

Kelompok 23:

- **Nadya Saraswati Putri** (5025221246)
- **Nerisa Afiani** (5025221064)
- **Aryasatya Wiryawan** (5025221256)

PERTEMUAN I
PENGANTAR KOMPUTASI NUMERIK

1. Berapa jumlah (dan sebutkan) bilangan angka berarti dari bilangan berikut:
 - a. $0,84 \times 10^2$ = 2 angka berarti, yaitu 8 dan 4
 - b. 70,0 = 3 angka berarti, yaitu 7, 0, dan 0
 - c. 0,04600 = 4 angka berarti, yaitu 4, 6, 0, dan 0
 - d. 0,00460 = 3 angka berarti, yaitu 4, 6, dan 0
 - e. $8,0 \times 10^3$ = 2 angka berarti, yaitu 8 dan 0
 - f. 8.000 = 1 angka berarti, yaitu 8

2. Bulatkan bilangan berikut sampai 3 angka berarti:
 - a. 8.755 = 8.760
 - b. $0,368124 \times 10^2$ = 36,8
 - c. 4.255,0002 = 4.260
 - d. $5,445 \times 10^3$ = 5.450
 - e. 0,999500 = 1,00
 - f. 48,365 = 48,4

3. Operasikan bilangan-bilangan berikut dan tuliskan hasilnya dengan jumlah bilangan berarti yang benar:
 - a. $0,00432 + (25,1 \times 10^{-3}) + (10,322 \times 10^{-2})$
Jawab:
$$= (4,32 + 25,1 + 103,22) \times 10^{-3}$$
$$= 132,64 \times 10^{-3}$$

b. $(4,68 \times 10^6) - (8,2 \times 10^2)$

Jawab:

$$= (4,68 \times 10^4 - 8,2) \times 10^2$$

$$= (46800 - 8,2) \times 10^2$$

$$= 46791,8 \times 100$$

$$= 4679180$$

c. $(7,7 \times 10^{-5}) - (5,409 \times 10^{-6}) + (7,0 \times 10^{-4})$

Jawab:

$$= \frac{7,7}{10^5} - \frac{5,409}{10^6} + \frac{7,0}{10^4}$$

$$= \frac{77}{10^6} - \frac{5409}{10^9} + \frac{7}{10^4}$$

$$= 0,000771591$$

d. $(8,38 \times 10^5) \times (6,9 \times 10^{-5})$

Jawab:

$$= (8,38 \times \cancel{10^5}) \times \left(6,9 \times \frac{1}{\cancel{10^5}} \right)$$

$$= 8,38 \times 6,9$$

$$= 57,822$$

e. $|(8,38 \times 10^4) \times (6,90 \times 10^{-4})|$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 &= \left| (8,38 \times \cancel{10^4}) \times \left(6,90 \times \frac{1}{\cancel{10^4}} \right) \right| \\
 &= |8,38 \times 6,9| \\
 &= |57,822| \\
 &= 57,822
 \end{aligned}$$

f. $[(4,68 \times 10^{-6}) - (4,45 \times 10^{-5})] / (7,777 \times 10^3) + 9,6$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 &= [(4,68 \times 10^{-6}) - (44,5 \times 10^{-6})] / 7,777 \times 10^3 + 9,6 \\
 &= (-39,82 \times 10^{-6}) / 7,777 \times 10^3 + 9,6 \\
 &= -5,12 \times 10^{-3} + 9,6 \\
 &= -0,00512 + 9,6 \\
 &= 9,59488
 \end{aligned}$$

g. $[(4,81 \times 10^{-3}) / [(6,9134 \times 10^3) + 32,26]] - 6,7845 \times 10^{-6}$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 &= \left[\frac{(4,81 \times 10^{-3})}{[(6,9134 \times 10^3) + 32,26]} \right] - 6,7845 \times 10^{-6} \\
 &= \left[\frac{481}{[(6913,4) + 32,26] \times 10^5} \right] - \frac{67845}{10^{10}} \\
 &= \left[\frac{481}{6945,66 \times 10^5} \right] - \frac{67845}{10^{10}} \\
 &= -6,09198 \times 10^{-6}
 \end{aligned}$$

h. $[58,6 \times (12 \times 10^{-6}) - (208 \times 10^{-6}) \times 1.801] / (468,94 \times 10^{-6})$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{[58,6 \times (12 \times 10^{-6}) - (208 \times 10^{-6}) \times 1801]}{(468,94 \times 10^{-6})} \\
 &= \frac{703,2 \times \cancel{10^{-6}} - 374608 \times \cancel{10^{-6}}}{468,94 \times \cancel{10^{-6}}} \\
 &= \frac{703,2 - 374608}{468,94} \\
 &= 0,700712
 \end{aligned}$$

4. Gunakan perluasan deret Taylor orde ke-0 sampai orde ke-4 untuk menaksir nilai $f(2)$ dari fungsi: $f(x) = e^{-x}$

Gunakan titik basis perhitungan $x = 1$. Dan hitung kesalahan relatif untuk setiap langkah aproksimasi.

