Kelompok 9:
- Malvin Leonardo Hartanto (5025221033)
- Mohammad Hanif Furqan Aufa Putra (5025221161)
- Muhammad Alif Satriadhi (5025221188)

Tugas 2 Komnum - Metode Akolade

1. Dengan **metode Grafik**, dapatkan akar-akar persamaan :
    a. $e^x - x - 2 = 0$
    b. $10^x = 100 - 2x$
    c. $-0{,}874x^2 + 1{,}75x + 2{,}627$
    d. $-2{,}1 + 6{,}21x - 3{,}9x^2 + 0{,}667x^3$
    e. $(1 - 0{,}6x) / x$
    f. $9{,}36 - 21{,}963x + 16{,}2965x^2 - 3{,}70377x^3$

2. Sekarang lengkapi jawaban no.1 di atas dengan **metode Tabulasi**.

3. Dengan **metode Bolzano**, dapatkan akar-akar persamaan :
    a. $x^3 - 3x + 1 = 0$ ($x_0 = 1{,}5$; s/d 3D)
    b. $Cos\ x = 3x$ ($x_0 = 0{,}3$; s/d 5D)
    c. $10^x = 100 - 2x$ ($x_0 = 2$; s/d 4D)
    d. $\ln x = 1 + 1/x^2$ ($x_0 = 3$; s/d 4D)
    e. $e^x - \ln x = 20$ ($x_0 = 3$; s/d 5D)
    f. $10^x - 1$ ($x_0 = 0$; s/d 4D)

4. Dengan **metode Regula Falsi**, dapatkan akar-akar persamaan :
    a. $Sin\ x = 5x - 2$ ($x_0 = 0{,}4$; s/d 4D)
    b. $e^x = 2x + 21$ ($x_0 = 3$; s/d 4D)
    c. $Cos\ x = 3x$ ($x_0 = 0{,}3$; s/d 5D)
    d. $\ln x = 1 + 1/x^2$ ($x_0 = 3$; s/d 4D)
    e. $x^x = 10$ ($x_0 = 2{,}5$; s/d 4D)
    f. $x^3 - 100$ ($x_0 = 4$; s/d 3D)

5. Buatlah suatu analisa mengenai metode yang memiliki tingkat akurasi & presisi yang paling tinggi dalam menyelesaikan persamaan berikut :
    $$f(x) = (1 - 0{,}6x) / x$$
    perhitungan dibuat sampai 3 iterasi dengan $x_0 = 2$.

6. Anda sudah mengerti algoritma pemrosesan metode Bolzano, dan anda sudah memahami cara kerjanya. Sekarang anda tinggal mengimplementasikan algoritma tersebut menjadi sebuah program komputer metode Bolzano (yang dapat menampilkan proses iteratif numerik *plus* grafik fungsinya sekaligus).
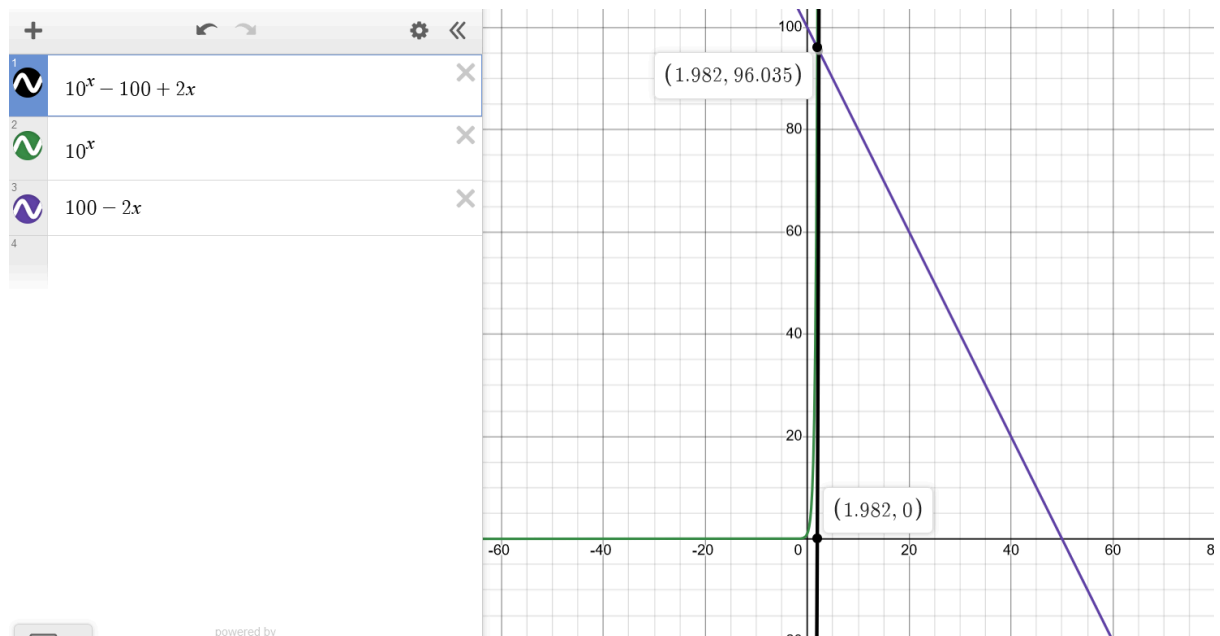
Jawaban:

1. Dengan memanfaatkan pendekatan Grafik, telusuri titik-titik persimpangan kurva untuk menemukan solusi dari persamaan tersebut:
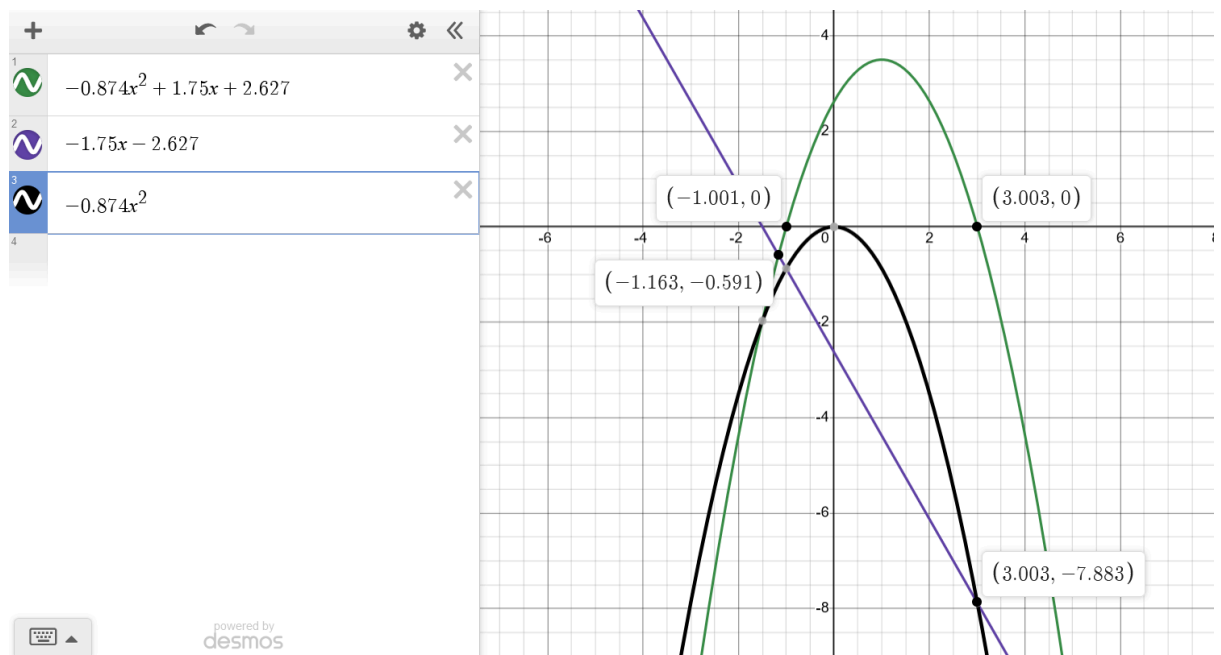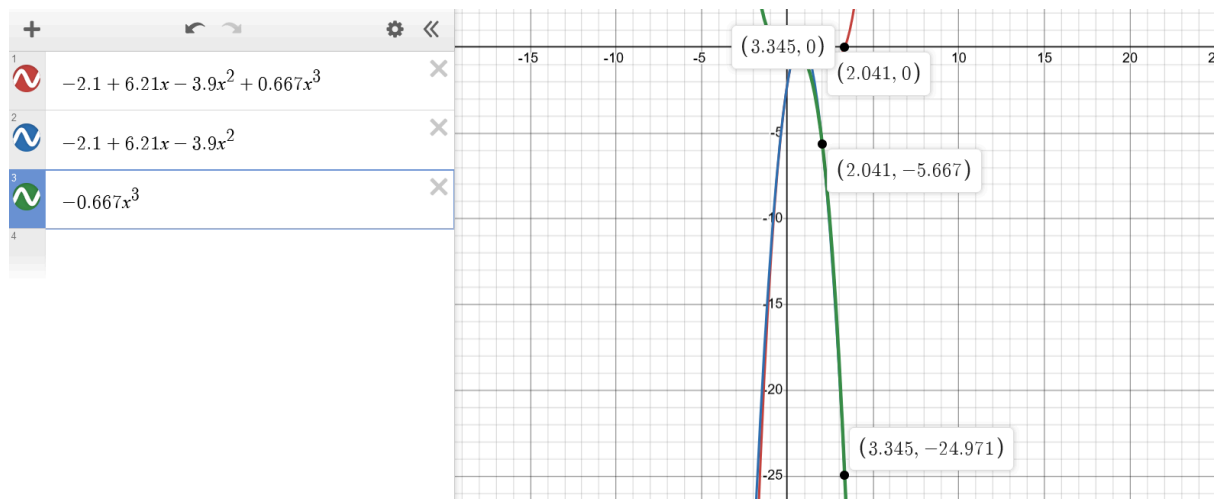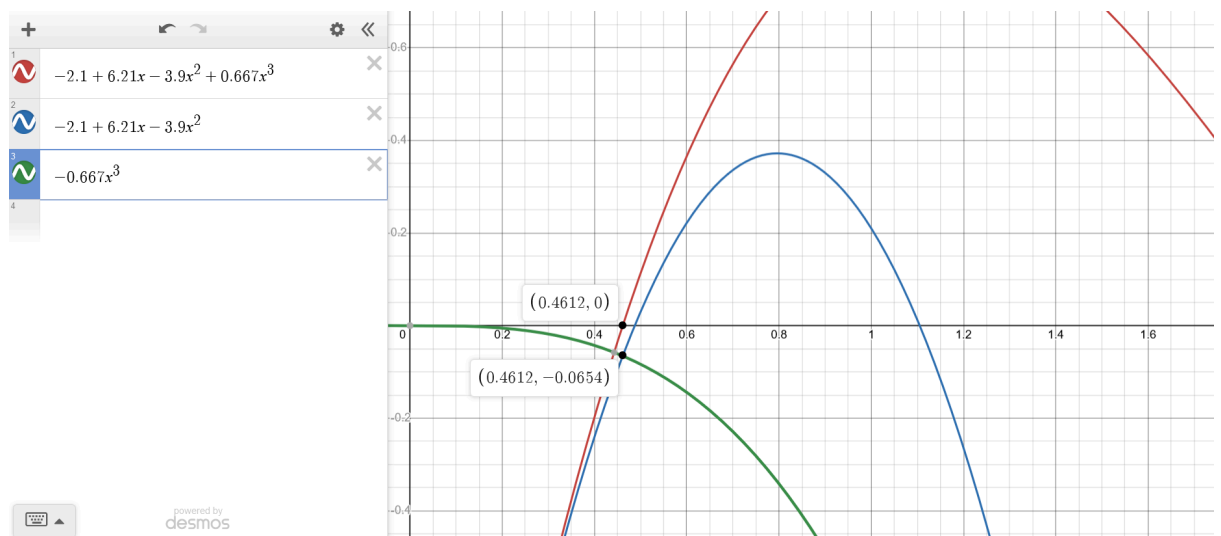
