LAPORAN TUGAS BESAR
ALJABAR LINIER DAN GEOMETRI

SISTEM PERSAMAAN LINIER, DETERMINAN, DAN APLIKASINYA

Kelas Mahasiswa K03

Dosen: Ir. Rila Mandala, M.Eng., Ph.D.

Diajukan sebagai tugas besar Mata Kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri pada Semester I Tahun Akademik 2022/2023

Disusun Oleh:

Kelompok 20 (AlgeoA)

Matthew Mahendra	**13521007**
Jason Rivalino	**13521008**
Agsha Athalla Nurkareem	**13521027**

SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

BANDUNG

2022

DAFTAR ISI

BAB I

DESKRIPSI MASALAH

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Dalam mata kuliah Aljabar Linier dan Geometri ini, sudah dipelajari berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan *n* peubah dan *n* persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

Di dalam Tugas Besar 1 ini, tugas yang diberikan yaitu membuat satu atau lebih library aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Selanjutnya, gunakan *library* tersebut di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi.

BAB II

TEORI SINGKAT

I. Teori Singkat Metode Eliminasi Gauss

Metode Eliminasi Gauss merupakan metode eliminasi yang ditemukan oleh Carl Friedrich Gauss. Metode ini dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear. Tahapan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear adalah sebagai berikut:

1. Menyatakan sistem persamaan linear ke dalam bentuk matriks augmented yaitu matriks yang menambahkan kolom tambahan yaitu berupa vektor B sehingga bentuk akhir matriksnya yaitu [A | B]
2. Menerapkan Operasi Baris Elementer (OBE) pada matriks augmented hingga terbentuk matriks eselon baris. Operasi Baris Elementer yang bisa dilakukan antara lain mengalikan baris dengan konstanta tidak nol, menukarkan dua buah baris, dan juga menambahkan sebuah baris dengan kelipatan baris lainnya.
3. Memecahkan persamaan yang berkorespondensi pada matriks eselon baris dengan cara *backward substitution*.

II. Teori Singkat Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode Eliminasi Gauss-Jordan merupakan metode eliminasi yang dikembangkan berdasarkan metode eliminasi Gauss. Metode ini menerapkan Operasi Baris Elementer (OBE) pada matriks augmented untuk menghasilkan matriks eselon baris tereduksi. Dari hasil yang didapatkan, nilai variabel dapat ditemukan langsung tanpa perlu lagi melakukan substitusi mundur. Metode yang dilakukan yaitu dengan menerapkan fase maju untuk menghasilkan nilai-nilai 0 dibawah 1 utama (Metode Gauss) lalu menerapkan fase mundur untuk menghasilkan nilai-nilai 0 diatas satu utama.

III. Teori Singkat Determinan

Determinan merupakan nilai skalar yang dapat dihitung dari sebuah matriks persegi. Determinan sendiri dapat dianggap sebagai faktor penskalaan dari transformasi pada matriks. Determinan dari sebuah matriks A sendiri dapat dituliskan sebagai det(A). Determinan dapat dihitung dari selisih hasil perkalian diagonal utama dengan perkalian pada diagonal sekunder. Determinan hanya dapat ditentukan pada matriks persegi saja – matriks yang memiliki ukuran baris dan kolom yang sama.[1]

IV. Teori Singkat Matriks Balikan (Invers)

Matriks Balikan atau Invers adalah matriks yang merupakan bentuk kebalikan dari matriks asalnya. Matriks balikan dari A akan dilambangkan dalam bentuk A^{-1}. Matriks balikan sendiri memiliki ciri-ciri yaitu apabila matriks asal dikalikan dengan matriks inversnya, maka akan menghasilkan matriks identitas yaitu matriks yang elemen diagonalnya bernilai 1 dan nilai elemen selain diagonalnya adalah 0. Ciri lainnya adalah sebuah matriks akan memiliki invers jika nilai determinannya tidak sama dengan 0.[2]

