Práctica 5 - Teoría de la Señal y Comunicaciones

Moisés Gautier Gómez

Índice

1. Ejercicio 1

Para la ecuación en diferencias: $y(n) + 0{,}9y(n-2) = 0{,}3x(n) + 0{,}6x(n-1) + 0{,}3x(n-2)$:

a) Calcule analíticamente $y(n)$, para $x(n) = \delta(n)$. Como la transformada Z de $x(\delta)$ es 1, la transformada de Z de Y es:

$$Y(z) + 0,9z^{-2}Y(z) = 0,3X(z) + 0,6z^{-1}X(z) + 0,3z^{-2}X(z)$$
$$Y(z)(1 + 0,9z^{-2}) = X(z)(0,3 + 0,6z^{-1} + 0,3z^{-2})$$
$$Y(z) = \frac{0,3 + 0,6z^{-1} + 0,3z^{-2}}{(1 + 0,9z^{-2}) \cdot X(z)}$$
$$X(z) = 1$$
$$Y(z) = \frac{(0,3 + 0,6z^{-1} + 0,3z^{-2})}{(1 + 0,9z^{-2})}$$

Ahora descomponemos en fracciones simples el anterior resultado:

$$\begin{aligned} Y(z) &= a + \frac{b + cz^{-1}}{(1 + 0,9z^{-2})} \\ &= \frac{a \cdot (1 + 0,9z^{-2} + b + cz^{-1})}{(1 + 0,9z^{-2})} \\ &= \frac{a + a0,9z^{-2} + b + cz^{-1}}{(1 + 0,9z^{-2})} \\ &= \frac{(0,3 + 0,6z^{-1} + 0,3z^{-2})}{(1 + 0,9z^{-2})} \end{aligned}$$

$$c = \frac{6}{10}$$
$$a = \frac{0,3}{0,9} = \frac{1}{3}$$
$$a + b = \frac{3}{10} \to b = \frac{3}{10} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{30}$$

$$\begin{aligned} Y(z) &= \frac{1}{3} + \frac{-\frac{1}{30} + \frac{6}{10}z^{-1}}{(1 + 0,9z^{-2})} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{-\frac{1}{30} + \frac{6}{10}z^{-1}}{(1 - (-0,9)z^{-2})} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{-\frac{1}{30} + \frac{6}{10}z^{-1}}{(1 - \sqrt{-0,9}z^{-1})(1 + \sqrt{-0,9}z^{-1})} \end{aligned}$$

$$\frac{A}{(1-\sqrt{-0,9}z^{-1})}+\frac{B}{(1+\sqrt{-0,9}z^{-1})}=\frac{-\frac{1}{30}+\frac{6}{10}z^{-1}}{(1-\sqrt{-0,9}z^{-1})(1+\sqrt{-0,9}z^{-1})}$$

$$A(1+(\sqrt{-0,9})z^{-1})+B(1-(\sqrt{-0,9})z^{-1})=-\frac{1}{30}+\frac{6}{10}z^{-1}$$

$$A+A\sqrt{-0,9}z^{-1}+B-B\sqrt{-0,9}z^{-1}=-\frac{1}{30}+\frac{6}{10}z^{-1}$$

$$A+B=-\frac{1}{30},A\sqrt{-0,9}-B\sqrt{-0,9}=\frac{6}{10}$$

$$A+B=-\frac{1}{30},A-B=\frac{6}{10\sqrt{-0,9}}$$

$$A+B=-\frac{1}{30},A-B=\frac{-2\sqrt{-0,9}}{3}$$

$$A=-\frac{1}{60}-\frac{i\sqrt{0,9}}{3}$$

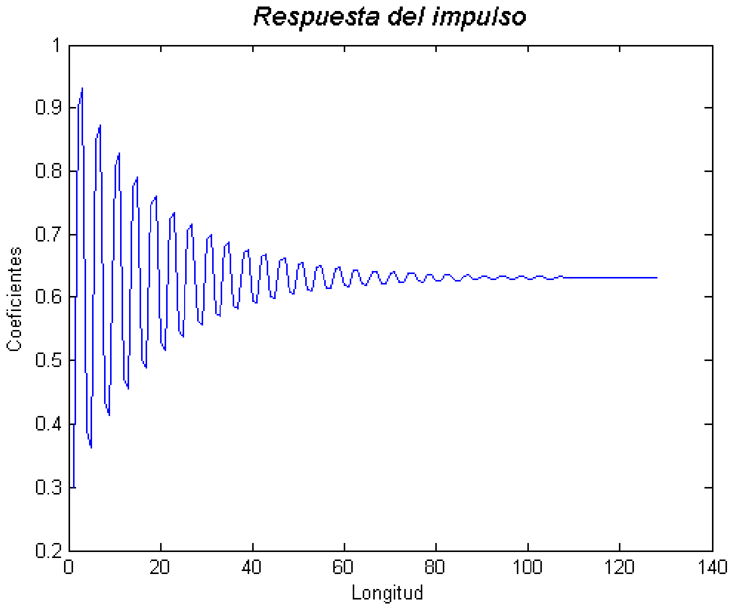
$$B=-\frac{1}{60}+\frac{i\sqrt{0,9}}{3}$$

$$Y(z)=\frac{1}{3}+\frac{-\frac{1}{60}-\frac{i\sqrt{0,9}}{3}}{(1-(\sqrt{-0,9})z^{-1})}+\frac{-\frac{1}{60}+\frac{i\sqrt{0,9}}{3}}{(1+(\sqrt{-0,9})z^{-1})}$$

Por último calculamos la inversa según las tablas:

$$y(n)=\frac{1}{3}\delta(n)+(-\frac{1}{60}-\frac{i\sqrt{0,9}}{3})(i\sqrt{0,9})^{n}u(n)+(-\frac{1}{60}+\frac{i\sqrt{0,9}}{3})(-i\sqrt{0,9})^{n}u(n)$$

b) Cree un vector impulso unidad de longitud 128. Genere los 128 primeros valores de la respuesta al impulso del filtro y represente gráficamente los valores obtenidos.



c) Determine la función de transferencia; determine sus polos y sus ceros y represéntelos gráficamente. Justifique la estabilidad del sistema.

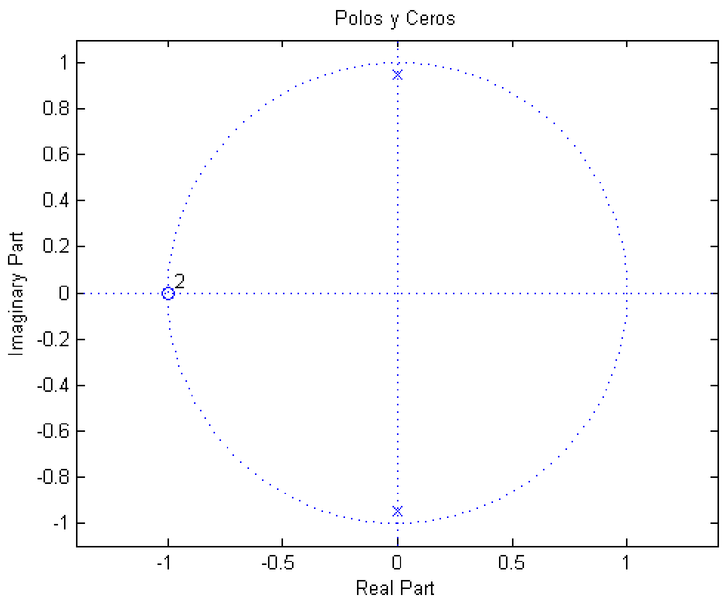
Función de transferencia:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0,3 + 0,6z^{-1} + 0,3z^{-2}}{1 + 0,9z^{-2}} \\ &= \frac{0,3(1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{(1 - \sqrt{-0,9}z^{-1})(1 + \sqrt{-0,9}z^{-1})} \\ &= \frac{0,3(1 + z^{-1})^2}{(1 - \sqrt{-0,9}z^{-1})(1 + \sqrt{-0,9}z^{-1})} \end{aligned}$$

Polos: $z = \pm i\sqrt{0,9}$

Ceros: $z = -1$

Representación:



Como los valores de los tiempos positivos son distintos de 0, entonces el sistema es causal. Para que converja a un valor: $|z| > \pm i\sqrt{0,9}$

La Rdc (Región de convergencia) es la zona del plano que esta fuera del círculo de radio $\sqrt{0,9}$, por tanto, la Rdc incluye al círculo unidad y el sistema es estable.

