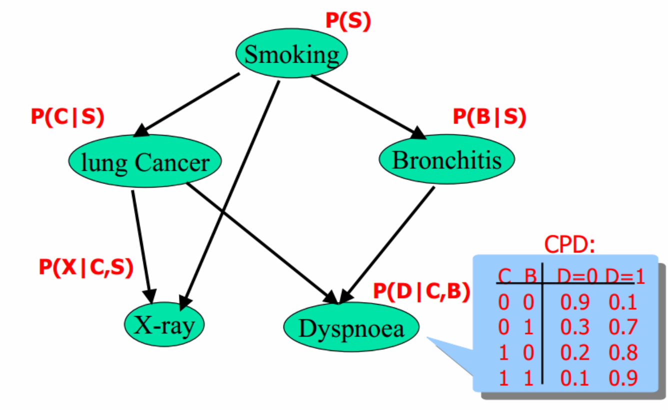
P(S)
Smoking
P(C|S)
P(B|S)
lung Cancer
Bronchitis
P(X|C,S)
P(D|C,B)
X-ray
Dyspnoea
CPD:
C B D=0 D=1
0 0 0.9 0.1
0 1 0.3 0.7
1 0 0.2 0.8
1 1 0.1 0.9

图 5: 贝叶斯网络实例

在给定x_i的条件下，x_{i+1}的分布与$x_1, x_2, ..., x_{i-1}$无关，即x_{i+1}的分布只与x_i有关。这种顺次演变的随机过程，叫做马尔科夫链。马尔科夫链是贝叶斯网络的一种特例。

图 6: 马尔科夫链结构

马尔科夫链可表示为：

$$P(X_{n+1} = x|X_0, X_1, ..., X_n) = P(X_{n+1} = x|X_n)$$

随机变量X_1, X_2...取值范围的合集成为“状态空间”，X_i的值表示在时间i的状态。马尔科夫链是时间和状态都是离散的马尔科夫过程。

如果状态空间是有限的，则转移概率分布可以表示为一个具有(i,j)元素的矩阵，称之为“转移矩阵”**P**：

$$P_{ij} = P(X_{n+1} = i | X_n = j)$$

对于一个离散状态空间，k步转移概率的积分即为求和，可以对转移矩阵求k次幂来求得。$\mathbf{P}^k$即是k步转移后的转移矩阵。

平稳分布是一个满足以下方程的向量:

$$\mathbf{P}\pi^* = \pi^*$$

在此情况下，稳态分布π^*是一个对应于特征根为1的、该转移矩阵的特征向量。