# Modelos Lineales y Lineales Generalizados

Manuel Gijón Agudo

Octubre 2018 -

# Índice

**1. Regresión lineal** **2**

1.1. Regresión lineal simple . . . . . . . . . . 2

1.1.1. Ejemplos . . . . . . . . . . 2

1.2. ANOVA . . . . . . . . . . 2

1.2.1. Ejemplos . . . . . . . . . . 2

1.3. ANCOVA . . . . . . . . . . 2

1.3.1. Ejemplos . . . . . . . . . . 2

**2. Regresión lineal generalizada** **3**

2.1. Genealidades . . . . . . . . . . 3

2.2. Binomial Response Models . . . . . . . . . . 3

2.3. Poisson Response Models . . . . . . . . . . 3

# 1. Regresión lineal

## 1.1. Regresión lineal simple

**Objetivo**: Nuestro objetivo será siempre explicar el comportamiento de una variable aleatoria $Y$ en función de unos ciertos valores $X_1, ..., X_p$.

Dado un $n \in \mathbb{Z}^+$ denominaremos $Y_i$ a la muestra de $Y$ obtenida cuando $X_j = x_{ij} \in \mathbb{R}\ \forall i, j$.

**Definición**: denominamos el **Modelo Lineal** como:

$$\boxed{\forall i, \quad Y_i = \beta_0 + x_{i1}\beta_1 + ... + x_{i(p-1)}\beta_{p-1} + e_i = \mu_i + e_i}$$

donde $\beta_0$ es denominado **intercepto** (*intercept*) y los términos $e_i$ los **errores**.

**Hipótesis**:

- $\forall i \ \in \{1, 2, ..., n\},\ e_i \sim N(0, \sigma_i^2)$
- **Homeodasticidad** (*homeodasticity*): $\forall i \ \in \{1, 2, ..., n\},\ \sigma_i^2 = \sigma^2$
- $\forall i, y \ \in \{1, 2, ..., n\},\ i \neq j\ e_i$ es **independiente** de $e_j$
- Los valores de $X$ son fijos o variables aleatorias **independientes** de los errores.

En **forma matricial** escribiremos el modelo de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1(p-1)} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2(p-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \cdots & x_{n(p-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix}$$

#### 1.1.1. Ejemplos

## 1.2. ANOVA

idem

#### 1.2.1. Ejemplos

## 1.3. ANCOVA

idem

#### 1.3.1. Ejemplos

**Example 1.1** *Tenemos datos sobre coche que utilizan diesel o no.*

# 2. Regresión lineal generalizada

## 2.1. Genealidades

## 2.2. Binomial Response Models

Una variable aleatorio es tal que $Y \sim B(p)$ (Bernulli), $0 \leq p \leq 1$, si y solo sí toma valores 1 ó 0 con las siguientes probabilidades:

$$P(Y = 1) = p \text{ and } P(Y = 0) = 1 - p$$

Una variable aleatoria es tal que $Y \sim Bin(n, p)$ (Binomial), con parámetros.... CONTINUAR AQUÍ

BALA BLA BLA BLA

Definimos los **odds** de una variable aleatoria Binomial como $\text{Odd} = \frac{p}{1-p} \in (0, +\infty)$, tal que verifica:

$$\text{Odd} = \begin{cases} 5 & si \quad x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 10 & si \quad 2 < x < 5 \\ 4x - 15 & si \quad x \geq 5 \end{cases}$$

SUSTITUIR APROPIADAMENTE LA MIERDA DE AQUÍ ARRIBA IMPORTANTE!!

Para comparar $p_1$ con $p_2 \in (-1, 1)$ CONTINUAR A1UÍ BLA BLA BLA BLA

$$\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 & \Longleftrightarrow H_0 : p_1 - p_2 = 0 \\ H_1 : p_1 \neq p_2 & \Longleftrightarrow H_1 : p_1 - p_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$Y_i \sim Bin(m_i, p_i)$$

$$g(\mu) = X\beta \Leftrightarrow g(mp) = X\beta$$

Recordemos el link canónico, el parámetro de ddispersione y la función de varianza son respectivamente:

$$\theta_i = \log\left(\frac{p_i}{1 - p_i}\right)$$

$$\Phi = 1$$

$$V(\mu_i) = \mu_i\left(1 - \frac{\mu_i}{m_i}\right)$$

## 2.3. Poisson Response Models