Aquí muestro el código Matlab asociado:

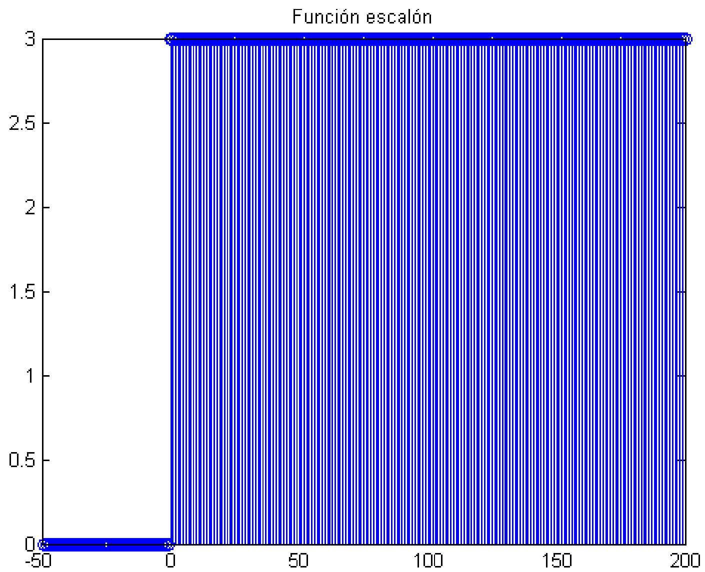
```
%Creamos el vector impulso unidad de longitud 128.

x = ones(1,128);

%Definimos los vectores de coeficientes obtenidos como ...
    resultado
% de las operaciones matematicas anteriores.

a = [1 0 0.9];
b = [0.3 0.6 0.3];

%Aplicamos el filtro sobre el vector impulso para obtener ...
    las respuestas
% que se generan.

y = filter(b,a,x);

```

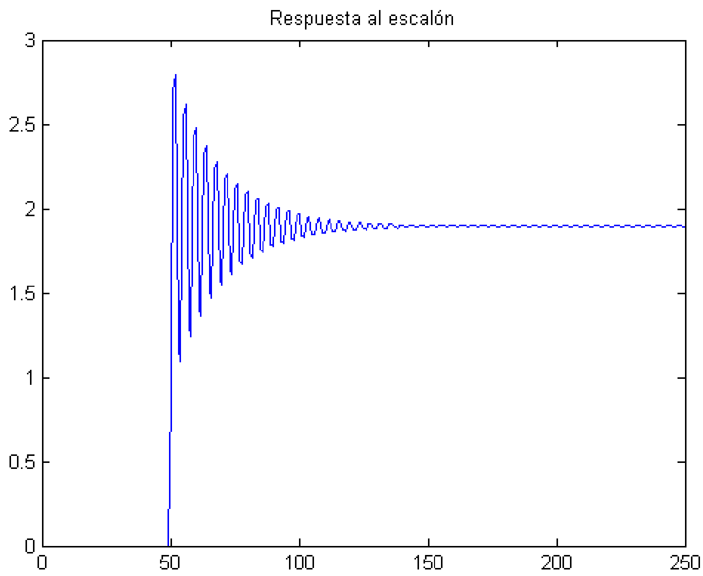
```
% Representamos dicho impulso con una grafica.

plot(y);
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta del impulso}','FontSize',14)
pause;


% Definimos nuestra region de convergencia para la ...
    circunferencia
% en donde podremos obtener si nuestro sistema de analisis es
% causal o no, e inestable o no.

zplane(b,a);
title('Polos y Ceros');
```

2. Ejercicio 2

Respuesta al escalón. Para el sistema anterior obtenga la respuesta a un escalón de amplitud 3.

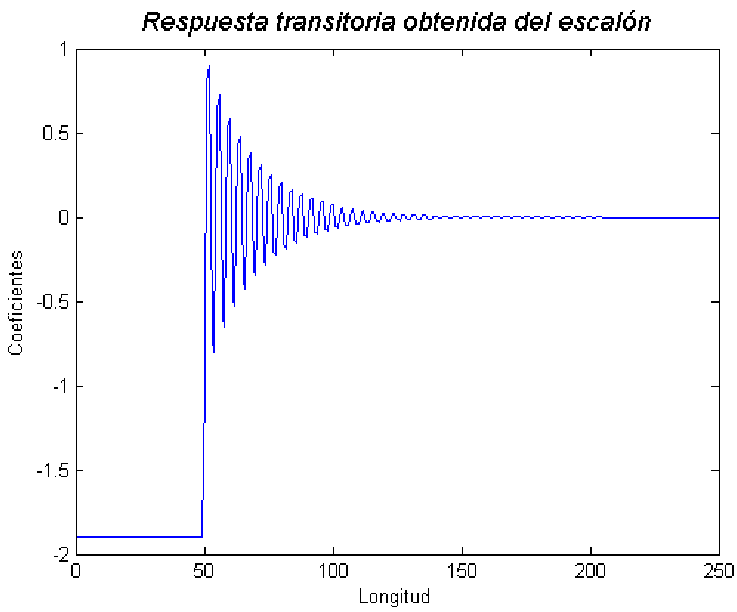
a) Represente la función escalón y determine el nivel constante de salida cuando n tiende a infinito. Este nivel constante determinado es la Respuesta en régimen permanente.



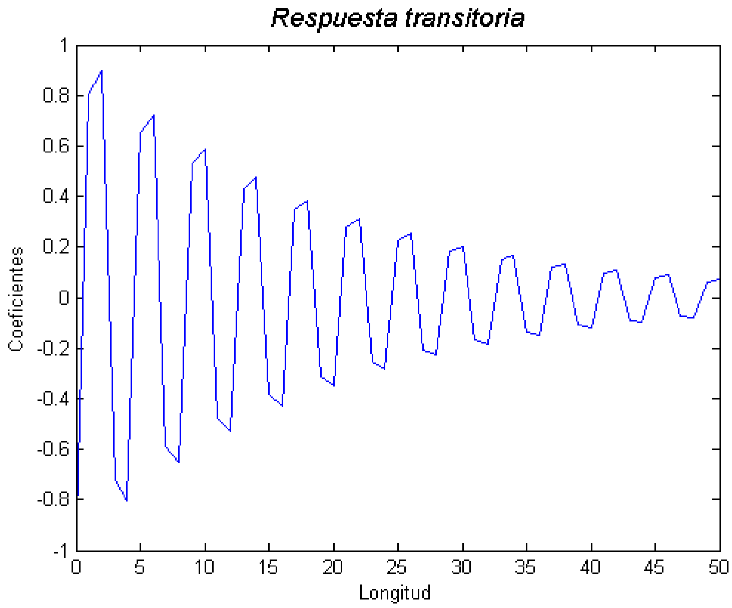


Respuesta en régimen permanente: 1,895

b) La parte variable de la respuesta total es la Respuesta transitoria. Determine la respuesta transitoria (reste a la respuesta al escalón el valor constante de salida).



c) Represente gráficamente la respuesta transitoria en el intervalo $0 \leq n \leq 50$.



Aquí muestro el código Matlab asociado:

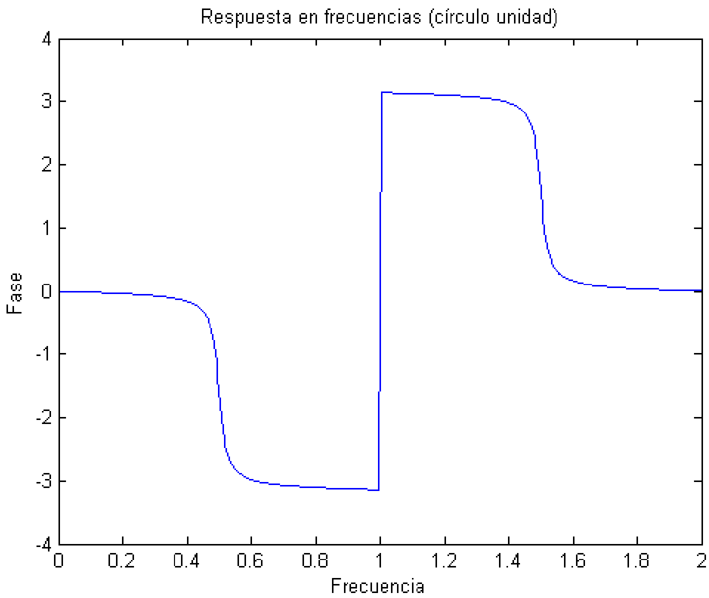
```
%Definimos la funcion escalon y la representamos para una ...
    amplitud de
% valor 3.

x = zeros(1,250);
t = -49:200;
x (50:250) = 3;
stem(t,x) ;
title('Funcion escalon')
pause;

% Filtramos los vectores anteriores de coeficientes junto ...
    a la nueva
% funcion escalon obtenido previamente. Asi podemos ...
    obtener la respuesta
% de dicho impluso y hallar la respuesta en regimen ...
    permanente.

y = filter(b,a,x);
plot(y)
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta al escalon}','FontSize',14)
pause;

