

# 复杂网络

高一鸣 王方正 邵逸岚 庞冰瑶 赵帅 张永辉

计算机学院

2018.04.27

# 第一部分

作者

这是第一部分

- The first item
- The second item
- The third item
- The fourth item

图 1: 放置图片

这是图 1。

# 第二部分

作者

这是第二部分

这是第二部分

# 贝叶斯网络

邵逸岚



贝叶斯公式：

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

后验概率=(相似度\*先验概率)/标准化常量

贝叶斯网络(Bayesian Network)是一种经典的概率图模型，它借助有向无环图(Directed Acyclic Graph, DAG)来刻画属性之间的依赖关系，并使用条件概率表(Conditional Probability Table, CPT)来描述属性的联合概率分布。

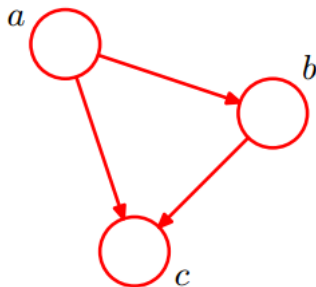


图 2: 贝叶斯网络结构图

贝叶斯网络 $B$ 由结构 $G$ 和参数 $\Theta$ 构成, 即 $B = \langle G, \Theta \rangle$ 。给定父结点集, 假设每个属性与它的非后裔属性独立, 于是将属性 $x_1, x_2, \dots, x_d$ 的联合概率分布定义为:

$$P_B(x_1, x_2, \dots, x_d) = \prod_{i=1}^d P_B(x_i | \pi_i) = \prod_{i=1}^d \theta_{x_i | \pi_i}$$

以2中的网络结构为例, 联合概率分布可定义为:

$$P(a, b, c) = P(a)P(b|a)P(c|a, b)$$

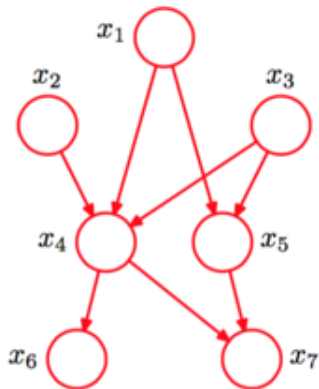


图 3: 较复杂的贝叶斯网络

其联合概率分布可定义为：

$$P(x_1, \dots, x_7) = P(x_1)P(x_2)P(x_3)P(x_4|x_1, x_2, x_3) \\ p(x_5|x_2, x_3)P(x_6|x_4)P(x_7|x_4, x_5)$$

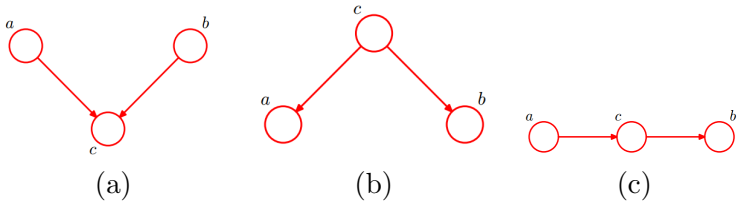


图 4: 贝叶斯网络中属性的典型依赖关系

$$\begin{aligned} \text{(a)} \sum_c P(a, b, c) &= \sum_c P(a)P(b)P(c|a, b) \\ \Rightarrow P(a, b) &= P(a)P(b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} P(a, b, c) &= P(c)P(a|c)P(b|c) \\ \Rightarrow P(a, b|c) &= P(a|c)P(b|c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} P(a, b|c) &= P(a, b, c)/P(c) \\ &= P(a)P(c|a)P(b|c)/P(c) \\ &= P(a, c)P(b|c)/P(c) \\ &= P(a|c)P(b|c) \end{aligned}$$



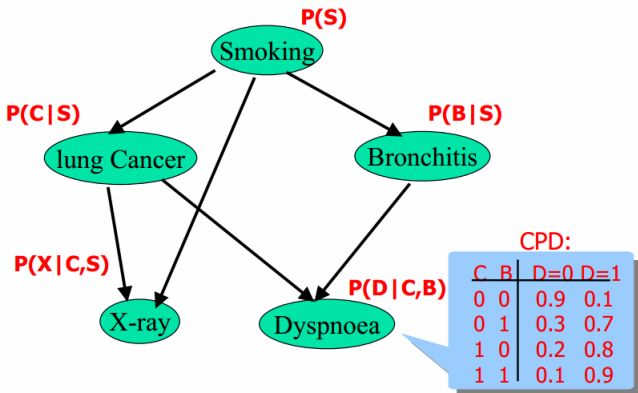


图 5: 贝叶斯网络实例

在给定 $x_i$ 的条件下,  $x_{i+1}$ 的分布与 $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}$ 无关, 即 $x_{i+1}$ 的分布只与 $x_i$ 有关。这种顺次演变的随机过程, 叫做马尔科夫链。马尔科夫链是贝叶斯网络的一种特例。



图 6: 马尔科夫链结构

马尔科夫链可表示为：

$$P(X_{n+1} = x | X_0, X_1, \dots, X_n) = P(X_{n+1} = x | X_n)$$

随机变量 $X_1, X_2 \dots$ 取值范围的合集成为“状态空间”， $X_i$ 的值表示在时间 $i$ 的状态。马尔科夫链是时间和状态都是离散的马尔科夫过程。

如果状态空间是有限的，则转移概率分布可以表示为一个具有 $(i,j)$ 元素的矩阵，称之为“转移矩阵” $\mathbf{P}$ ：

$$P_{ij} = P(X_{n+1} = i | X_n = j)$$

对于一个离散状态空间， $k$ 步转移概率的积分即为求和，可以对转移矩阵求 $k$ 次幂来求得。 $\mathbf{P}^k$ 即是 $k$ 步转移后的转移矩阵。

平稳分布是一个满足以下方程的向量：

$$\mathbf{P}\pi^* = \pi^*$$

在此情况下，稳态分布 $\pi^*$ 是一个对应于特征根为1的、该转移矩阵的特征向量。