Jawab:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= e^{-x} & \rightarrow & f(x) = e^{-1} \\
 f(x)' &= -e^{-x} & \rightarrow & f(x)' = -e^{-1} \\
 f(x)'' &= e^{-x} \rightarrow & \rightarrow & f(x)'' = e^{-1} \\
 f(x)''' &= -e^{-x} & \rightarrow & f(x)''' = -e^{-1} \\
 f(x)'''' &= e^{-x} & \rightarrow & f(x)'''' = e^{-1}
 \end{aligned}$$

$$f(x) = e^{-1} - \frac{e^{-1}}{1!}(x-1) + \frac{e^{-1}}{2!}(x-1)^2 - \frac{e^{-1}}{3!}(x-1)^3 + \frac{e^{-1}}{4!}(x-1)^4$$

$$\bullet \quad f(2) = e^{-1} - \frac{e^{-1}}{1}(2-1) + \frac{e^{-1}}{2}(2-1)^2 - \frac{e^{-1}}{3!}(2-1)^3 + \frac{e^{-1}}{4!}(2-1)^4$$

$$f(2) = \frac{1}{e} - \frac{1}{e} + \frac{1}{2e} - \frac{1}{6e} + \frac{1}{24e}$$

$$f(2) = \frac{3}{8e}$$

Kesalahan aproksimasi:

$$\text{Orde ke-0} = \left| \frac{e^{-2} - e^{-1}}{e^{-2}} \right| \times 100\% = 171,83\%$$

$$\text{Orde ke-1} = \left| \frac{e^{-2} - 0}{e^{-2}} \right| \times 100\% = 100\%$$

$$\text{Orde ke-2} = \left| \frac{e^{-2} + \frac{1}{2e}}{e^{-2}} \right| \times 100\% = 35,91\%$$

$$\text{Orde ke-3} = \left| \frac{e^{-2} - (\frac{1}{2e} - \frac{1}{6e})}{e^{-2}} \right| \times 100\% = 9,39\%$$

$$\text{Orde ke-4} = \left| \frac{e^{-2} - (\frac{1}{2e} - \frac{1}{6e} + \frac{1}{24e})}{e^{-2}} \right| \times 100\% = 1,94\%$$

5. Gunakan perluasan deret Taylor orde ke-0 sampai orde ke-3 untuk menaksir nilai $f(3)$ dari fungsi: $f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88$

Gunakan titik basis perhitungan $x = 2$. Dan hitung kesalahan relatif untuk setiap langkah aproksimasi.

Jawab:

$$f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88 \quad \rightarrow \quad f(x) = 102$$

$$f(x)' = 75x^2 - 12x + 7 \quad \rightarrow \quad f(x)' = 283$$

$$f(x)'' = 150x - 12 \quad \rightarrow \quad f(x)'' = 288$$

$$f(x)''' = 150 \quad \rightarrow \quad f(x)''' = 150$$

$$f(x) = 102 + 283(x - 2) + \frac{288}{2!}(x - 2)^2 + \frac{150}{3!}(x - 2)^3$$

$$f(3) = 102 + 283(3 - 2) + \frac{288}{2}(3 - 2)^2 + \frac{150}{6}(3 - 2)^3$$

$$f(3) = 102 + 283 + 144 + 25$$

$$f(3) = 554$$

Kesalahan aproksimasi:

$$\text{Orde ke-0} = \left| \frac{554 - 102}{554} \right| \times 100\% = 81,59\%$$

$$\text{Orde ke-1} = \left| \frac{554 - 385}{554} \right| \times 100\% = 30,51\%$$

$$\text{Orde ke-2} = \left| \frac{554 - 529}{554} \right| \times 100\% = 4,53\%$$

$$\text{Orde ke-3} = \left| \frac{554 - 554}{554} \right| \times 100\% = 0\%$$

6. Gunakan perluasan deret Taylor orde ke-0 sampai orde ke-4 untuk menaksir nilai $f(4)$ dari fungsi: $f(x) = \ln x$

Gunakan titik basis perhitungan $x = 2$. Dan hitung kesalahan relatif untuk setiap langkah aproksimasi.

Jawab:

$$f(x) = \ln x \quad \rightarrow \quad f(2) = \ln 2$$

$$f(x)' = \frac{1}{x} \quad \rightarrow \quad f(2)' = \frac{1}{2}$$

$$f(x)'' = -\frac{1}{x^2} \quad \rightarrow \quad f(2)'' = -\frac{1}{4}$$

$$f(x)''' = \frac{2}{x^3} \quad \rightarrow \quad f(2)''' = \frac{1}{4}$$

$$f(x)'''' = -\frac{6}{x^4} \quad \rightarrow \quad f(2)'''' = -\frac{3}{8}$$

$$f(x) = \ln x + \left(\frac{1}{2}\right)/1! (x-2) - \left(\frac{1}{4}\right)/2!(x-2)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)/3!(x-2)^3 - \left(\frac{3}{8}\right)/4!(x-2)^4$$

$$f(4) = \ln 2 + \left(\frac{1}{2}\right)/1! (4-2) - \left(\frac{1}{4}\right)/2!(4-2)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)/3!(4-2)^3 - \left(\frac{3}{8}\right)/4!(4-2)^4$$

$$f(4) = \ln 2 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$f(4) = 1,276$$

Kesalahan aproksimasi:

$$\text{Orde ke-0} = \left| \frac{\ln 4 - \ln 2}{\ln 4} \right| \times 100\% = 50\%$$

$$\text{Orde ke-1} = \left| \frac{\ln 4 - (\ln 2 + 1)}{\ln 4} \right| \times 100\% = 22,13\%$$

$$\text{Orde ke-2} = \left| \frac{\ln 4 - (\ln 2 + 1 - \frac{1}{2})}{\ln 4} \right| \times 100\% = 13,93\%$$

$$\text{Orde ke-3} = \left| \frac{\ln 4 - (\ln 2 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3})}{\ln 4} \right| \times 100\% = 10,11\%$$

$$\text{Orde ke-4} = \left| \frac{\ln 4 - (\ln 2 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4})}{\ln 4} \right| \times 100\% = 7,92\%$$