   a. $e^x - x - 2 = 0$
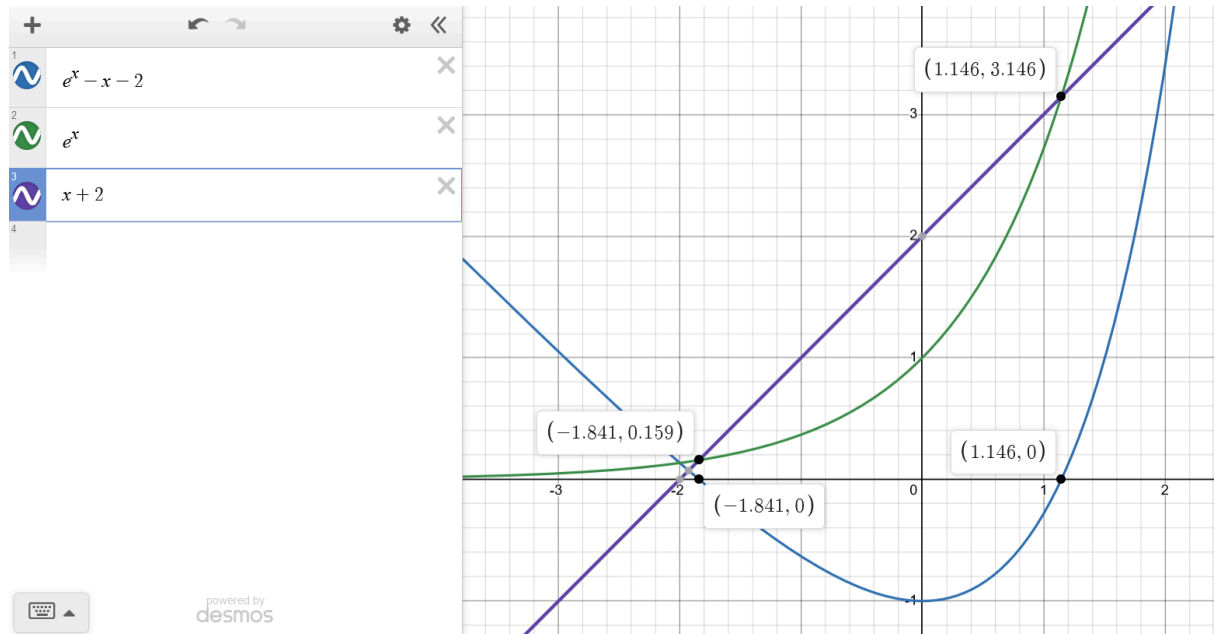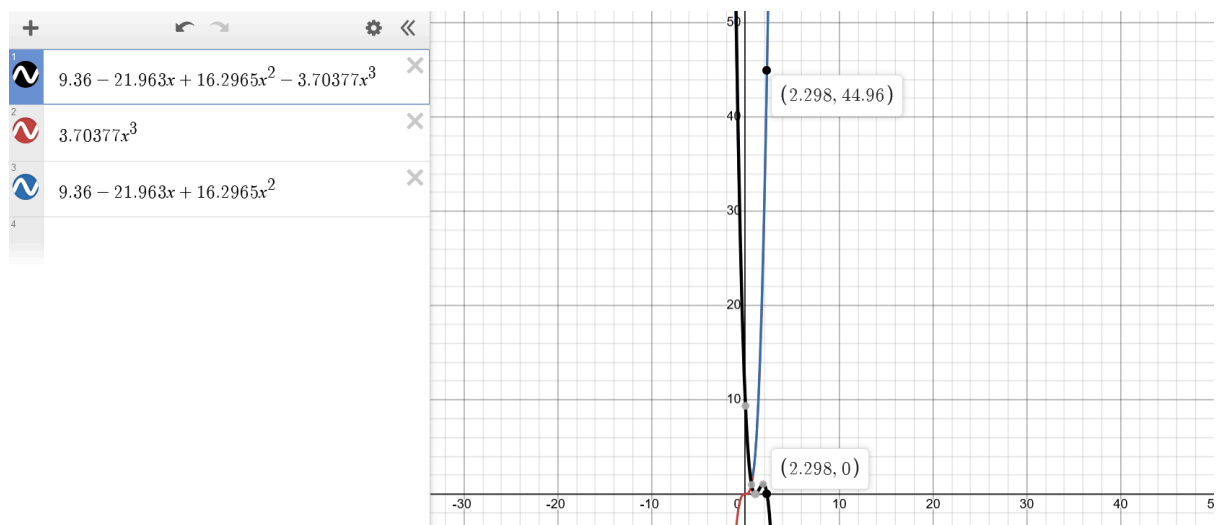