V. Teori Singkat Matriks Kofaktor

Matriks Kofaktor merupakan matriks yang didapat dengan mengalikan nilai minor dengan nilai positif atau negatif berdasarkan posisi matriks minor yang ditinjau. Matriks kofaktor memiliki notasi yaitu $C_{ij} = (-1)^{i+j} \times M_{ij}$. M_{ij} melambangkan matriks minor yang merupakan matriks yang didapat dengan cara menghitung nilai determinan dari elemen matriks yang tidak sebaris ataupun tidak sekolom (menghilangkan elemen pada baris ke-i dan kolom ke-j). Contohnya jika ingin mencari nilai minor dari matriks baris dan kolom ke-1. Maka, matriks minor bisa didapatkan dengan menghitung determinan pada elemen matriks selain yang terdapat pada baris dan kolom pertama. Sedangkan, $(-1)^{i+j}$ melambangkan faktor pengali berdasarkan posisi baris dan kolom pada matriks. Contohnya jika posisi baris dan kolom ke-1, maka nilai faktor pengalinya menjadi $(-1)^{1+1}$ atau $(-1)^2$ sehingga menjadi 1 atau bernilai positif.

VI. Teori Singkat Matriks Adjoint

Matriks Adjoint merupakan matriks yang didapat dari hasil transpose pada sebuah matriks kofaktor. Transpose sendiri merupakan proses untuk menukar elemen baris pada matriks menjadi elemen kolom dan juga sebaliknya yaitu menukar elemen kolom menjadi elemen baris pada matriks.

VII. Teori Singkat Kaidah Cramer

Kaidah Cramer merupakan kaidah yang ditemukan oleh Swiss Gabriel Cramer. Kaidah ini dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan mengubah sistem persamaan linear dalam bentuk *Ax=b*, kemudian mengganti kolom ke-n dengan matriks B untuk mencari hasil sistem persamaan linearnya dengan rumus

$$X_n = \frac{det\ (A_n\ )}{det\ (A)}$$

Pada rumus pencarian hasil sistem persamaan linear, det(A_n) menyatakan nilai determinan dari matriks ke-n yang nilai kolomnya diganti dengan nilai matriks B, sedangkan det(A) menyatakan nilai determinan dari matriks A.

VIII. Teori Singkat Interpolasi Polinom

Interpolasi Polinom merupakan teknik interpolasi untuk menentukan nilai-nilai dari sebuah data yang belum diketahui dengan menggunakan pola data yang dipunya lalu mengikuti pola dari polinomial yang memiliki derajat, baik derajat satu (linier) maupun derajat banyak. Interpolasi dilakukan dengan membentuk persamaan polinomial yang kemudian digunakan untuk menginterpolasi nilai-nilai yang diketahui untuk menentukan perkiraan nilai dari data-data yang nilainya belum ada.[3]

IX. Teori Singkat Interpolasi *Bicubic*

Interpolasi *bicubic* merupakan teknik interpolasi yang menggunakan 16 pixel pada pixel berukuran 4x4 untuk tetangga terdekat pada citra pixel aslinya. Interpolasi *Bicubic* bisa dipergunakan untuk membuat citra gambar lebih halus sehingga umumnya dipergunakan pada data gambar 2D untuk pembesaran citra. Aplikasi dari interpolasi *bicubic* ini bisa dipergunakan untuk melakukan *edit* pada kamera digital dan perangkat lunak.[4]

X. Teori Singkat Regresi Linier Berganda

Regresi Linier Berganda merupakan model regresi yang melibatkan lebih dari satu variabel independen. Model regresi ini merupakan metode lain untuk memprediksi nilai dari data yang belum diketahui selain dengan Interpolasi Polinom. Tujuan dari regresi ini adalah untuk memprediksi nilai dari suatu data berdasarkan data-data yang telah diketahui sebelumnya.[5]

BAB III

IMPLEMENTASI PUSTAKA & PROGRAM JAVA

I. Struktur Class pada Program Java

Program yang dibuat oleh kelompok kami terdiri atas delapan *class* Java dan dibedakan berdasarkan kegunaan dari masing-masing *class*. Delapan *class* yang ada antara lain terdiri atas *class* untuk menu utama, *class* untuk menampilkan menu kalkulator untuk memilih opsi perhitungan, *class* untuk melakukan pembacaan terhadap file .txt, *class* untuk melakukan penyimpanan terhadap hasil operasi matriks, *class* sebagai *library* program-program dasar, dan juga *class* yang berupa implementasi dari program-program dasar yang ada (Interpolasi Polinom, Interpolasi Bicubic, dan Regresi Linier Berganda).

II. Garis Besar Program

Garis besar program yang dibuat oleh kelompok kami adalah:

1) Main.java

   Main.java merupakan program utama yang berfungsi untuk menjalankan prosedur untuk menu utama yang terdapat pada *class* Menu.

