Математика и статистика, часть 2

Сумма нормально распределенных случайных величин. Теорема Муавра-Лапласа. (20.03.2020)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок

Задача 1. X и Z – независимые случайные величины. Случайная величина X имеет нормальное распределение $N(3, \sigma^2 = 5)$, а Z имеет стандартное нормальное распределение. Для случайной величины U = X + 2Z - 4:

- (а) Укажите, какое распределение будет иметь эта случайная величина и каковы его параметры;
- (b) Рассчитайте вероятность, что U попадет в промежуток ± 2 стандартных отклонения от среднего;
- (c) Найдите квантиль u_p уровня p = 0.3.

Задача 2. Пусть S — число успехов в n=10 испытаниях Бернулли при p=0.4. Вычислите точную вероятность события $5 \le S \le 7$. Затем вычислите приближенную вероятность того же события, используя теорему Муавра—Лапласа. Сравните полученные результаты. Достаточно ли число испытаний n, чтобы пользоваться приближенными формулами?

Задача 3. Всероссийский центр изучения общественного мнения в 2013 г. проводил опрос на тему «Российская Конституция: первые 20 лет». Согласно полученным данным, только 14% россиян ответили, что хорошо знают основные положения Конституции и читали её. Используя теорему Муавра—Лапласа, найдите вероятность того, что в выборке объема 1600 человек окажется от 250 до 350 человек, которые действительно знают основной закон государства.