   b. $10x = 100 - 2x$

c. -0,874x2 + 1,75x + 2,627

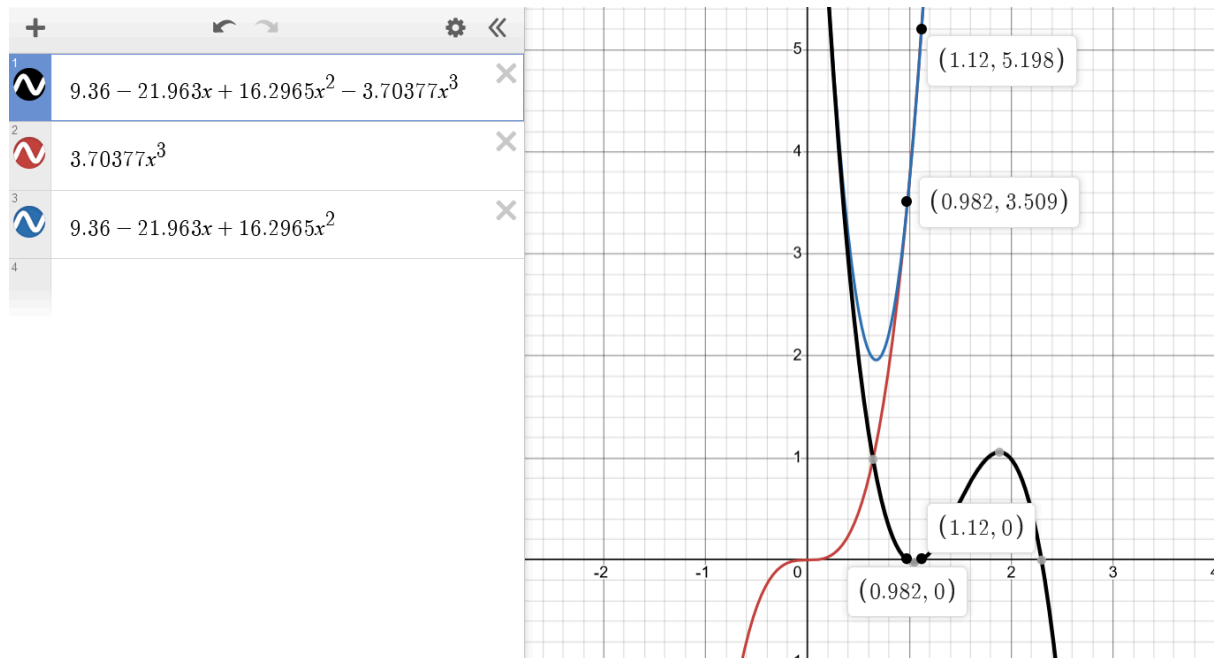## d. -2,1 + 6,21x – 3,9x2 + 0,667x3

e. (1 – 0,6x) / x

f. 9,36 – 21,963x + 16,2965x2 – 3,70377x3

2.

a. $e^x - x - 2 = 0$, Dari hasil grafik di nomor 1, maka didapatkan:

x	f(x)		x	f(x)		x	f(x)		x	f(x)
-2.0	0.13534		-1.90	0.04957		-1.850	0.00724		-1.8420	0.00050
-1.9	0.04957		-1.89	0.04107		-1.849	0.00639		-1.8419	0.00042
-1.8	-0.0347		-1.88	0.03259		-1.848	0.00555		-1.8418	0.00033
-1.7	-0.1173		-1.87	0.02412		-1.847	0.00471		-1.8417	0.00025
-1.6	-0.1981		-1.86	0.01567		-1.846	0.00387		-1.8416	0.00016
-1.5	-0.2769		-1.85	0.00724		-1.845	0.00303		-1.8415	0.00008
-1.4	-0.3534		-1.84	-0.00118		-1.844	0.00218		-1.8414	0.00000
-1.3	-0.4275		-1.83	-0.00959		-1.843	0.00134		-1.8413	-0.00009
-1.2	-0.4988		-1.82	-0.01797		-1.842	0.00050		-1.8412	-0.00017
-1.1	-0.5671		-1.81	-0.02635		-1.841	-0.00034		-1.8411	-0.00026
-1.0	-0.6321		-1.80	-0.03470		-1.840	-0.00118		-1.8410	-0.00034