2) Menu.java

   Menu.java merupakan program utama yang berfungsi untuk menampilkan berbagai macam Menu pada Kalkulator Matriks yang dapat dipilih. Terdapat tujuh menu yang dapat dipilih antara lain Sistem Persamaan Linear, Determinan, Matriks Balikan, Interpolasi Polinom, Interpolasi Bicubic, Regresi Linier Berganda dan Keluar. Jika memilih Sistem Persamaan Linier maka akan ada sub-menu untuk memilih metode Sistem Persamaan Linier antara eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, metode Matriks Balikan, dan Kaidah Cramer. Untuk menu Determinan, terdapat dua sub-menu yaitu untuk memilih cara pencarian determinan melalui kofaktor ataupun melalui reduksi. Untuk menu Matriks Balikan, terdapat dua sub-menu juga yaitu untuk mencari invers dengan adjoin ataupun dengan OBE. Untuk menu Interpolasi Polinom, Interpolasi Bicubic, dan Regresi Linier Berganda tidak ada sub-menu. Untuk menu keluar, jika dipilih maka program akan langsung berhenti. Jika menu operasi sudah dipilih oleh pengguna, akan ada opsi untuk memilih metode input matriks yaitu bisa menginput matriks dengan mengetikkan matriks di keyboard ataupun menginput matriks yang berasal dari file .txt.

3) ReadFile.java

ReadFile.java merupakan program utama yang berfungsi untuk menerima suatu file .txt yang berisikan matriks dan kemudian mengembalikan isi dari file .txt yang dibaca tersebut dengan array matriks dengan ukuran bersesuaian. Program akan menginisialisasi jumlah baris dan kolom kemudian akan melakukan perhitungan. Berikutnya adalah program akan membuat matriks dan mengisi matriks berdasarkan perhitungan sebelumnya. Jika nama file yang diinput tidak ada, maka program akan menampilkan pesan error.

4) Matriks.java

Matriks.java merupakan program utama yang berfungsi sebagai tipe data abstrak dari berbagai program yang akan dijalankan. Dalam *class* ini, terdapat berbagai macam program primitif untuk matriks. Bagian-bagian yang ada pada *class* antara lain:

a. Konstruktor matriks yang berfungsi untuk membuat matriks.
b. Primitif input matriks yang terdiri atas:
   - Fungsi inputRow dan input Col untuk memasukkan nilai baris dan kolom untuk matriks. Masukkan berupa integer. Mengembalikan nilai baris dan kolom yang sudah terdefinisi.
   - Fungsi inputRowPolynomial untuk memasukkan jumlah koordinat yang kemudian akan dicari nilai interpolasinya. Masukkan berupa integer. Mengembalikan nilai jumlah baris polinomial yang diinput sudah terdefinisi.
   - Fungsi inputEstimatePolynomial untuk memasukkan nilai estimasi yang akan dicari nilainya dengan Interpolasi Polinomial. Masukan berupa double. Mengembalikan nilai dalam bentuk double yang kemudian akan dilakukan operasi Interpolasi Polinomial.
   - Fungsi makeMatriks untuk membentuk matriks sembarang. Mengembalikan matriks yang sudah terbentuk sembarang.
   - Procedure inputMatriks untuk memasukkan nilai-nilai pada matriks.