```

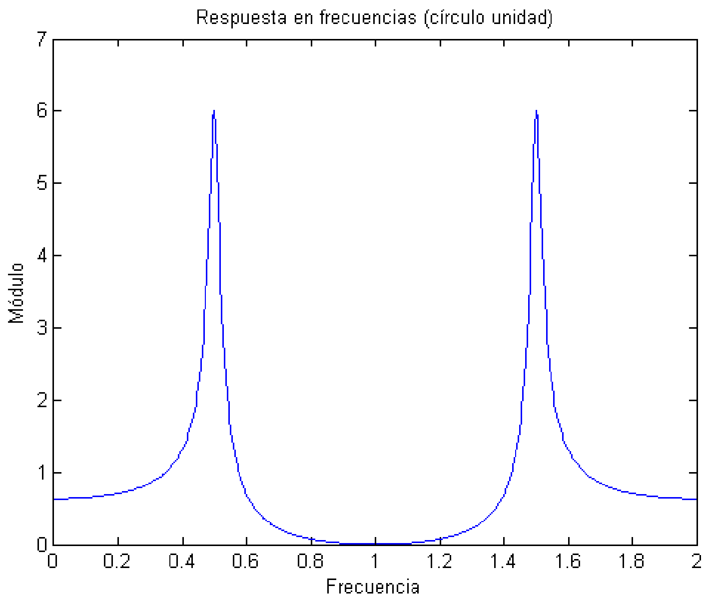
```
% Se nos pide que calculemos la respuesta transitoria de ...
    la respuesta
% total de la signal anterior.

% rgp = respuesta en regimen permanente
% rt = respuesta transitoria

rgp = 1.895;
rt = y - rgp;
plot(rt)
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta transitoria obtenida del ...
    escalon}','FontSize',14)
pause;

% Ahora representaremos la respuesta transitoria en el ...
    intervalo
% 0 ≤ n ≤ 50

plot(t(50:100),rt(50:100))
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta transitoria}','FontSize',14)
```

3. Ejercicio 3

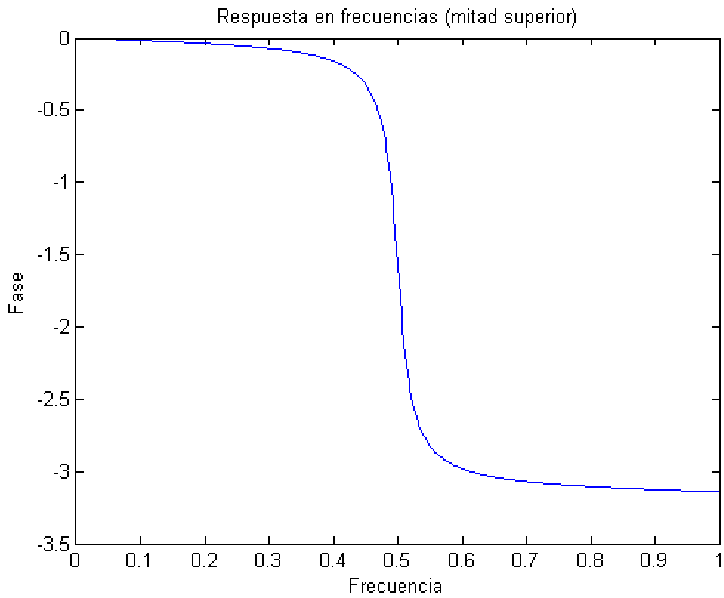
Para la ecuación en diferencias anterior realice los siguientes cálculos usando **freqz**.

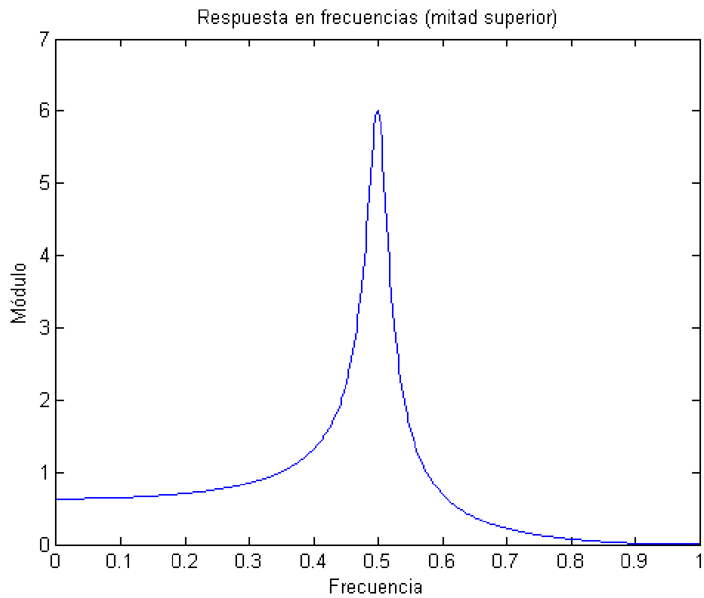
a) Represente la gráfica módulo y fase con 512 muestras de frecuencias alrededor de toda la circunferencia unidad.





b) Realice la misma representación utilizando únicamente la mitad superior de la circunferencia de radio unidad.





c) Comente el tipo de filtro definido por esta ecuación en diferencias.

Es un filtro paso banda, que solo deja pasar las frecuencias con valores entre $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{3\pi}{2}$.

Aquí muestro el código Matlab asociado:

```
% Se nos pide representar la grafica modulo y fase con 512 ...
    muestras
% de frecuencia alrededor de toda la circunferencia unidad.

[h,w] = freqz(b,a,512,'whole');
figure(1)
plot(w/pi,abs(h));title('Respuesta en frecuencias (circulo ...
    unidad)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Modulo')
figure(2)
plot(w/pi,angle(h));title('Respuesta en frecuencias ...
    (circulo unidad)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Fase')
pause;

% Ahora para representar unicamente la mitad superior de ...
    la circunferencia
% de radio unidad.

[h,w] = freqz(b,a,512);
figure(1)
plot(w/pi,abs(h));title('Respuesta en frecuencias (mitad ...
    superior)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Modulo')
figure(2)
plot(w/pi,angle(h));title('Respuesta en frecuencias (mitad ...
    superior)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Fase');
```

4. Ejercicio 4

Repita los pasos 1, 2 y 3 con las siguientes ecuaciones en diferencias:

a) $y(n) + 0,13y(n-1) + 0,2y(n-2) + 0,3y(n-3) = 0,6x(n) - 0,48x(n-1) + 0,48x(n-2) - 1,6x(n-3)$

1.a)

Calculamos la transformada Z de Y.

$$\begin{aligned} Y(z) &+ 0,13z^{-1}Y(z) + 0,2z^{-2}Y(z) + 0,3z^{-3}Y(z) \\ &= 0,6X(z) - 0,48z^{-1}X(z) + 0,48z^{-2}X(z) - 1,6z^{-3}X(z) \end{aligned}$$

$$Y(z) = \frac{(0,6 - 0,48z^{-1} + 0,48z^{-2} - 1,6z^{-3})}{(1 + 0,13z^{-1} + 0,2z^{-2} + 0,3z^{-3})}$$

Descomponemos en fracciones simples. Como calcular las raíces es bastante complicado, por ello utilizaremos directamente la función residuez para hallar la descomposición:

```
% Como calcular las raices es bastante complicado, ... utitilizaremos
% directamente la funcion residuez para hallar la ... descomposicion
% de los vectores de coeficientes.

a = [1 0.13 0.2 0.3];
b = [0.6 -0.48 0.48 -1.6];
[r,p,k] = residuez(b,a);
r
p
k
```

$$r = 1,4005 - 0,5153i; 1,4005 + 0,5153i; 3,1323$$

$$p = 0,2397 + 0,6594i; 0,2397 - 0,6594i; -0,6095$$

$$k = -5,3333$$

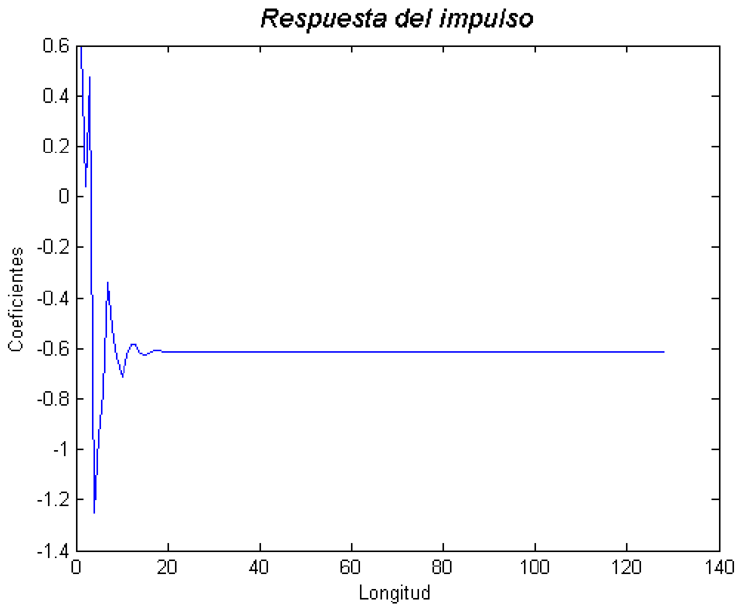
Por lo que la ecuación queda como sigue:

$$\begin{aligned} Y(z) &= \frac{1,4005 - 0,5153i}{(1 - (0,2397 + 0,6594i)z^{-1})} \\ &+ \frac{1,4005 + 0,5153i}{(1 - (0,2397 - 0,6594i)z^{-1})} \\ &+ \frac{3,1323}{(1 - (-0,6095)z^{-1})} - 5,3333 \end{aligned}$$

