

ФИО студента: Браун Вадим

**Обязательное домашнее задание №1.**

**Дискретные случайные величины.**

*Срок сдачи: 6 марта 2020 (191 и 192 группы)*

*Работа сдается в письменном или электронном виде до начала семинара. Если работа сдается в электронном виде, ее необходимо прислать на адрес [matstat.polit@gmail.com](mailto:matstat.polit@gmail.com). Формат файла – pdf. Оформление работы в LaTeX или иных редакторах приветствуется.*

*Обязательное требование: в решении задачи 1 записывайте ряд распределения, данный в задаче.*

**Задача 1.** Антон заметил, что число лайков, которые получают его посты на политическую тематику в Facebook, имеет следующее распределение:

|   |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| L | 0   | 2   | 5   | 10  | 11  | 12  | 15  | 16  |
| p | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.3 |

1. Определите, с какой вероятностью посты Антона на политическую тематику получают а) менее 2 лайков; б) как минимум 5 лайков; в) более 10 лайков.
2. Определите, чему равно среднее (ожидаемое) число лайков для постов Антона на политическую тематику.
3. Найдите дисперсию и стандартное отклонение случайной величины L.
4. Найдите  $F(1)$ ,  $F(6)$ ,  $F(15)$ , где F – функция распределения.
5. Антон решил поспорить с другом: если очередной пост Антона на политическую тематику набирает более 10 лайков, друг отдает ему 100 рублей, если не наберет – Антон отдает другу 100 рублей. Найдите средний ожидаемый выигрыш Антона по итогам спора. Есть ли гарантия, что Антон выиграет спор? Какой совет Вы бы дали Антону: спорить или воздержаться?

**Задача 2.** Пусть  $X$  – дискретная случайная величина, которая принимает значения  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , причем  $a < b < c < d$ .

1. Найдите  $F(a - 1)$ ,  $F(d)$ , где F – функция распределения.
2. Может ли  $F(b)$  принимать целое значение? Обоснуйте свой ответ.
3. Может ли  $F(c) < F(b)$ ? Обоснуйте свой ответ.

**Задача 3.** Вдохновившись лекциями по теории вероятностей, Коля пришел домой и придумал такую схему: он подбрасывает монетку 10 раз, если выпадает ровно 4 орла, он делает домашнее задание, если выпадает ровно 6 орлов, он идет спать.

1. Что более вероятно: что Коля пойдет делать задание или что он пойдет спать?

2. Спустя неделю Коля решил, что схема с монеткой слишком простая. Поэтому придумал следующее: он бросает игральный кубик 10 раз, если выпадает ровно 4 «тройки», он идет делать домашнее задание, если выпадает ровно 6 «троек», он идет спать. Получится ли в этом случае такой же ответ, что и в пункте а)? Почему?
3. Как бы Вы посоветовали изменить схему с игральным кубиком, чтобы ответы в пунктах а) и б) совпадали?

**Задача 4.** Случайная величина  $U$  имеет бинарное распределение с параметром  $p = 1/5$ . Найдите математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины  $U$ . Приведите пример бинарной случайной величины.

Случайная величина  $Q$  имеет биномиальное распределение с параметрами  $p = 1/3$ ,  $n = 8$ . Найдите математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины  $Q$ . Приведите пример биномиальной случайной величины.

**Задача 5.** Известно, что среди студентов первого курса 40 процентов студентов находят время для занятий спортом в течение учебного года. Случайным образом выбираем 5 первокурсников и спрашиваем, занимаются ли они спортом в течение учебного года. Пусть  $X$  – число студентов среди 5 опрошенных первокурсников, которые находят время на занятие спортом. Постройте ряд распределения  $X$ .

**Задача 6.** Известно, что случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы, и что  $E(X) = -10$ ,  $E(Y) = -9$ ,  $D(X) = 6$ ,  $D(Y) = 9$ . Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $V$ . а)  $V = 3X - 5Y + 6$ ; б)  $V = 6X + 3Y - 2$ .

**Задача 7.** Закон совместного распределения дискретных величин  $X$  и  $Y$  задан следующей таблицей:

| $X \backslash Y$ | -9   | -6   | -4   |
|------------------|------|------|------|
| -4               | 0.21 | 0.20 | 0.16 |
| 4                | 0.24 | 0.07 | 0.12 |

- а. Запишите маргинальные распределения случайных величин  $X$  и  $Y$ .
- б. Проверьте, являются ли случайные величины  $X$  и  $Y$  независимыми?
- с. Найдите  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $D(X)$ ,  $D(Y)$ ,  $sd(X)$ ,  $sd(Y)$ .
- д. Найдите  $Cov(X, Y)$  и  $Corr(X, Y)$ . Проинтерпретируйте полученные результаты.

**Задача 8.** Студент бросает игральный кубик два раза. Пусть случайная величина  $X$  – число четных очков, выпавших за два раза, а случайная величина  $Y$  – число выпавших за два раза «двоек».

- а. Постройте таблицу совместного распределения случайных величин  $X$  и  $Y$ .
- б. Постройте таблицу распределения случайной величины  $X \cdot Y$ .
- с. Постройте таблицу распределения случайной величины  $X + Y$ .