x	f(x)		x	f(x)		x	f(x)		x	f(x)
1.0	-0.2817		1.10	-0.09583		1.140	-0.01323		1.1460	-0.00041
1.1	-0.0958		1.11	-0.07564		1.141	-0.01110		1.1461	-0.00020
1.2	0.12012		1.12	-0.05515		1.142	-0.00897		1.1462	0.00001
1.3	0.3693		1.13	-0.03434		1.143	-0.00684		1.1463	0.00023
1.4	0.6552		1.14	-0.01323		1.144	-0.00470		1.1464	0.00044
1.5	0.98169		1.15	0.00819		1.145	-0.00256		1.1465	0.00066
1.6	1.35303		1.16	0.02993		1.146	-0.00041		1.1466	0.00087
1.7	1.77395		1.17	0.05199		1.147	0.00173		1.1467	0.00109
1.8	2.24965		1.18	0.07437		1.148	0.00388		1.1468	0.00130
1.9	2.78589		1.19	0.09708		1.149	0.00604		1.1469	0.00152
2.0	3.38906		1.20	0.12012		1.150	0.00819		1.1470	0.00173

Maka nilai dari x adalah x1 = 1.1462 dan x2 = -1.8413

b. $10^x = 100 - 2x$ diubah menjadi $10^x - 100 + 2x$

x	f(x)		x	f(x)		x	f(x)		x	f(x)
1.0	-88.00000		1.90	-16.76718		1.980	-0.54074		1.9820	-0.09594
1.1	-85.21075		1.91	-14.89695		1.981	-0.31859		1.9821	-0.07364
1.2	-81.75107		1.92	-12.98362		1.982	-0.09594		1.9822	-0.05134
1.3	-77.44738		1.93	-11.02620		1.983	0.12723		1.9823	-0.02904
1.4	-72.08114		1.94	-9.02364		1.984	0.35090		1.9824	-0.00673
1.5	-65.37722		1.95	-6.97491		1.985	0.57509		1.9825	0.01558
1.6	-56.98928		1.96	-4.87892		1.986	0.79979		1.9826	0.03790

1.7	-46.48128	1.97	-2.73457	1.987	1.02500	1.9827	0.06022
1.8	-33.30427	1.98	-0.54074	1.988	1.25072	1.9828	0.08255
1.9	-16.76718	1.99	1.70372	1.989	1.47696	1.9829	0.10489
2.0	4.00000	2.00	4.00000	1.990	1.70372	1.9830	0.12723

Maka nilai dari x adalah x1 = 1.9824 dan x2 = 19825

c. $-0.874x^2 + 1.75x + 2.627$, Dari hasil grafik di nomor 1, maka didapatkan:

x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	X	f(x)
-1.0	0.00300	-1.00	0.00300	-1.000	0.00300	-1.0000	0.00300
-0.9	0.34406	-0.99	0.03789	-0.999	0.00650	-0.9999	0.00335
-0.8	0.66764	-0.98	0.07261	-0.998	0.00999	-0.9989	0.00685
-0.7	0.97374	-0.97	0.10715	-0.997	0.01349	-0.9979	0.01034
-0.6	1.26236	-0.96	0.14152	-0.996	0.01698	-0.9996	0.00440
-0.5	1.53350	-0.95	0.17572	-0.995	0.02047	-0.9995	0.00475
-0.4	1.78716	-0.94	0.20973	-0.994	0.02396	-0.9994	0.00510
-0.3	2.02334	-0.93	0.24358	-0.993	0.02744	-0.9993	0.00545
-0.2	2.24204	-0.92	0.27725	-0.992	0.03093	-0.9992	0.00580
-0.1	2.44326	-0.91	0.31074	-0.991	0.03441	-0.9991	0.00615
0.0	2.62700	-0.90	0.34406	-0.990	0.03789	-0.9990	0.00650