Calculamos la inversa según las tablas:

$$\begin{aligned} y(n) &= (1,4005 - 0,5153i)(0,2397 + 0,6594i)^n u(n) \\ &+ (1,4005 + 0,5153i)(0,2397 - 0,6594i)^n u(n) \\ &+ 3,1323(-0,6095)^n u(n) - 5,3333\delta(n) \end{aligned}$$

1.b)



1.c)

$$Y(z) = \frac{(0,6 - 0,48z^{-1} + 0,48z^{-2} - 1,6z^{-3})}{(1 + 0,13z^{-1} + 0,2z^{-2} + 0,3z^{-3})}$$

Polos: $1 + 0,13z^{-1} + 0,2z^{-2} + 0,3z^{-3} = 0$ (Lo resolvemos mediante solve)

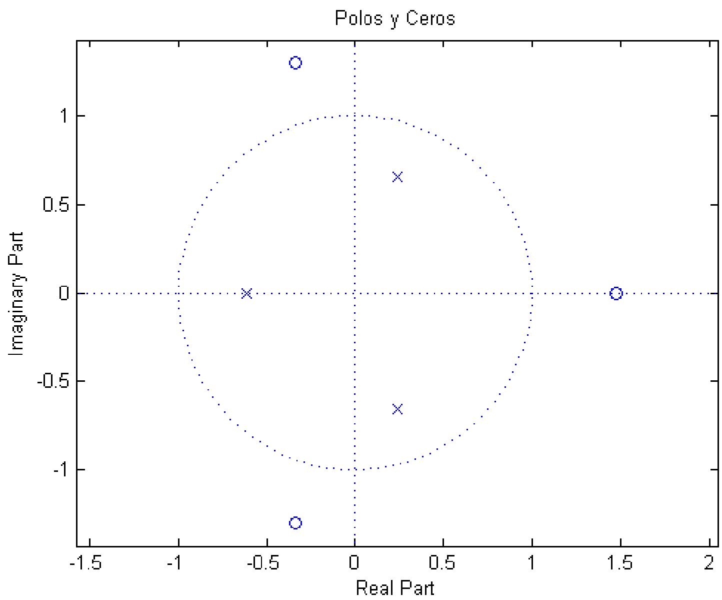
$$-0,6095;\ 0,2397 - 0,6594i;\ 0,2397 + 0,6594i$$

Ceros: $0,6 - 0,48z^{-1} + 0,48z^{-2} - 1,6z^{-3} = 0$

$$1,4786;\ -0,3393 - 1,2994i;\ -0,3393 + 1,2994i$$

```
solve('x^3+0.13*x^2+0.2*x+0.3=0')

solve('0.6*x^3-0.48*x^2+0.48*x-1.6=0')
```

Representación:



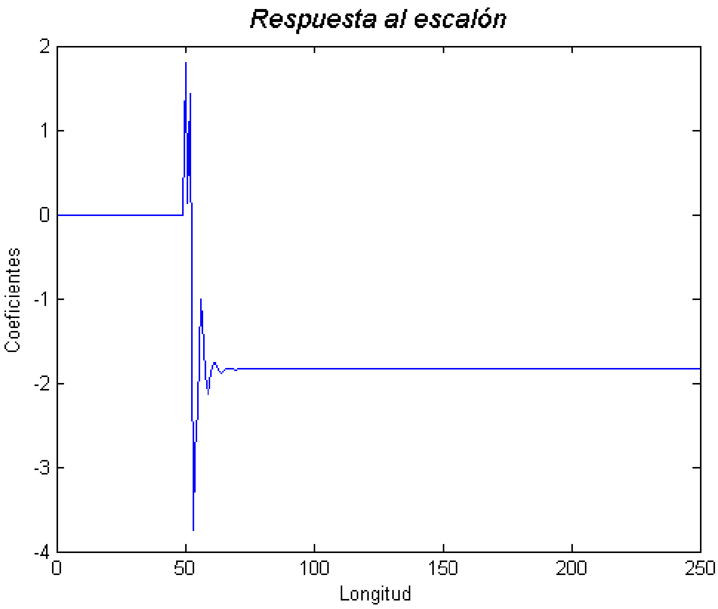
Como el sistema es causal, $|z| > polos$. Todos los polos son menores que 1 en módulo, por lo que la Rdc será la parte del plano mayor que el círculo de radio 0,6594. Por lo tanto, el círculo unitario está dentro de esta zona, y el sistema es estable.

Aquí muestro el código Matlab para los apartados b) y c):

```
%Creamos el vector impulso unidad de longitud 128.

x = ones(1,128);

%Definimos los vectores de coeficientes obtenidos como ...
    resultado
% de las operaciones matematicas anteriores.

a = [1 0.13 0.2 0.3];
b = [0.6 -0.48 0.48 -1.6];

%Aplicamos el filtro sobre el vector impulso para obtener ...
    las respuestas
% que se generan.

y = filter(b,a,x);

% Representamos dicho impulso con una grafica.
```

```
plot(y)
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta del impulso}','FontSize',14)
pause;


% Definimos nuestra region de convergencia para la ...
    circunferencia
% en donde podremos obtener si nuestro sistema de analisis es
% causal o no, e inestable o no.

zplane(b,a);
title('Polos y Ceros');
```

2.a)

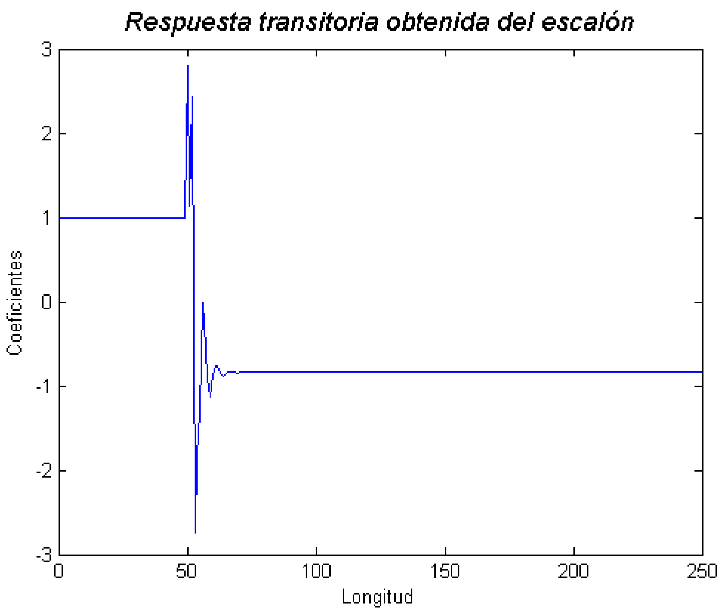


Respuesta en régimen permanente: -1,8405

```
%Definimos la funcion escalon y la representamos para una ...
    amplitud de
% valor 3.

x = zeros(1,250);
```

```
t = -49:200;
x (50:250) = 3;
stem(t,x) ;
title('Funcion escalon');


a = [1 0.13 0.2 0.3];
b = [0.6 -0.48 0.48 -1.6];

 % Filtramos los vectores anteriores de coeficientes junto ...
    a la nueva
 % funcion escalon obtenido previamente. Asi podemos ...
    obtener la respuesta
 % de dicho impluso y hallar la respuesta en regimen ...
    permanente.

y = filter(b,a,x);
plot(y)
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta al escalon}','FontSize',14)
```

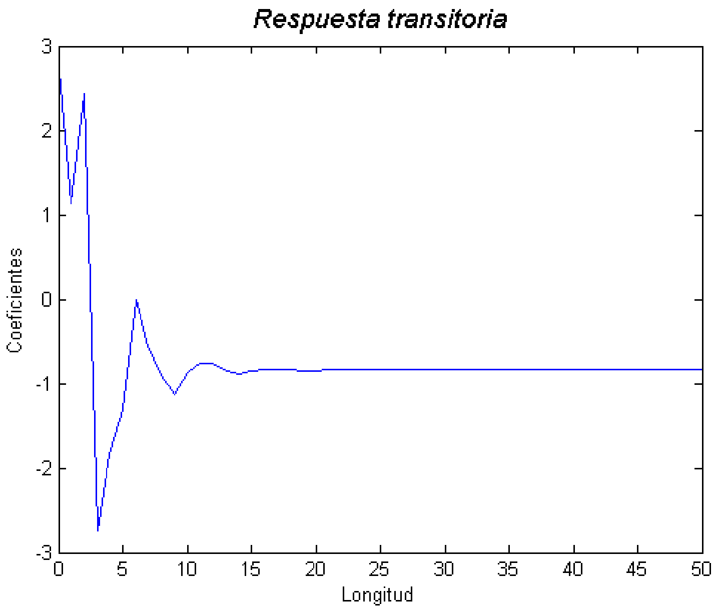
2.b)




```
 % Se nos pide que calculemos la respuesta transitoria de ...
    la respuesta
```