c. Selektor yang terdiri dari fungsi integer getRow dan getCol yang berfungsi untuk mengecek jumlah baris dan kolom dan juga fungsi boolean isSquare yang berfungsi untuk menentukan apakah baris dan kolom yang ada pada matriks apakah sama atau tidak.
d. Primitif output matriks yaitu procedure printMatriks yang berfungsi untuk mencetak matriks.
e. Primitif salinan matriks yaitu fungsi copyMatriks yang berfungsi untuk membuat salinan dari matriks masukan. Masukannya berupa matriks sebelumnya. Outputnya adalah salinan matriks baru yang sesuai dengan matriks sebelumnya yang disalin.
f. Primitif operasi-operasi matriks yang berfungsi sebagai operasi untuk membantu perhitungan dalam library program untuk nantinya. Operasi-operasi yang terdapat dalam primitif ini antara lain:
    - Fungsi makeIdentitas yaitu operasi untuk membuat matriks identitas dengan ukuran n x n. Mengembalikan matriks identitas n x n yang sudah terbentuk.
    - Fungsi matriksHilbert yaitu operasi untuk membuat matriks Hilbert berukuran n. Mengembalikan matriks Hilbert berukuran n yang sudah terbentuk.
    - Fungsi checkIdentitas yaitu operasi untuk mengecek apakah matriks yang ada merupakan matriks identitas atau bukan. Jika identitas maka mengembalikan true, jika bukan maka mengembalikan false.
    - Procedure swapBaris yaitu procedure untuk menukar satu baris dengan baris yang lainnya.
    - Fungsi cariIndex yaitu operasi untuk menemukan dan menandai indeks yang akan digunakan untuk sorting. Mengembalikan nilai integer indeks baris berdasarkan pencarian.
    - Fungsi sortingMatrix yaitu operasi untuk melakukan sorting pada baris-baris pada matriks berdasarkan indeks yang sebelumnya dicari, fungsi akan menjalankan loop untuk mencari baris utama. Jika ditemukan, maka akan melakukan procedure swapBaris dan juga menghitung berapa kali terjadinya swapBaris. Mengembalikan nilai integer berapa kali terjadinya pertukaran baris pada matriks.

  - Fungsi perkalian yaitu operasi untuk melakukan perkalian matriks. Mengembalikan matriks baru hasil operasi perkalian.
  - Fungsi makeMinor yaitu operasi untuk membuat matriks minor dari sebuah matriks. Mengembalikan hasil berupa matriks minor dari matriks sebelumnya.

g. Operasi untuk mencari sistem persamaan linear antara lain:
  - Procedure eliminasi Gauss (Gauss), yaitu procedure untuk menjalankan proses operasi untuk eliminasi Gauss pada matriks. Masukannya berupa matriks yang sebelumnya telah diinput dari keyboard ataupun file.
  - Procedure eliminasi Gauss-Jordan (GaussJordan), yaitu procedure untuk menjalankan proses operasi untuk eliminasi Gauss-Jordan pada matriks. Masukannya berupa matriks yang sebelumnya telah diinput dari keyboard ataupun file.
  - Function SPLInvers, yaitu fungsi untuk penyelesaian matriks dengan metode Invers Matriks. Fungsi akan menerima matriks augmented yang berisi A dan b dari persamaan Ax = b. Matriks augmented akan dipisah menjadi matriks A dan b. Matriks A diinvers lalu dikalikan dengan matriks menghasilkan sebuah list string dengan format "x_n= hasil"
  - Function SarrusCrammer, yaitu fungsi untuk penyelesaian matriks dengan metode Sarrus-Cramer. Fungsi ini akan melakukan proses Sarrus-Crammer untuk mendapatkan hasil dari sebuah sistem persamaan linear. Untuk menjalankan fungsi ini, diperlukan function determinan juga untuk mencari nilai determinan terlebih dahulu dari sebuah matriks. Mengembalikan hasil berupa list string dengan format "x_n= hasil"

h. Operasi untuk melakukan operasi determinan yang terdiri atas:
  - Function Determinan merupakan fungsi yang melakukan proses perhitungan determinan dengan melakukan reduksi baris. Setelah dilakukan reduksi baris, maka menggunakan determinan ditentukan dengan mengalikan setiap elemen pada diagonal utama dan dibagi dengan setiap perkalian konstanta bukan nol pada setiap baris serta melakukan operasi pangkat -1 terhadap p dengan p jumlah pertukaran

baris yang terjadi. Function mengembalikan nilai determinan dalam bentuk double.

- Function DeterminanKof merupakan fungsi yang melakukan proses perhitungan determinan dengan melakukan ekspansi kofaktor. Function melakukan perhitungan rekursi dengan memanggil fungsi yang sama hingga matriks yang dikembalikan berukuran 1x1. Function mengembalikan nilai determinan dalam bentuk double.

i. Operasi untuk melakukan operasi invers yang terdiri atas:
    - Function InversAdj yaitu fungsi untuk menemukan nilai invers dengan memanfaatkan Matriks adjoin yang dicari dari melakukan proses determinan dengan matriks minor. Hasil dari matriks adjoin kemudian di transpose untuk mendapatkan nilai inversnya. Mengembalikan nilai matriks baru yang berupa hasil invers dari matriks awalnya.
    - Function InversOBE yaitu fungsi untuk menemukan nilai invers dengan memanfaatkan operasi baris elementer pada matriks. Bentuk awal dari matriks yaitu [A | I]. Dengan memanfaatkan fungsi ini, didapatkan hasil akhirnya berupa matriks bentuk baru yaitu matriks invers dari A dengan bentuk [I | A^{-1}].

