

酒井一博（教授）Kazuhiro Sakai, Professor 研究トピック Research Topics

位相的弦理論の応用研究

私たちの世界は何から出来ているか、というのは根源的な問いの一つです。私たちの身の回りの物質のほとんどは原子から出来ており、原子は原子核と電子から、原子核は陽子と中性子から出来ています。このようにして世界をより基本的な構成要素に分解していったとき、これ以上分けることのできない最小構成要素のことを、通常素粒子と呼びます。しかしそれが本当に粒子、つまり点状のものであるという理論的な保証は、実はありません。むしろ世界の最小構成要素は（非常に小さいながら）1次元の広がりをもつ弦であると考えた方が、物理の基本理論を構成する上での困難や不自然さを回避できることが分かっています。これが弦理論です。

点粒子の位置の時間変化が線状のグラフを描くように、弦の時間変化は面を描き、これを世界面といいます。物理的な結果が世界面のトポロジーのみに依るように変形を施した弦理論を、位相的弦理論といいます。この理論は通常の弦理論より簡素化している分、ある種の曲がった背景時空の中でも容易に解析が可能です。位相的弦理論は単なるトイ・モデルではなく、超対称ゲージ理論の厳密解の構成に役立ったり、幾何や整数論など数学の様々な分野にも応用されています。

古典可積分系を用いた2次元量子重力理論の解析

私たちの感じる重力は、地球との間にはたらく万有引力であり、より正確には一般相対論により記述されます。しかしこれはあくまでも古典論の範囲の話であり、量子効果まで含めた重力理論の全貌は未だに解明されていません。私たちの住む空間3次元+時間1次元の世界の量子重力理論は色々と難しいのですが、2次元空間の量子重力理論を考えると、これは厳密に解くことができ、ブラックホールの量子論的性質を理解する助けになるなど、トイ・モデルとしてとても役に立ちます。

2次元量子重力理論の模型は無数に存在しますが、その中でもWitten-Kontsevich重力と呼ばれる、可算無限個の結合定数で特徴づけられる基本的な模型の族があります。この模型の族に関して、量子重力理論の基本相関関数の生成母関数を考えると、この母関数はKorteweg-De Vries (KdV)方程式により統制されます。KdV方程式は厳密に解ける非線形波動の方程式として有名で、古典可積分系の代表例であり、強力な解析手法が知られています。これを利用することで、量子重力の問題を古典可積分系の手法を使って解けるところが、この研究の面白いところです。

酒井一博（教授） 研究上の興味・疑問	Kazuhiro Sakai, Professor Research Interests & Questions
-------------------------------------	---

対称性が自然界をどのように統制しているかに興味があり、いかに対称性を活用して物理を理解するかを探究しています。自然界には、エネルギーや電荷など、閉じた系全体で見るとその総量に変化しない量が存在します。これらは保存量と呼ばれ、その存在は私たちが自然を理解する上での大きな助けとなります。Noetherの定理が示すように、保存量は着目する系がもつ対称性から導かれ、またその逆も成り立ちます。現代物理学の基盤をなす場の量子論に目を向けると、対称性は単に保存量を導くにとどまらず、相関関数の間に成り立つ関係式(Ward-高橋恒等式)をも導きます。対称性を活用することで、私たちは計算の手間を大幅に省くことができ、時には通常のやり方では到達し得ない物理系の本質に迫ることができます。このように物理学において対称性の活用は基本的な重要性を持ちます。

場の量子論における対称性の活用には長い研究の歴史があります。2次元共形場理論など、壮大な理論体系が構築されている分野もあります。一方で、場合によっては対称性の活用が未発達なこともあり、私はそのような局面において、対称性を最大限活用した系統的な解析手法を構築し、対象に対するより深い理解を得ることを目指しています。具体的には次のような事柄に着目して研究に取り組んでいます。

一つは、モジュライ空間にはたらく対称性の活用です。現代の場の量子論では、単一の模型を解析するのではなく、少しずつ異なる同種の模型の族をまとめて取り扱うことがよく行われます。一般には、模型の集合が性質のよい空間をなす場合を考えます。この空間をモジュライ空間と呼びます。場の量子論において、模型自体がもつ対称性の活用には長い研究の歴史がありますが、モジュライ空間のもつ対称性の活用についてはまだまだ発展の余地があり、私の研究のアイデアの源泉となっています。

もう一つは、分配関数や相関関数を構成する方法論についてです。これらの関数は、理論物理学の研究において中心的役割を果たします。一般に、分配関数や相関関数を求める際に、闇雲に計算するのではなく、対称性の作用のもとで不変な「部品」をうまく組み合わせた仮説を立てることで、経路積分の労力を極限まで減らすことができ、より効率的な計算が可能となります。多くの分野において、この部品自体の構成法は比較的よく整備されているものの、最適な部品のセットは何か、どう組み合わせたらよいかについては未発達な部分が散見されます。より系統的かつ統一的な方法論の構築が、私の研究上の一つの目標です。