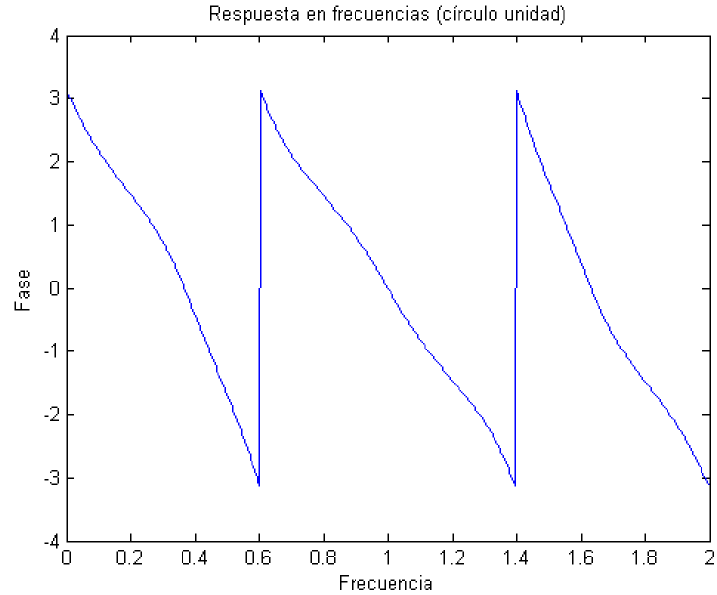
```
% total de la signal anterior.

% rgp = respuesta en regimen permanente
% rt = respuesta transitoria

rgp = −1,8405;
rt = y − rgp;
plot(rt)
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta transitoria obtenida del ...
    escalon}','FontSize',14)
```

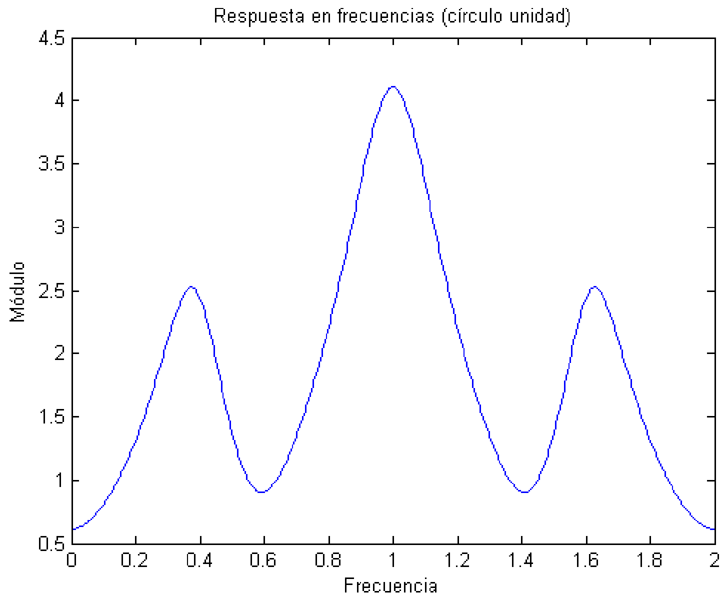
2.c)



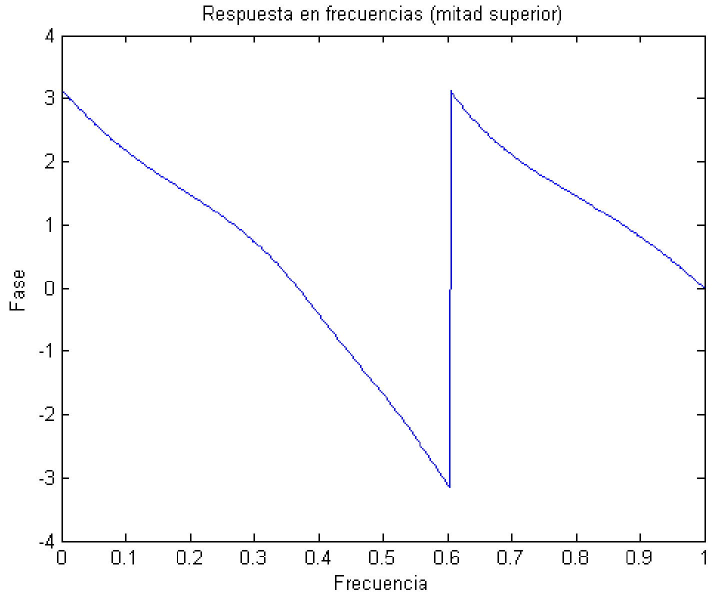

```
% Ahora representaremos la respuesta transitoria en el ...
    intervalo
% 0 ≤ n ≤ 50

plot(t(50:100),rt(50:100))
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta transitoria}','FontSize',14)
```

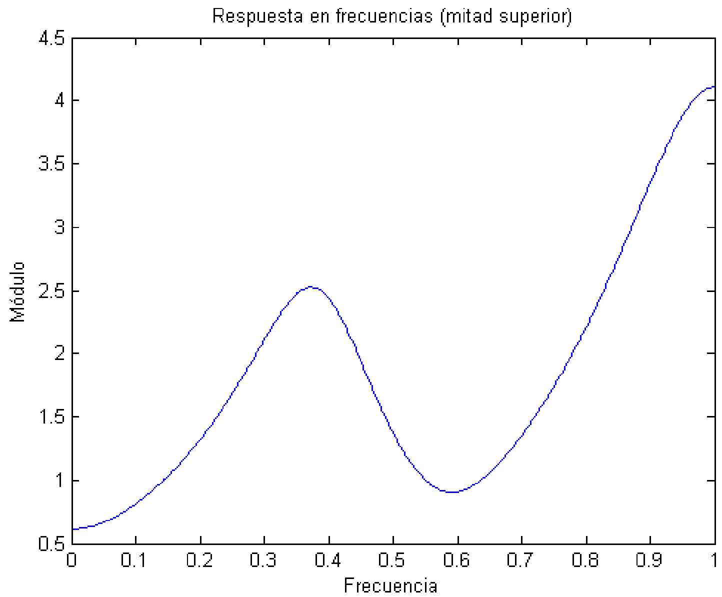
3.a)


Respuesta en frecuencias (círculo unidad)
Fase
Frecuencia
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2


Respuesta en frecuencias (círculo unidad)
Módulo
Frecuencia
4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2

3.b)





3.c)

Este filtro es un filtro paso banda que deja pasar alrededor de $0,6\pi$ y $1,4\pi$, mientras que no deja pasar las bajas frecuencias.

```
% Se nos pide representar la grafica modulo y fase con 512 ...
    muestras
% de frecuencia alrededor de toda la circunferencia unidad.
```

```

a = [1 0.13 0.2 0.3];
b = [0.6 -0.48 0.48 -1.6];


[h,w] = freqz(b,a,512,'whole');
figure(1)
plot(w/pi,abs(h));title('Respuesta en frecuencias (circulo ...
    unidad)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Modulo')
figure(2)
plot(w/pi,angle(h));title('Respuesta en frecuencias ...
    (circulo unidad)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Fase')
pause;

% Ahora para representar unicamente la mitad superior de ...
    la circunferencia
% de radio unidad.

[h,w] = freqz(b,a,512);
figure(1)
plot(w/pi,abs(h));title('Respuesta en frecuencias (mitad ...
    superior)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Modulo')
figure(2)
plot(w/pi,angle(h));title('Respuesta en frecuencias (mitad ...
    superior)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Fase');
```

b) $10y(n) - 5y(n-1) + y(n-2) = x(n) - 5x(n-1) + 10x(n-2)$

Realizamos los mismos cálculos pero cambiando los vectores de coeficientes:
$a = [10 - 51]$ $b = [1 - 510]$
1.a)
Calculamos la transformada de Z de Y.

$$
\begin{aligned}
10Y(z) - 5z^{-1}Y(z) + z^{-2Y(z)} &= X(z) - 5z^{-1}X(z) + 10z^{-2}X(z) \\
&\rightarrow \; Y(z) = \frac{(1 - 5z^{-1} + 10z^{-2})}{10 - 5z^{-1} + z^{-2}}
\end{aligned}
$$

Descomponemos en fracciones simples. Como calcular las raíces es bastante complicado, utilizaremos directamente la función residuez para hallar la descomposición de las mismas:

```
% Como calcular las raices es bastante complicado, ...
    utilizaremos
% directamente la funcion residuez para hallar la ...
    descomposicion
% de los vectores de coeficientes.

a = [10 -5 1];
b = [1 -5 10];
[r,p,k] = residuez(b,a);
r
p
k
```

$$r = -4,9500 - 5,2285i; -4,9500 + 5,2285i;$$
$$p = 0,2500 + 0,1936i; 0,2500 - 0,1936i;$$
$$k = 10$$