j. Operasi untuk mengeluarkan hasil dari sistem persamaan linear yaitu function getSolution. Yaitu fungsi untuk mengeluarkan hasil akhir dari perhitungan operasi yang telah dilakukan pada matriks sebelumnya. Solusi akhir yang dikeluarkan tergantung pada bentuk matriks akhir yang dihasilkan dan memiliki tiga opsi, yaitu menampilkan hasil akhir berupa "x_n= hasil" dalam bentuk string. Jika kondisi solusi tunggal, menampilkan hasil akhir berupa matriks bentuk parametrik jika kondisi solusi tak hingga, dan menampilkan tulisan SPL tidak memiliki solusi jika terjadi kondisi hasil akhir matriks tidak dapat menghasilkan solusi tunggal maupun tak hingga.

5) Polynomial.java

Polynomial.java merupakan program utama yang berfungsi untuk mencari nilai Interpolasi Polinomial. Dalam program ini proses pertama adalah untuk memilih opsi untuk input matriks dari keyboard ataupun input matriks dari file .txt. Jika memilih opsi dari keyboard, maka akan ada perintah untuk menginput jumlah koordinat yang diketahui. Kemudian program akan membentuk matriks berdasarkan koordinat input dan melakukan operasi Gauss. Program juga akan meminta perintah untuk memasukkan nilai estimasi. Program akan melakukan perhitungan Interpolasi Polinom berdasarkan hasil akhir eliminasi Gauss dan input nilai estimasi.

6) Regresi.java

Regresi.java merupakan program utama yang berfungsi untuk membentuk suatu persamaan regresi dari masukan berupa sampel dari peubah dan konstanta Y. Program ini dapat menerima masukan dari keyboard maupun dari file .txt . Program ini akan meminta masukan berupa banyaknya peubah, sampel dalam data, dan nilai taksiran dari setiap peubah. Selanjutnya, program akan meminta masukkan data sampel dengan urutan peubah dan diakhiri dengan data variabel Y. Program akan membuat matriks dengan susunan yang sesuai dengan bentuk persamaan hasil dari *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression*. Setelah matriks terbentuk, program akan mengimplementasikan metode Gauss-Jordan untuk menentukan nilai pada koefisien dari persamaan hasil. Setelah persamaan hasil telah terbentuk, nilai taksiran akan dimasukkan ke dalam persamaan dan menghasilkan nilai regresinya.

7) Save.java

Save.java merupakan program utama yang berfungsi untuk menyimpan matriks yang telah dioperasikan. Matriks akan disimpan dalam bentuk file .txt. Untuk prosedurnya, program akan meminta opsi untuk melakukan penyimpanan terhadap matriks. Jika pengguna memilih opsi 0 atau tidak melakukan penyimpanan, maka program akan terus berlanjut. Jika pengguna memilih opsi 1, program akan meminta nama file baru yang ingin disimpan. Setelah memasukkan nama file, program akan melakukan penyimpanan matriks pada file .txt kemudian program akan kembali berlanjut.

BAB IV

EKSPERIMEN

I. Hasil Eksekusi Program Studi Kasus SPL *Ax=B*

a. Diberikan kondisi matriks awal sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan metode Gauss, mendapatkan hasil sebagai berikut:

```
          SELAMAT DATANG DI
     APLIKASI KALKULATOR MATRIKS
============================
MENU
1. Sistem Persamaan Linear
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks balikan
4. Kaidah Cramer
1
===========================
Pilih Metode Input Matriks
1. Input melalui Keyboard
2. Input melalui File
3. Menggunakan Matriks Hilbert n
2
Masukkan nama file: testcase1a.txt
SPL ini tidak memiliki solusi
```

```
==========================
Pilih Metode Input Matriks
1. Input melalui Keyboard
2. Input melalui File
3. Menggunakan Matriks Hilbert n
1
Masukkan baris (m): 4
Masukkan kolom (n): 5
Masukkan matriks A
1 1 -1 -1
2 5 -7 -5
2 -1 1 3
5 2 -4 2
Masukkan matriks B
1
-2
4
6
SPL ini tidak memiliki solusi
```

