

ФИО студента: Плугина Ульяна

Обязательное домашнее задание №1.

Дискретные случайные величины.

Срок сдачи: 6 марта 2020 (191 и 192 группы)

Работа сдается в письменном или электронном виде до начала семинара. Если работа сдается в электронном виде, ее необходимо прислать на адрес matstat.polit@gmail.com. Формат файла – pdf. Оформление работы в LaTeX или иных редакторах приветствуется.

Обязательное требование: в решении задачи 1 записывайте ряд распределения, данный в задаче.

Задача 1. Антон заметил, что число лайков, которые получают его посты на политическую тематику в Facebook, имеет следующее распределение:

| | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| L | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 12 | 17 |
| p | 0.0 | 0.2 | 0.1 | 0.2 | 0.1 | 0.1 | 0.3 |

1. Определите, с какой вероятностью посты Антона на политическую тематику получают а) менее 2 лайков; б) как минимум 5 лайков; в) более 10 лайков.
2. Определите, чему равно среднее (ожидаемое) число лайков для постов Антона на политическую тематику.
3. Найдите дисперсию и стандартное отклонение случайной величины L.
4. Найдите $F(1)$, $F(6)$, $F(15)$, где F – функция распределения.
5. Антон решил поспорить с другом: если очередной пост Антона на политическую тематику набирает более 10 лайков, друг отдает ему 100 рублей, если не наберет – Антон отдает другу 100 рублей. Найдите средний ожидаемый выигрыш Антона по итогам спора. Есть ли гарантия, что Антон выиграет спор? Какой совет Вы бы дали Антону: спорить или воздержаться?

Задача 2. Пусть X – дискретная случайная величина, которая принимает значения a , b , c , d , причем $a < b < c < d$.

1. Найдите $F(a - 1)$, $F(d)$, где F – функция распределения.
2. Может ли $F(b)$ принимать целое значение? Обоснуйте свой ответ.
3. Может ли $F(c) < F(b)$? Обоснуйте свой ответ.

Задача 3. Вдохновившись лекциями по теории вероятностей, Коля пришел домой и придумал такую схему: он подбрасывает монетку 10 раз, если выпадает ровно 4 орла, он делает домашнее задание, если выпадает ровно 6 орлов, он идет спать.

1. Что более вероятно: что Коля пойдет делать задание или что он пойдет спать?

2. Спустя неделю Коля решил, что схема с монеткой слишком простая. Поэтому придумал следующее: он бросает игральный кубик 10 раз, если выпадает ровно 4 «тройки», он идет делать домашнее задание, если выпадает ровно 6 «троек», он идет спать. Получится ли в этом случае такой же ответ, что и в пункте а)? Почему?
3. Как бы Вы посоветовали изменить схему с игральным кубиком, чтобы ответы в пунктах а) и б) совпадали?

Задача 4. Случайная величина U имеет бинарное распределение с параметром $p = 1/8$. Найдите математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины U . Приведите пример бинарной случайной величины.

Случайная величина Q имеет биномиальное распределение с параметрами $p = 1/5$, $n = 5$. Найдите математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины Q . Приведите пример биномиальной случайной величины.

Задача 5. Известно, что среди студентов первого курса 15 процентов студентов находят время для занятий спортом в течение учебного года. Случайным образом выбираем 6 первокурсников и спрашиваем, занимаются ли они спортом в течение учебного года. Пусть X – число студентов среди 6 опрошенных первокурсников, которые находят время на занятие спортом. Постройте ряд распределения X .

Задача 6. Известно, что случайные величины X и Y независимы, и что $E(X) = -1$, $E(Y) = -3$, $D(X) = 8$, $D(Y) = 2$. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины V . а) $V = 12X + 10Y - 2$; б) $V = 5X - 6Y + 7$.

Задача 7. Закон совместного распределения дискретных величин X и Y задан следующей таблицей:

| $X \backslash Y$ | -6 | -5 | -4 |
|------------------|------|------|------|
| -4 | 0.16 | 0.08 | 0.28 |
| 2 | 0.22 | 0.14 | 0.12 |

- а. Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- б. Проверьте, являются ли случайные величины X и Y независимыми?
- в. Найдите $E(X)$, $E(Y)$, $D(X)$, $D(Y)$, $sd(X)$, $sd(Y)$.
- г. Найдите $Cov(X, Y)$ и $Corr(X, Y)$. Проинтерпретируйте полученные результаты.

Задача 8. Студент бросает игральный кубик два раза. Пусть случайная величина X – число выпавших нечетных очков, выпавших за два раза, а случайная величина Y – число выпавших за два раза «четверок».

- а. Постройте таблицу совместного распределения случайных величин X и Y .
- б. Постройте таблицу распределения случайной величины $X \cdot Y$.
- в. Постройте таблицу распределения случайной величины $X + Y$.