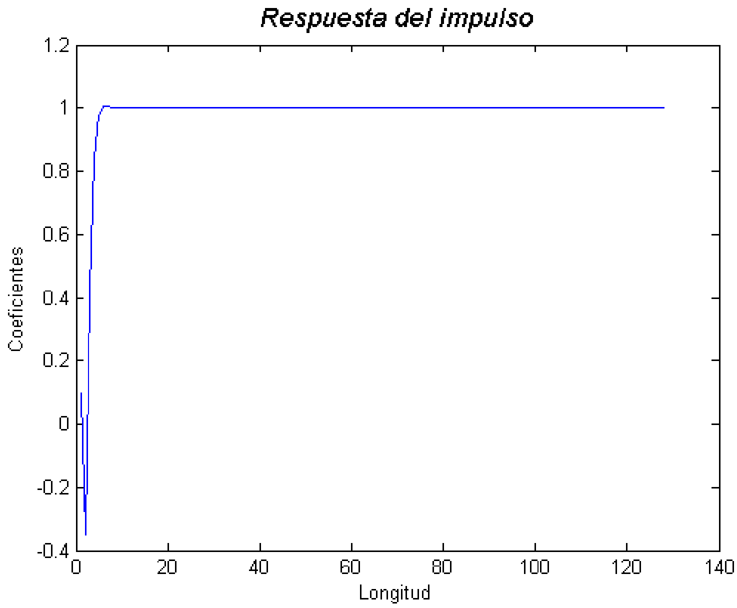
Por lo que la ecuación queda:

$$Y(z) = \frac{-4,9500 - 5,2285i}{(1 - (0,2500 + 0,1936i)z^{-1})} + \frac{-4,9500 - 5,2285i}{(1 - (0,2500 + 0,1936i)z^{-1})} + 10$$

Calculamos la inversa según las tablas:

$$\begin{aligned} y(n) &= (-4,9500 - 5,2285i)(0,2500 + 0,1936i)^n u(n) \\ &+ (-4,9500 - 5,2285i)(0,2500 + 0,1936i)^n u(n) + 10\delta(n) \end{aligned}$$

1.b)



1.c)

$$H(z) = \frac{(1 - 5z^{-1} + 10z^{-2})}{(10 - 5z^{-1} + z^{-2})}$$

Polos: $10 - 5z^{-1} + z^{-2} = 0$

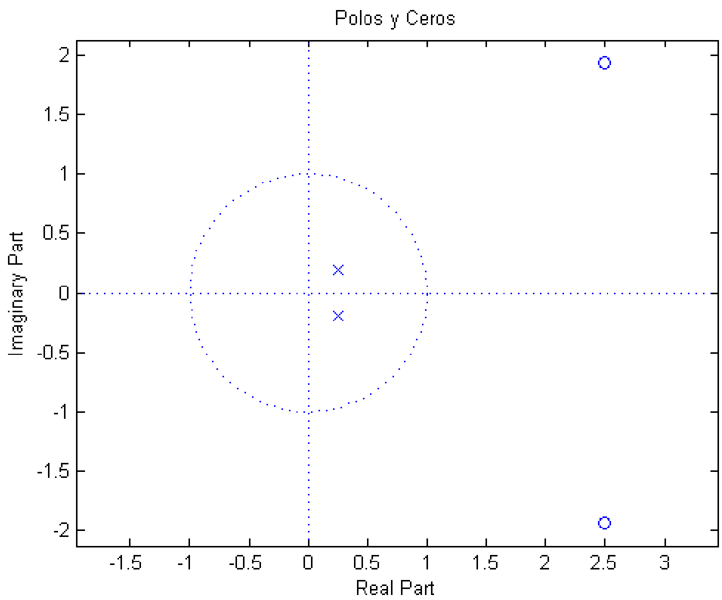
$$\frac{1}{4} \pm \frac{(15^{\frac{1}{2}} i)}{20}$$

Ceros: $1 - 5z^{-1} + 10z^{-2} = 0$

$$\frac{5}{2} \pm \frac{(15^{\frac{1}{2}} i)}{2}$$

```
solve('10*x^2-5*x+1=0')

solve('x^2-5*x+10=0')
```

Representación:

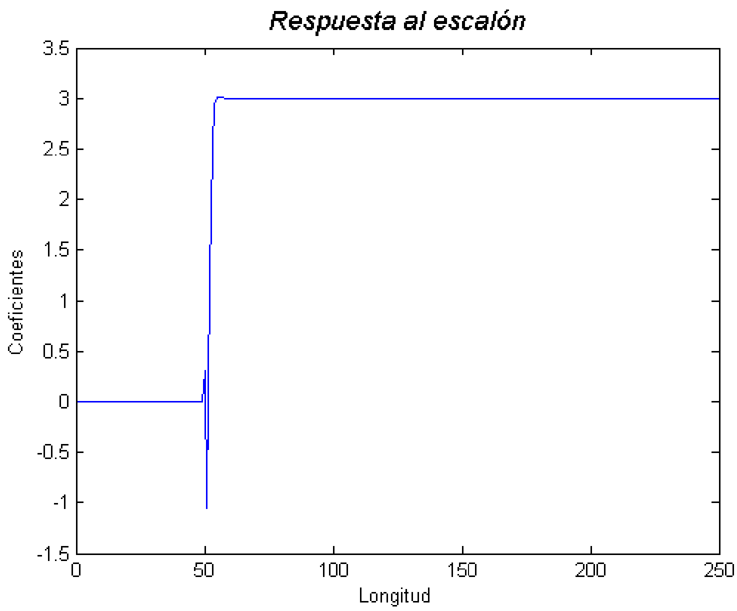


Como el sistema es causal, $|z| > polos$. Todos los polos son menores que 1 en módulo, por lo que la Rdc será la parte del plano mayor que el círculo de radio 0,25. Así pues, el círculo unitario está dentro de esta zona, y el sistema es estable.

```
%Creamos el vector impulso unidad de longitud 128.

x = ones(1,128);

%Definimos los vectores de coeficientes obtenidos como ...
    resultado
% de las operaciones matematicas anteriores.

a = [10 -5 1];
b = [1 -5 10];

%Aplicamos el filtro sobre el vector impulso para obtener ...
    las respuestas
% que se generan.

y = filter(b,a,x);

% Representamos dicho impulso con una grafica.

plot(y)
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
```

```
title('\it{Respuesta del impulso}','FontSize',14)
pause;


% Definimos nuestra region de convergencia para la ...
    circunferencia
% en donde podremos obtener si nuestro sistema de analisis es
% causal o no, e inestable o no.

zplane(b,a);
title('Polos y Ceros');
```

2.a)

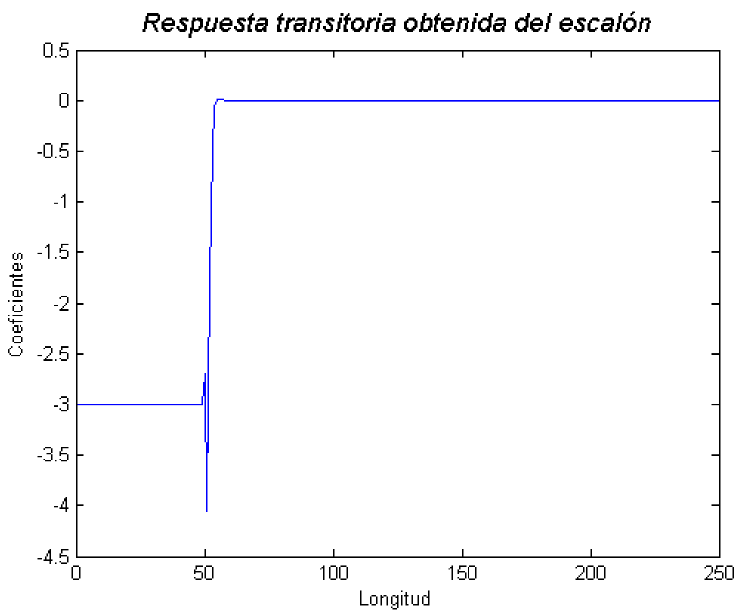


Respuesta en régimen permanente: 3.

```
%Definimos la funcion escalon y la representamos para una ...
    amplitud de
% valor 3.

x = zeros(1,250);
t = -49:200;
x (50:250) = 3;
stem(t,x) ;
title('Funcion escalon');
```

```
a = [10 -5 1];
b = [1 -5 10];

% Filtramos los vectores anteriores de coeficientes junto a la nueva
% funcion escalon obtenido previamente. Asi podemos obtener la respuesta
% de dicho impluso y hallar la respuesta en regimen permanente.

y = filter(b,a,x);
plot(y)
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta al escalon}','FontSize',14)
```