b. Diberikan kondisi matriks awal sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan metode Gauss-Jordan, mendapatkan hasil sebagai berikut:

```
===========================
SUB-MENU
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks balikan
4. Kaidah Cramer
2
===========================
Pilih Metode Input Matriks
1. Input melalui Keyboard
2. Input melalui File
3. Menggunakan Matriks Hilbert n
2
Masukkan nama file: testcase1b.txt
SPL ini memiliki banyak solusi
x1 = 3.0 + 1.0r
x2 = p
x3 = q
x4 = -1.0
x5 = r
```

c. Diberikan kondisi matriks awal sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan metode Gauss, mendapatkan hasil sebagai berikut:

```
===========================
SUB-MENU
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks balikan
4. Kaidah Cramer
1
==========================
Pilih Metode Input Matriks
1. Input melalui Keyboard
2. Input melalui File
3. Menggunakan Matriks Hilbert n
2
Masukkan nama file: testcase1c.txt
SPL ini memiliki banyak solusi
x1 = r
x2 = p
x3 = q
x4 = -1.0
x5 = 1.0
x6 = -1.0
```

d. Matriks A berupa matriks Hilbert dengan n = 6 dan n = 10. Matriks b dengan elemen baris pertama 1 dan sisanya 0.

Hasil untuk matriks Hilbert n = 6

```
Masukkan n untuk Matriks Hilbert: 6
x1 = 36.00000000138766
x2 = -630.0000000413612
x3 = 3360.0000002872366
x4 = -7560.000000760473
x5 = 7560.000000850254
x6 = -2772.0000003383116
```

Hasil untuk matriks Hilbert n = 10

```
Masukkan n untuk Matriks Hilbert: 10
x1 = 32.5332112569842
x2 = -530.8083035551716
x3 = 2884.644427996411
x4 = -7755.9354325715585
x5 = 10456.714191009685
x6 = -410.27135123524215
x7 = -18354.517810148518
x8 = 18060.5168715399
x9 = -602.9268001718013
x10 = -3801.563930430813
```

II. Hasil Eksekusi Program Studi Kasus SPL Berbentuk Matriks Augmented

a. Diberikan kondisi matriks awal sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

Dengan metode Gauss, mendapatkan hasil sebagai berikut:

```
SPL ini memiliki banyak solusi
x1 = -1.0 + 1.0r
x2 = p
x3 = q
x4 = r
```

b. Diberikan kondisi matriks awal sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Dengan metode Gauss-Jordan, mendapatkan hasil sebagai berikut:

```
===========================
SUB-MENU
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks balikan
4. Kaidah Cramer
2
==========================
Pilih Metode Input Matriks
1. Input melalui Keyboard
2. Input melalui File
3. Menggunakan Matriks Hilbert n
2
Masukkan nama file: testcase2b.txt
SPL ini memiliki banyak solusi
x1 = 0.0
x2 = p
x3 = q
x4 = r
```

```
===========================
Pilih Metode Input Matriks
1. Input melalui Keyboard
2. Input melalui File
3. Menggunakan Matriks Hilbert n
1
Masukkan baris (m): 6
Masukkan kolom (n): 5
Masukkan matriks A
2 0 8 0
0 1 0 4
-4 0 6 0
0 -2 0 3
2 0 -4 0
0 1 0 -2
Masukkan matriks B
8
6
6
-1
-4
0
SPL ini memiliki banyak solusi
x1 = 0.0
x2 = p
x3 = q
x4 = r
```

III. Hasil Eksekusi Program Studi Kasus SPL Bentuk Umum

a. Diberikan data SPL sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\
2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\
x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\
x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3
\end{aligned}
$$

Dengan menggunakan metode Gauss-Jordan, diperoleh hasil sebagai berikut:

```
Masukkan baris (m): 4
Masukkan kolom (n): 5
Masukkan matriks A
8 1 3 2
2 9 -1 -2
1 3 2 -1
1 0 6 4
Masukkan matriks B
0
1
2
3
x1 = -0.2243243243243243
x2 = 0.18243243243243246
x3 = 0.7094594594594594
x4 = -0.25810810810810797
```

b. Diberikan data SPL sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$

Dengan menggunakan metode Gauss, diperoleh hasil sebagai berikut:

```
==========================
Pilih Metode Input Matriks
1. Input melalui Keyboard
2. Input melalui File
3. Menggunakan Matriks Hilbert n
2
Masukkan nama file: testcase3b.txt
SPL ini memiliki banyak solusi
x1 = w
x2 = p
x3 = q
x4 = r
x5 = s
x6 = t
x7 = u
x8 = v
```

