

太田和俊（教授）Kazutoshi Ohta, Professor
研究トピック Research Topics

グラフ上のゼータ関数

- グラフ上で定義されたゼータ関数(Iharaゼータ関数およびその拡張)はグラフ上のサイクルの生成母関数であり、以下の式で定義される

$$\zeta_G(q) = \prod_{[C]} (1 - q^{|C|})^{-1}$$

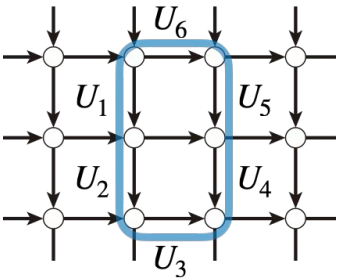
- ここで、 $[C]$ はグラフ上の「素サイクル(後戻りや多重巡回を含まないサイクル)」の同値類を表す($|C|$ はサイクルの長さ)
- 伊原ゼータ関数は数学の研究対象として非常に興味深いものであるが、その一方、物理学、特に素粒子論を含む場の理論の研究においてこの伊原ゼータ関数(グラフのゼータ関数)の応用研究はこれまでほとんどなされていなかった



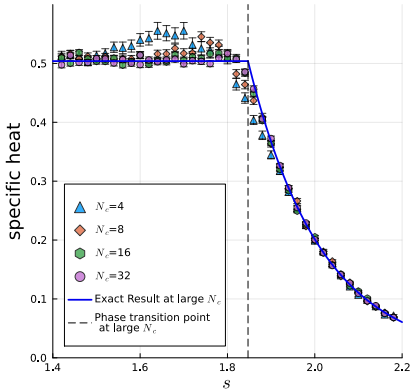
研究トピック：グラフ上のゼータ関数の物理学、特に素粒子理論への応用

グラフ上のゲージ理論

- 任意のグラフを時空を離散化したものと解釈し、グラフの辺(リンク)にゲージ場を考えれば、一般化した格子ゲージ理論を構成できる
- グラフ上のゼータ関数と関連した格子ゲージ理論(一般化されたKazakov-Migdal模型)を構成することが可能で、分配関数がグラフ上のWilsonループの生成母関数として記述される
- このグラフ上のゲージ理論は、物理理論としても非常に興味深い相構造(Gross-Witten-Wadia相転移)や、ゼータ関数の関数等式と関連した双対性を持つ



$$W_C = \text{Tr} U_1 U_2 U_3 U_4^\dagger U_5^\dagger U_6^\dagger$$



太田和俊（教授） Kazutoshi Ohta, Professor
研究上の興味・疑問 Research Interests & Questions

研究課題の核心をなす学術的「問い」

Iharaゼータ関数およびその拡張を含むグラフ上のゼータ関数が、より広いクラスのゲージ理論や物性理論を含む理論物理学全般において果たす役割は何か？



この問いに対する研究目標

- ラージN極限や連続極限における臨界現象
- フェルミオン場を含むグラフ上の場の理論の構成とゼータ関数との関連
- 任意のグラフ上のIsing模型といった統計模型との関連
- グラフ上の超対称ゲージ理論におけるグラフのゼータ関数の果たす役割
- クイバーゲージ理論といった超対称ゲージ理論や超弦理論にグラフと関連して現れる理論との関連

参考文献

[1] S. Matsuura and K. Ohta, “Kazakov-Migdal model on the Graph and Ihara Zeta Function,” JHEP **09** (2022)178;
[doi:10.1007/JHEP09\(2022\)178](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2022)178) [arXiv:2204.06424 [hep-th]]

[2] S. Matsuura and K. Ohta, “Graph Zeta Functions and Wilson Loops in Kazakov-Migdal Model,” PTEP **2022** (2022) 123B0;
[doi:10.1093/ptep/ptac146](https://doi.org/10.1093/ptep/ptac146) [arXiv:2208.14032 [hep-th]]

[3] S. Matsuura and K. Ohta, “Phases and Duality in the Fundamental Kazakov-Migdal Model on the Graph,” PTEP **2024** (2024) 083B03; [doi:10.1093/ptep/ptae109](https://doi.org/10.1093/ptep/ptae109) [arXiv:2403.07385 [hep-th]]

本研究と関連する外部研究資金の獲得状況

- 科研費・基盤研究(C)「グラフ理論を用いた簀ゲージ理論の解析と新しい時空像の探求」(2017 – 2021) [17K05422]
- 科研費・基盤研究(C)「グラフのゼータ関数を用いたゲージ理論の研究」(2023 – 2026) [23K03423]