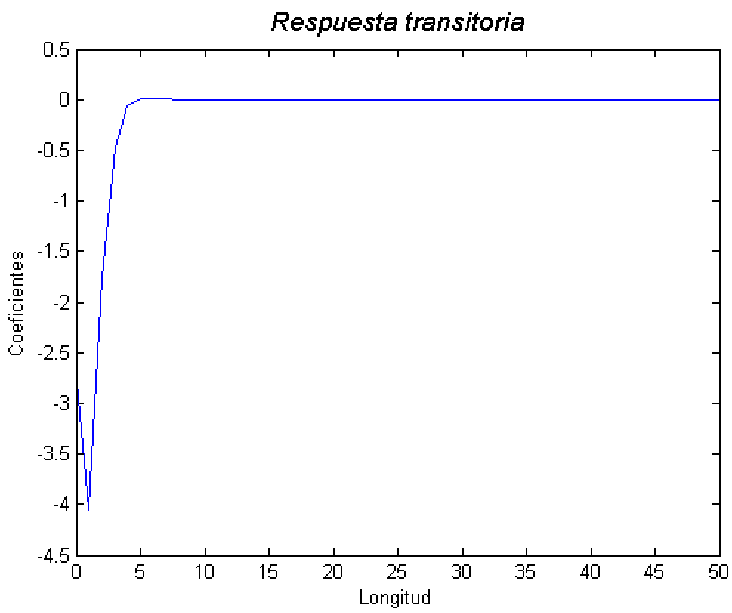
2.b)




```
% Se nos pide que calculemos la respuesta transitoria de la respuesta
% total de la signal anterior.

% rgp = respuesta en regimen permanente
% rt = respuesta transitoria
```

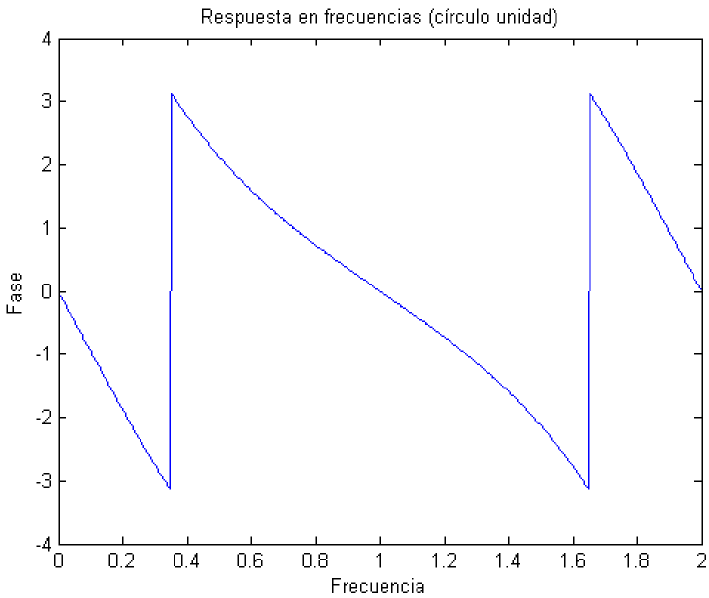
```
rgp = 3;
rt = y - rgp;
plot(rt)
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta transitoria obtenida del ...
    escalon}','FontSize',14)
```

2.c)

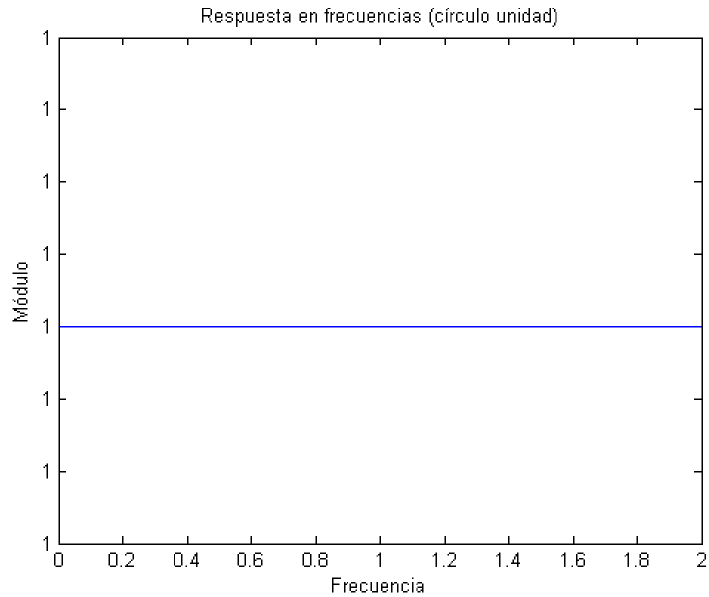



```
% Ahora representaremos la respuesta transitoria en el ...
    intervalo
% 0 ≤ n ≤ 50

plot(t(50:100),rt(50:100))
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta transitoria}','FontSize',14)
```

3.a)

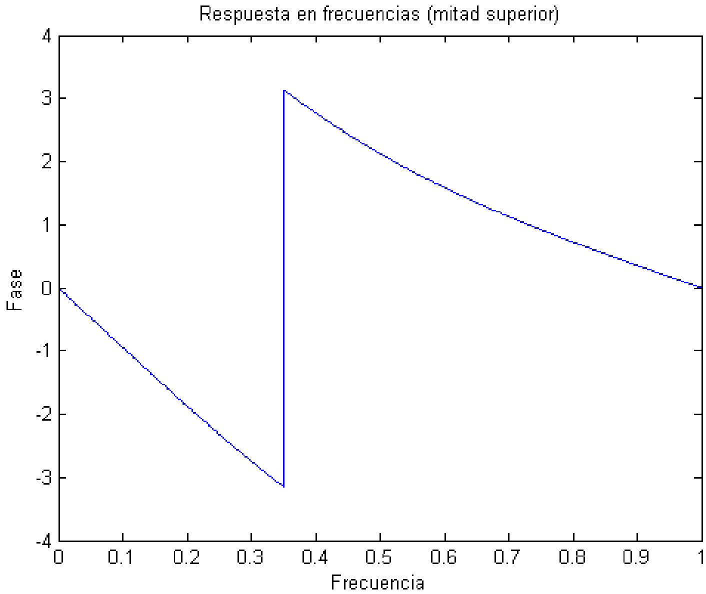


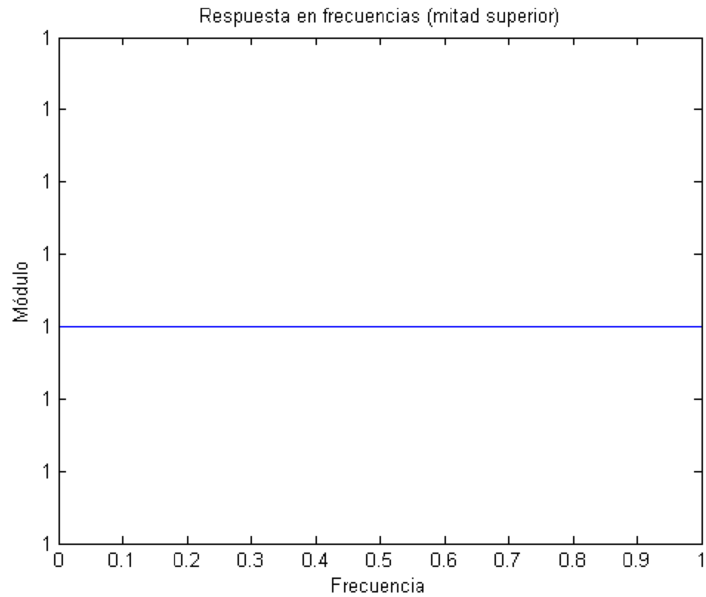
Respuesta en frecuencias (círculo unidad)
Fase
Frecuencia



Respuesta en frecuencias (círculo unidad)
Módulo
Frecuencia

3.b)





3.c)

Es un filtro pasa todo. Deja pasar todas las frecuencias y repite la señal periódicamente.

```
% Se nos pide representar la grafica modulo y fase con 512 ...
    muestras
% de frecuencia alrededor de toda la circunferencia unidad.

a = [10 -5 1];
b = [1 -5 10];


[h,w] = freqz(b,a,512,'whole');
figure(1)
plot(w/pi,abs(h));title('Respuesta en frecuencias (circulo ...
    unidad)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Modulo')
figure(2)
plot(w/pi,angle(h));title('Respuesta en frecuencias ...
    (circulo unidad)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Fase')
pause;

% Ahora para representar unicamente la mitad superior de ...
    la circunferencia
% de radio unidad.

[h,w] = freqz(b,a,512);
figure(1)
plot(w/pi,abs(h));title('Respuesta en frecuencias (mitad ...
    superior)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Modulo')
figure(2)
plot(w/pi,angle(h));title('Respuesta en frecuencias (mitad ...
    superior)')
xlabel('Frecuencia')
ylabel('Fase');
```