IV. Hasil Eksekusi Program Studi Kasus Interpolasi Polinom

a. Diberikan data sebagai berikut:

x	0.4	0.7	0.11	0.14	0.17	0.2	0.23
f(*x*)	0.043	0.005	0. 058	0.072	0.1	0.13	0.147

Data yang diinput melalui file sebagai berikut:

```
0.40 0.043
0.70 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.100
0.20 0.130
0.23 0.147
0.85
```

Baris terakhir merupakan nilai x yang akan diuji:

Didapatkan

f(x) = (0.36116765243848453)x^0 + (-6.884079038032667)x^1 + (49.75683197265864)x^2 + (-114.04753612239945)x^3 + (1.2719816846567877)x^4 + (246.78234338226775)x^5 + (-191.94354696749804)x^6

f(x) untuk x=0.2, 0.55, 0.85, 1.28 adalah

```
f(0.2) = 0.13096596833095817
```

```
f(0.55) = -0.1248492939599517
```

```
f(0.85) = -1.8092281377605133
```

```
f(1.28) = -158.92840047462266
```

b. Diberikan data untuk diprediksi:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517
17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

Data yang diinput sebagai berikut:

```
6.567 12624
7.000 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
```

```
8.709 12408
9.000 10534
7.516
```

Baris terakhir merupakan data tanggal yang telah dikonversi untuk diprediksi. Hasil prediksi untuk tanggal 16/07/2022, 10/08/2022, dan 05/09/2022 berturut-turut adalah sebagai berikut

```
f(7.516) = 54669.68636393547
```

```
f(8.3225806452) = -5087113.703911781
```

```
f(9.167) = -9.2322406218738 56E7
```

c. Penyederhanaan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

fungsi jika disederhanakan melalui titik x pada selang [0..2] menghasilkan f(x) = (0.0)x^0 + (1.6390646540178568)x^1 + (-1.6174126720610114)x^2 + (0.21372334216889874)x^3 + (0.35665007091703876)x^4 + (-0.07464548746744801)x^5

V. Hasil Eksekusi Program Studi Kasus Interpolasi *Bicubic*

Diberikan data matriks:

$$\begin{bmatrix} 153 & 59 & 210 & 96 \\ 125 & 161 & 72 & 81 \\ 98 & 101 & 42 & 12 \\ 21 & 51 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

Nilai untuk f(0,0), f(0.5,0.5), f(0.25,0.75), dan f(0.1,0.9) adalah

```
f(0.0,0.0) = 161.0
```

```
f(0.5,0.5) = 97.72656249999997
```

```
f(0.25,0.75) = 105.51477050781247
```

```
f(0.1,0.9) = 104.22911850000001
```

VI. Hasil Eksekusi Program Studi Kasus Regresi Linier Berganda

Diberikan data sebagai berikut:

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Input dari file regresi.txt berupa

```
72.4 76.3 29.18 0.90
41.6 70.3 29.35 0.91
34.3 77.1 29.24 0.96
35.1 68.0 29.27 0.89
10.7 79.0 29.78 1.00
12.9 67.4 29.39 1.10
8.3 66.8 29.69 1.15
20.1 76.9 29.48 1.03
72.2 77.7 29.09 0.77
24.0 67.7 29.6 1.07
23.2 76.8 29.38 1.07
47.4 86.6 29.35 0.94
31.5 76.9 29.63 1.10
10.6 86.3 29.56 1.10
11.2 86.0 29.48 1.10
73.3 76.3 29.4 0.91
75.4 77.9 29.28 0.87
96.6 78.7 29.29 0.78
107.4 86.8 29.03 0.82
54.9 70.9 29.37 0.95
```

0.5 76 29.30

dengan baris terakhir berisi nilai dari x_1 s.d. x_3 yang akan ditentukan dari persamaan regresi.

