ОП «Политология», 2019-20

Математика и статистика, часть 2

Совместное распределение дискретных случайных величин. (14.02.2020) А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок

Задача 1. Совместное распределение двух случайных величин X и Y задано таблицей (с пропущенной вероятностью):

$X \setminus Y$	0	2
0	0.4	?
3	0.1	0.3

- (a) Выпишите маргинальные распределения случайных величин X и Y.
- (b) Проверьте, являются ли случайные величины X и Y независимыми.
- (c) Запишите закон распределения $X \cdot Y$.
- (d) Найдите E(X), E(Y), D(X), D(Y).
- (e) Найдите Cov(X, Y), Corr(X, Y).

Проинтерпретируйте полученные значения ковариации и корреляции: укажите направление связи между случайными величинами и силу связи.

Задача 2. Совместное распределение двух случайных величин X (число взятых подсказок) и Y (выигрыш от игры) задано таблицей:

$X \setminus Y$	-10	0	10
0	0.1	0.1	0.3
1	0.1	0.2	0.2

- (a) Выпишите маргинальные распределения вероятностей случайных величин X и Y. Являются ли случайные величины X и Y независимыми?
- (b) Запишите законы распределения случайных величин X + Y и $X \cdot Y$.
- (c) Вычислите корреляцию между X и Y и проинтерпретируйте полученный результат.

Задача 3. Известно, что D(X) = 4, D(Y) = 9, Cov(X, Y) = -2. Найдите корреляцию между случайными величинами X и Y. Проинтерпретируйте полученный результат.

Задача 4. Известно, что D(X)=2, D(Y)=1, Случайные величины X и Y не являются независимыми, и известно, что Cov(X,Y)=0.5. Найдите дисперсию случайной величины $W\colon a)$ W=X+Y; b) W=-3X+2Y+5.

Задача 5. X и Y — дискретные случайные величины. Известно, что Cov(X,Y)=4. Найдите ковариацию случайных величин V и W: a) $V=2+3X,\ W=5-7Y;$ b) $V=5-X,\ W=12+6Y.$