5. Ejercicio 5

Dados los coeficientes $a = [1 - 0{,}87410{,}92170{,}26732]$,
y $b = [0{,}18660{,}233600{,}233600{,}1866]$:

a) Realice la descomposición en fracciones simples usando la función de Matlab residuez.

```
% Como calcular las raices es bastante complicado, ...
    utitilizaremos
% directamente la funcion residuez para hallar la ...
    descomposicion
% de los vectores de coeficientes.


a = [1 -0.8741 0.9217 0.26732];
b = [0.1866 0.2336 0.2336 0.1866];

[r,p,k] = residuez(b,a);
r
p
k
```

$$r = -0,0428 - 0,1860i; -0,0428 + 0,1860i; -0,4259$$
$$p = 0,5510 + 0,9323i; 0,5510 - 0,9323i; -0,2279$$
$$k = 0,6980$$

Por lo que la descomposición en fracciones simples es:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{(-0,0428 - 0,1860i)}{(1 - (0,5510 + 0,9323i)z^{-1})} + \frac{(-0,0428 + 0,1860i)}{(1 - (0,5510 - 0,9323i)z^{-1})} \\ &+ \frac{-0,4259}{(1 - (-0,2279)z^{-1})} + 0,698 \end{aligned}$$

b) Calcule los polos y los ceros de la función de transferencia aplicando la función tf2zp a los coefientes proporcionados anteriormente.

```
% Calculamos los polos y los ceros de la funcion de ...
    transferencia
% aplicando la funcion tf2zp a los coeficientes proporcionados
% anteriormente.

[z,p,k] = tf2zp(b,a);

% Definimos nuestra region de convergencia para la ...
    circunferencia
% en donde podremos obtener si nuestro sistema de analisis es
% causal o no, e inestable o no.

zplane(b,a);
title('Polos y Ceros');
```

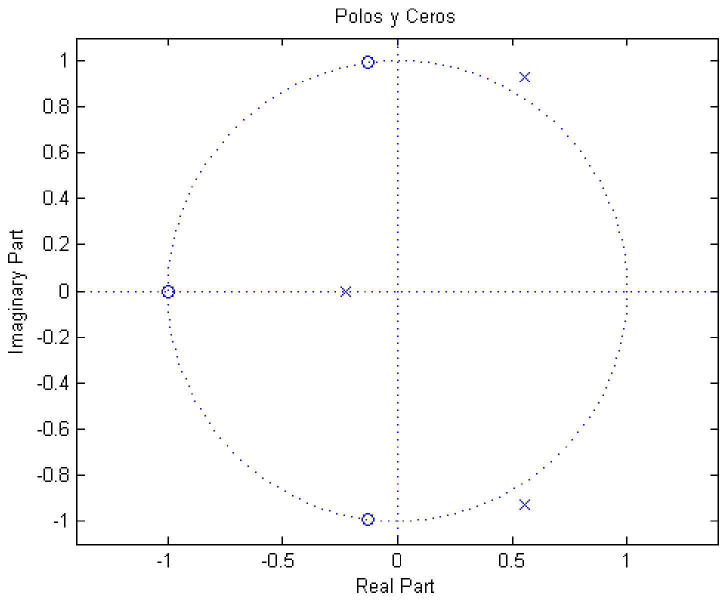
Ceros: (z)

$$-1,0000; -0,1259+0,9920i; -0,1259-0,9920i$$

Polos: (p)

$$0,5510+0,9323i; 0,5510-0,9323i; -0,2279$$

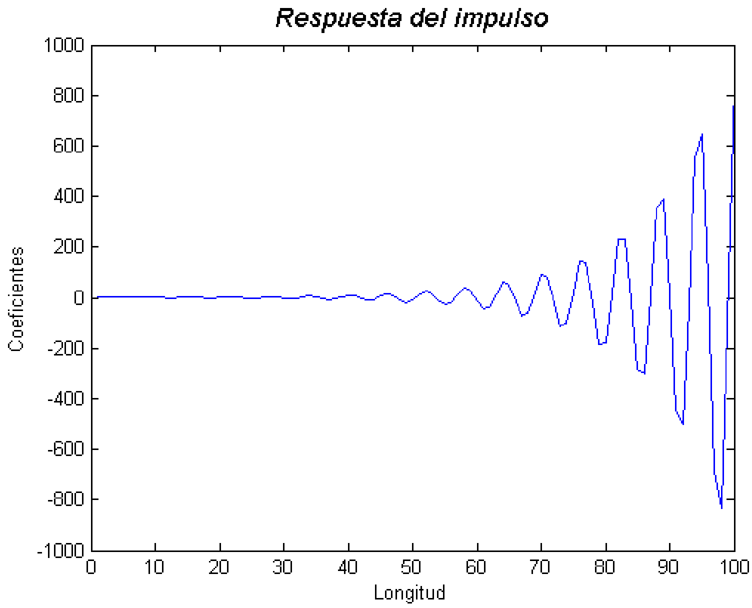
Representación:



c) Calcule y dibuje 100 valores de la respuesta al impulso usando filter, y usando la expansión en fracciones simples. Compare los resultados.
Usando expansión en fracciones simples:

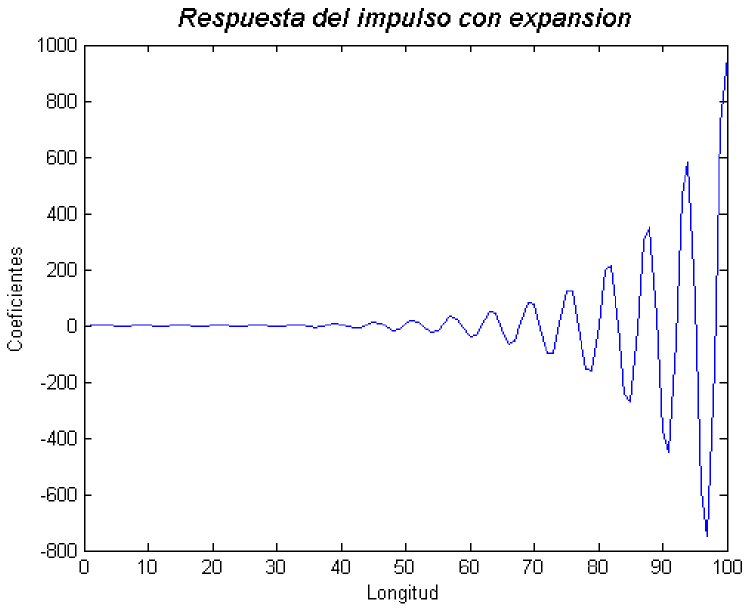
$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{(-0,0428-0,1860i)}{(1-(0,5510+0,9323i)z^{-1})} + \frac{(-0,0428-0,1860i)}{(1-(0,5510-0,9323i)z^{-1})} \\ &+ \frac{-0,4259}{(1-(-0,2279)z^{-1})+0,698} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(n) &= (-0,0428-0,1860i)(0,5510+0,9323i)^n u(n) \\ &+ (-0,0428+0,1860i)(0,5510-0,9323i)^n u(n) \\ &- 0,4259(-0,2279)^n u(n)+0,698\delta(n) \end{aligned}$$



El impulso es 1 solo cuando n es cero y la función es 0 en valores de tiempo negativo, por lo que la función queda como:

$$y(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n < 0 \\ \\ (-0,0428 - 0,1860i)(0,5510 + 0,9323i)^n \\ +(-0,0428 + 0,1860i)(0,5510 - 0,9323i)^n \\ -0,4259(-0,2279)^n + 0,698 & \text{si } n = 0 \\ \\ (-0,0428 - 0,1860i)(0,5510 + 0,9323i)^n \\ +(-0,0428 + 0,1860i)(0,5510 - 0,9323i)^n \\ -0,4259(-0,2279)^n & \text{si } n > 0 \end{cases}$$




```
%Creamos el vector impulso unidad de longitud 100.

x = ones(1,100);

%Definimos los vectores de coeficientes obtenidos como ...
    resultado
% de las operaciones matematicas anteriores.

a = [1 -0.8741 0.9217 0.26732];
b= [0.1866 0.23360 0.23360 0.1866];

%Aplicamos el filtro sobre el vector impulso para obtener ...
    las respuestas
% que se generan.

y = filter(b,a,x);

% Representamos dicho impulso con una grafica.

plot(y);
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta del impulso}','FontSize',14)
pause;

expansion = zeros(1,100);
expansion(1) = fracciones(0)+0.698;
```

```
for i=1:99
    expansion(i+1) = fracciones(i);
end

plot(expansion)
xlabel('Longitud')
ylabel('Coeficientes')
title('\it{Respuesta del impulso con ...
    expansion}','FontSize',14);
```

He realizado una función en Matlab que me calcula para cada índice desde 1 hasta 100 el valor de y que hay que tomar en la representación:

```
function y = fracciones(x)
y = (-0.0428 - 0.1860*1i)*(0.5510 + 0.9323*1i)^x +(-0.0428 ...
    + 0.1860*1i)*(0.5510 - 0.9323*1i)^x - 0.4259*(-0.2279)^x;
```