Didapatkan hasil seperti demikian:

```
Persamaan regresi dari masukan diatas adalah:
f(x) = -3.5077781409071136 - 0.002624990745874451x1  + 7.989410472208535E-4x2 + 0.15415503019910132x3
Nilai regresinya adalah:
f(xk) =  1.068371268142403
```

BAB V

KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLEKSI

I. Kesimpulan

Dari tugas besar ini dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut,

1. Algoritma untuk operasi-operasi pada matriks dapat dirancang pada bahasa pemrograman.
2. Operasi-operasi pada matriks dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan komputasi seperti interpolasi polinom, interpolasi *bicubic*, dan regresi linear berganda.
3. Penggunaan Object Oriented Programming pada Java dapat membantu penyederhanaan pengerjaan tugas besar dengan memanggil method-method pada setiap class yang telah dibuat.

II. Saran

Saran untuk penyelesaian masalah ini untuk kedepannya adalah sebagai berikut,

1. Algoritma operasi matriks dapat dikembangkan agar menjadi lebih baik.
2. Algoritma dirancang sedemikian rupa agar dapat menyesuaikan dengan hasilnya. Misalnya untuk kasus SPL solusi banyak yang membutuhkan persamaan parametrik agar dapat diperbaiki lagi.
3. Algoritma dirancang agar dapat melakukan perhitungan dengan lebih baik untuk ukuran matriks yang besar ataupun nilai yang besar. Ukuran matriks atau nilai yang besar membuat perhitungan menjadi salah karena kasus *overflow* pada komputer.

III. Refleksi

Dari pengerjaan tugas besar ini, kelompok menyadari pentingnya kerja sama dan komunikasi dalam sebuah tim untuk pengerjaan suatu proyek. Tanpa kerja sama dan komunikasi yang baik, tugas menjadi sulit untuk diselesaikan. Melalui tugas ini, kelompok diajak untuk menggunakan dasar-dasar pengetahuan pada kuliah IF2123 untuk merancang suatu program. Kelompok juga menyadari kekurangan dari komputer dalam menghadapi nilai dan angka yang besar pada komputasinya. Melalui tugas besar ini juga, kelompok ditantang untuk mengerjakan suatu proyek dalam waktu yang singkat, sesuai dengan prospek kerja dari lulusan Teknik Informatika dan situasi yang akan dihadapi di perkuliahan yang akan datang.

REFERENSI

[1] “Mempelajari Rumus Mencari Determinan Matriks dan Contoh Soal.” Sampoerna Academy. https://sampoernaacademy.sch.id/id/determinan-adalah/ (Diakses pada tanggal 27 September 2022)

[2] S.M. Adha. “Matriks – Pengertian, Operasi, Determinan, Invers, dan Contoh Soal.” Aku Pintar. https://akupintar.id/info-pintar/-/blogs/matriks-pengertian-operasi-deter minan-invers-dan-contoh-soal (Diakses pada tanggal 27 September 2022)

[3] M. Rosidi. “Chapter 8 Interpolasi dan Ekstrapolasi”. https://bookdown.org/moh_rosidi2610/Metode_Numerik/interpolation.html (Diakses pada tanggal 28 September 2022)

[4] I.B. Suban. “Magnifikasi Perbaikan Citra Digital dengan Metode Interpolasi Bicubic Basis Spline Berbasis Pemrograman Paralel,” B.S. thesis, FTI, UAJY, Yogyakarta, Indonesia. 2019 Available: http://e-journal.uajy.ac.id/19481/4/TF079013.pdf

[5] A. Hidayat. “Regresi Linear Berganda: Penjelasan, Contoh, Tutorial.” Statistikian. [Online]:https://www.statistikian.com/2018/01/penjelasan-tutorial-regresi-linear-berganda.html (Diakses pada tanggal 28 September 2022)

[6]R. Munir (2022). Review Matriks [Powerpoint Slides]. Available: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/Algeo-01-Review-Matriks.pdf

[7]R. Munir (2022). Matriks Eselon [Powerpoint Slides]. Available: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/Algeo-02-Matriks-Eselon.pdf

[8]R. Munir (2022). Sistem Persamaan Linier [Powerpoint Slides]. Available: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier.pdf

[9]R. Munir (2022). Determinan (Dengan Reduksi Baris) [Powerpoint Slides]. Available: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/Algeo-08-Determinan-bagian1.pdf

[10]R. Munir (2022). Determinan (Dengan Ekspansi Kofaktor) [Powerpoint Slides]. Available: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/Algeo-09-Determinan-bagian2.pdf

LAMPIRAN

Pranala Github: https://github.com/MHEN2606/Algeo01-21007