PPT 13

- Cari basis untuk ruang baris dan ruang kolom dari

Example. 6

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -2 & 5 & 4 \\ 2 & -6 & 9 & -1 & 8 & 2 \\ 2 & -6 & 9 & -1 & 9 & 7 \\ -1 & 3 & -4 & 2 & -5 & -4 \end{bmatrix}$$

karena operasi baris elementer tidak mengubah ruang baris suatu matriks, kita dapat mencari basis ruang baris A dengan mencari basis ruang baris sembarang bentuk eselon baris A. Dengan mereduksi A menjadi bentuk eselon baris, diperoleh

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -2 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Vektor baris bukan nol dari R membentuk basis untuk ruang baris R, dan karenanya membentuk basis untuk ruang baris A. Vektor basis ini adalah

No. 9

Rangkuman Kuis 9

Date

$r_1 = [1, -3, 4, -2, 5, 4]$
$r_2 = [0, 0, 1, 3, -2, -6]$
$r_3 = [0, 0, 0, 0, 1, 5]$

Mengingat A dan R mungkin mempunyai ruang kolom yang berbeda, kita tidak dapat mencari basis untuk ruang kolom A langsung dari vektor kolom R. Namun, berdasarkan teorema 5.5.5b, jika kita dapat mencari himpunan kolom vektor² R yang menjadi basis ruang kolom R, maka vektor² kolom A yang bersesuaian akan menjadi basis ruang kolom A.

Kolom pertama, ketiga, dan kelima dari R mengandung 1 pertama dari vektor² baris, maka

$$c_1' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_3' = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c_5' = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

membentuk basis ruang kolom R, sehingga vektor² kolom yang bersesuaian dari A, yaitu,

$$c_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad c_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 9 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad c_5 = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 9 \\ -5 \end{bmatrix}$$

membentuk basis ruang kolom A.

Example 7.

- Cari basis untuk ruang yang direntang oleh vektor²

$v_1 = (1, -2, 0, 0, 3)$, $v_2 = (2, -5, -3, -2, 6)$, $v_3 = (0, 5, 15, 10, 0)$,
$v_4 = (2, 6, 18, 8, 6)$

Kecuali variasi notasi, ruang yang direntang oleh vektor² tersebut adalah ruang baris matriks.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & -5 & -3 & -2 & 6 \\ 0 & 5 & 15 & 10 & 0 \\ 2 & 6 & 18 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

Reduksi matriks ini ke bentuk eselon baris didapatkan

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Vektor baris bukan nol dalam matriks ini adalah
$w_1 = (1, -2, 0, 0, 3)$, $w_2 = (0, 1, 3, 2, 0)$, $w_3 = (0, 0, 1, 1, 0)$

Rangkuman Kuis 4

PPT 13

Vektor² ini membentuk basis untuk ruang baris dan akibatnya membentuk basis untuk subruang R^5 yang direntang oleh v_1, v_2, v_3, dan v_4.

- Cari basis untuk ruang baris   Example 8

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & -5 & -3 & -2 & 6 \\ 0 & 5 & 15 & 10 & 0 \\ 2 & 6 & 18 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

yang terdiri dari vektor baris yang ada di A

Kita akan transpose A, sehingga mengubah ruang baris A menjadi ruang kolom A^T; kemudian gunakan metode contoh 6 untuk mencari basis ruang kolom A^T; lalu transpose lagi untuk mengubah vektor kolom kembali menjadi vektor baris. Hasil transpose A:

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & 5 & 6 \\ 0 & -3 & 15 & 18 \\ 0 & -2 & 10 & 8 \\ 3 & 6 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Reduksi matriks ke bentuk eselon baris

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -5 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Kolom pertama, kedua, keempat mengandung 1 pertama, sehingga vektor kolom yang bersesuaian di A^T membentuk basis untuk ruang kolom A^T, yang adalah

$$c_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad c_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad c_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 18 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Transpose lagi dan sesuaikan notasi dengan tepat, dihasilkan vektor basis $r_1 = [1 \ -2 \ 0 \ 0 \ 3]$, $r_2 = [2 \ -5 \ -3 \ -2 \ 6]$, dan $r_4 = [2 \ 6 \ 18 \ 8 \ 6]$ untuk ruang baris A.

Rangkuman Kuis 9

PPT 13

- Example 9. Cari basis yang direntang oleh vektor itu sendiri
$v_1 = (1,-2,0,3)$, $v_2 = (2,-5,-3,6)$, $v_3 = (0,1,3,0)$, $v_4 (2,-1,4,-7)$,
$v_5 = (5,-8,1,2)$

Buat matriks yang memiliki $v_1 - v_5$ sebagai kolom vektor

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 5 \\ -2 & -5 & 1 & -1 & -8 \\ 0 & -3 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 0 & -7 & 2 \end{bmatrix}$$

Tentukan basis ruang kolom. Reduksi matriks menjadi bentuk eselon baris. Nyatakan vektor kolom dengan $w_1 - w_5$.

$$\begin{array}{ccccc} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$
$$\uparrow \; w_1 \quad \uparrow \; w_2 \quad \uparrow \; w_3 \quad \uparrow \; w_4 \quad \uparrow \; w_5$$

1 pertama ada di kolom 1, 2, dan 4, sehingga menurut teorema 5.5.6
$\{w_1, w_2, w_4\}$
adalah basis ruang kolom R ~~(B)~~ dan akibatnya
$\{v_1, v_2, v_4\}$
adalah basis ruang kolom ~~(A)~~ A

- Nyatakan vektor² tidak dalam basis, tapi kombinasi linear dari basis vektor
$v_3 = k_1 v_1 + k_2 v_2 + k_4 v_4$
· Cari k_1, k_2, k_4
$v_5 = m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_4 v_4$
· Cari m_1, m_2, m_4

Teori 5.5.4 : OBE tidak merubah ruang baris matriks
—"— 5.5.6 : Jika matriks R berbentuk eselon baris, vektor kolom yang ada 1 utama membentuk basis untuk ruang baris R, dan vektor kolom yang ada 1 utama membentuk basis untuk ruang kolom R
—"— 5.5.5b : Himp. vektor kolom yang membentuk basis untuk ruang kolom A berkorespondensi dengan himpunan vektor kolom yang membentuk basis untuk ruang kolom R
5.5.4 ∧ 5.5.6 : Basis ruang baris R = basis ruang baris A
5.5.6 ∧ 5.5.5b : Basis ruang kolom R berkorespondensi dgn basis ruang kolom A.