

Разбор задач мини-теста 2

Задача 1.

Рон Уизли и Гарри Поттер сдают экзамен по «Зельеварению». Вероятность того, что Рон сдаст экзамен, равна 0.3. Вероятность того, что Гарри сдаст экзамен, равна 0.6. Вероятность того, что они оба сдадут экзамен, равна 0.25.

1. Независимы ли события A — «Рон сдаст экзамен» и B — «Гарри сдаст экзамен»? Ответ обоснуйте!

Запишем формально: $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,6$.

События являются независимыми, если выполняется следующее условие: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,3 \times 0,6 = 0,18$. Однако в условии сказано, что $P(A \cap B) = 0,25$. Следовательно, события зависимы.

Обратите внимание: вероятность объединения событий равняется именно 0,25. Значение 0,18 далее не будет фигурировать в этой задаче, т.к. мы выяснили, что события зависимы.

2. Найдите вероятность, с которой экзамен по зельеварению сдаст либо только Гарри, либо только Рон.

Нам необходимо узнать вероятность того, что только один из них сдаст экзамен. Для этого мы можем из вероятности объединения событий ($A \cup B$: сдаст либо Гарри, либо Рон, либо оба) мы можем вычесть их вероятность их пересечения ($A \cap B$: сдадут оба).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,3 + 0,6 - 2 \times 0,25 = 0,9 - 0,5 = 0,4.$$

3. Найдем вероятность того, что экзамен сдаст только Рон.

Из вероятности того, что сдаст Рон, вычитаем вероятность того, что Рон сдаст вместе с Гарри.

$$0,3 - 0,25 = 0,05.$$

4. Найдем вероятность того, что хотя бы один из них сдаст экзамен.

«Хотя бы один» означает «либо один, либо другой, либо оба». По сути это и есть объединение событий, $P(A \cup B)$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,6 - 0,25 = 0,65.$$

5. Найдем вероятность того, что они оба не сдадут экзамен.

Вычтем из единицы вероятность того, что экзамен сдаст либо 1 из них, либо оба, т.е. вероятность объединения событий.

$$1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - (0,3 + 0,6 - 0,25) = 1 - 0,65 = 0,35.$$

Обратите внимание: мы не можем сначала вычислить вероятность того, что экзамен не сдаст Гарри, потом вычислить вероятность того, что экзамен не сдаст Рон, а

потом перемножить эти вероятности, т.к. мы узнали, что события зависимые. Если вы попытаете решить задачу таким способом, то увидите, что ответ не совпадет с ответом, найденным выше.

Задача 2.

Два врача независимо друг от друга ставят диагноз одному и тому же больному. Вероятность правильного диагноза у первого врача 0.9, а у второго - 0.8.

1. Какова вероятность того, что оба врача поставят ошибочный диагноз?

а) Первый вариант решения.

Вероятность неправильного диагноза у первого врача $1 - 0,9 = 0,1$.

Вероятность неправильного диагноза у второго врача $1 - 0,8 = 0,2$.

Вероятность того, что неправильный диагноз поставят оба врача $0,1 \times 0,2 = 0,02$ (мы можем использовать формулу пересечения событий, т.к. в условии сказано, что врачи ставят диагноз независимо).

б) Второй вариант решения.

$$1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - (0,9 + 0,8 - 0,72) = 1 - 0,98 = 0,02.$$

2. Какова вероятность того, что хотя бы один врач поставит правильный диагноз?

«Хотя бы один» означает «либо первый врач, либо второй, либо оба», т.е. объединение событий.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,9 + 0,8 - 0,72 = 0,98.$$