

Editorial Si Paling Asix (SPA)

Praktikum Final Dasar Pemrograman 2022

Algoritma/Pengetahuan yang Dibutuhkan

Math (Number Theory), Searching

Abstraksi

Misalkan suatu fungsi $f(k) = \overline{666 \dots 666}$ (k angka 6) untuk suatu bilangan bulat k . Perhatikan bahwa, $f(k)$ bernilai sama dengan $\frac{2}{3}(10^k - 1)$. Sehingga berlaku persamaan berikut:

$$f(k) + f(k+1) + f(k+2) = \frac{2}{3}(10^k - 1 + 10^{k+1} - 1 + 10^{k+2} - 1)$$

$$f(k) + f(k+1) + f(k+2) = \frac{2}{3}(111 \cdot 10^k - 3)$$

$$f(k) + f(k+1) + f(k+2) = (74 \cdot 10^k - 2)$$

Misalkan $g(m) = f(1) + f(2) + \dots + f(m)$ untuk suatu bilangan bulat m , serta $h(m)$ adalah hasil penjumlahan digit-digit dari $g(m)$. Dalam mendapatkan $h(m)$, perlu dicari terlebih dahulu nilai dari $g(m)$.

Kasus 1: m habis dibagi 3, maka setiap tiga fungsi f berurutan dapat dikelompokkan.

$$\begin{aligned} g(m) &= (f(1) + f(2) + f(3)) + \dots + (f(m-2) + f(m-1) + f(m)) \\ &= (74 \cdot 10^1 - 2) + (74 \cdot 10^4 - 2) \dots + (74 \cdot 10^{m-2} - 2) \\ &= \overline{740740 \dots 740} - \frac{2m}{3} \end{aligned}$$

Akan ada sebanyak $\frac{m}{3}$ angka 740 pada $\overline{740740 \dots 740}$. Meskipun begitu, jika dimisalkan x adalah banyak digit dari $\frac{2m}{3}$, maka pengurangan dengan $\frac{2m}{3}$ akan mempengaruhi x digit terakhir dari $\overline{740740 \dots 740}$, yang mana sebanyak $\frac{x}{3}$ angka 740 terakhir akan berubah nilai. Sehingga, dalam menghitung $h(m)$ dapat dipecah menjadi dua bagian, yaitu menghitung jumlah digit dari $\frac{m}{3} - \frac{x}{3}$ angka 740 dan menghitung jumlah digit dari x digit terakhir.

$$\begin{aligned} h(m) &= (7 + 4 + 0) \cdot \left(\frac{m}{3} - \frac{x}{3}\right) + h\left(\overline{740740 \dots 740} - \frac{2m}{3}\right) \\ &= (11) \cdot \left(\frac{m-x}{3}\right) + h\left(\overline{740740 \dots 740} - \frac{2m}{3}\right) \end{aligned}$$

Karena nilai dari m tidak akan lebih dari $h(m)$, dan batas maksimal dari $h(m)$ yang akan dicari pada soal adalah 10^{15} , maka nilai x tidak akan lebih dari 15. Kasus terburuk adalah ketika 15 digit

terakhir berubah, sehingga rumus $h(m)$ jika disesuaikan dengan kasus terburuk adalah sebagai berikut:

$$h(m) = (11) \cdot \left(\frac{m-15}{3}\right) + h\left(740740740740740 - \frac{2m}{3}\right)$$

Kasus 2: m dibagi 3 bersisa 1, maka setiap tiga fungsi f berurutan selain $f(1)$ dapat dikelompokkan.

$$\begin{aligned} g(m) &= f(1) + (f(2) + f(3) + f(4)) + \dots + (f(m-2) + f(m-1) + f(m)) \\ &= 6 + (74 \cdot 10^2 - 2) + (74 \cdot 10^5 - 2) \dots + (74 \cdot 10^{m-2} - 2) \\ &= \overline{740740 \dots 7406} - \frac{2 \cdot (m-1)}{3} \end{aligned}$$

Sama seperti kasus sebelumnya, dalam menghitung $h(m)$ akan dipecah menjadi dua bagian. Dengan kasus terburuk yang sama yaitu 15 digit terakhir berubah, maka rumus $h(m)$ adalah sebagai berikut:

$$h(m) = (11) \cdot \left(\frac{m-15}{3}\right) + h\left(7407407407407406 - \frac{2 \cdot (m-1)}{3}\right)$$

Kasus 3: m dibagi 3 bersisa 2, maka setiap tiga fungsi f berurutan selain $f(1)$ dan $f(2)$ dapat dikelompokkan.

$$\begin{aligned} g(m) &= f(1) + f(2) + (f(3) + f(4) + f(5)) + \dots + (f(m-2) + f(m-1) + f(m)) \\ &= 6 + 66 + (74 \cdot 10^3 - 2) + (74 \cdot 10^6 - 2) \dots + (74 \cdot 10^{m-2} - 2) \\ &= \overline{740740 \dots 74072} - \frac{2 \cdot (m-2)}{3} \end{aligned}$$

Cara mencari $h(m)$ sama juga seperti kasus-kasus sebelumnya, sehingga rumus $h(m)$ adalah sebagai berikut:

$$h(m) = (11) \cdot \left(\frac{m-15}{3}\right) + h\left(74074074074074072 - \frac{2 \cdot (m-2)}{3}\right)$$

Jumlah beberapa digit terakhir yang berubah karena pengurangan akan memiliki nilai minimum 1 (ketika terdapat satu angka 1 dan sisanya angka 0) dan 153 (ketika terdapat 17 angka 9). Selanjutnya dapat digunakan searching (baik linear search maupun binary search) untuk mencari semua nilai m yang memenuhi nilai $h(m)$ yang diberikan. Tentunya m tidak akan dicari dari 1 hingga 10^{15} , melainkan menggunakan batas bawah dan batas atas sebagai berikut:

$$m_{lower} = \frac{(h(m) - 153) \cdot 3}{11} - 5$$

$$m_{upper} = \frac{(h(m) - 1) \cdot 3}{11} - 5$$

Source Code

Linear search: <https://ideone.com/CKmzFg>

Binary search: <https://ideone.com/m7xTAX>