x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	X	f(x)
3.0	0.01100	3.00	0.01100	3.000	0.01100	3.0030	0.00051
3.1	-0.34714	3.01	-0.02403	3.001	0.00751	3.0031	0.00016
3.2	-0.72276	3.02	-0.05923	3.002	0.00401	3.0032	-0.00019
3.3	-1.11586	3.03	-0.09461	3.003	0.00051	3.0033	-0.00054
3.4	-1.52644	3.04	-0.13016	3.004	-0.00299	3.0034	-0.00089
3.5	-1.95450	3.05	-0.16588	3.005	-0.00649	3.0035	-0.00124
3.6	-2.40004	3.06	-0.20179	3.006	-0.01000	3.0036	-0.00159
3.7	-2.86306	3.07	-0.23786	3.007	-0.01350	3.0037	-0.00194
3.8	-3.34356	3.08	-0.27411	3.008	-0.01701	3.0038	-0.00229
3.9	-3.84154	3.09	-0.31054	3.009	-0.02052	3.0039	-0.00264
4.0	-4.35700	4.00	-4.35700	3.010	-0.02403	3.0040	-0.00299

Maka nilai dari x adalah x1 = -1 dan x2 = 3.0031

d. $-2.1 + 6.21x - 3.9x^2 + 0.667x^3$, Dari hasil grafik di nomor 1, maka didapatkan:

x	f(x)
2.0	0.05600
2.1	-0.08091
2.2	-0.21178
2.3	-0.33261
2.4	-0.43939
2.5	-0.52812
2.6	-0.59481
2.7	-0.63544
2.8	-0.64602
2.9	-0.62254
3.0	-0.56100

x	f(x)
2.00	0.05600
2.01	0.04215
2.02	0.02833
2.03	0.01453
2.04	0.00077
2.05	-0.01296
2.06	-0.02665
2.07	-0.04029
2.08	-0.05389
2.09	-0.06743
2.10	-0.08091

x	f(x)
2.040	0.00077
2.041	-0.00061
2.042	-0.00198
2.043	-0.00336
2.044	-0.00473
2.045	-0.00610
2.046	-0.00748
2.047	-0.00885
2.048	-0.01022
2.049	-0.01159
2.050	-0.01296

X	f(x)
2.0400	0.00077
2.0401	0.00063
2.0402	0.00049
2.0403	0.00035
2.0404	0.00022
2.0405	0.00008
2.0406	-0.00006
2.0407	-0.00020
2.0408	-0.00033
2.0409	-0.00047
2.0410	-0.00061

x	f(x)
1.98240	-0.00673
1.98241	-0.00450
1.98242	-0.00227
1.98243	-0.00004
1.98244	0.00219
1.98245	0.00442
1.98246	0.00666
1.98247	0.00889
1.98248	0.01112
1.98249	0.01335
1.98250	0.01558

x	f(x)
1.982430	-0.00004
1.982431	0.00018
1.982432	0.00041
1.982433	0.00063
1.982434	0.00085
1.982435	0.00108
1.982436	0.00130
1.982437	0.00152
1.982438	0.00175
1.982439	0.00197
1.982440	0.00219

Maka nilai dari x adalah x1 = 1.982430 dan x2 = 1.982431

e. $\frac{1 - 0.6x}{x}$, Dari hasil grafik di nomor 1, maka didapatkan:

x	f(x)
1.0	0.40000
1.1	0.30909
1.2	0.23333
1.3	0.16923
1.4	0.11429
1.5	0.06667
1.6	0.02500
1.7	-0.01176
1.8	-0.04444
1.9	-0.07368
2.0	-0.10000

x	f(x)
1.60	0.02500
1.61	0.02112
1.62	0.01728
1.63	0.01350
1.64	0.00976
1.65	0.00606
1.66	0.00241
1.67	-0.00120
1.68	-0.00476
1.69	-0.00828
1.70	-0.01176

x	f(x)
1.660	0.00241
1.661	0.00205
1.662	0.00168
1.663	0.00132
1.664	0.00096
1.665	0.00060
1.666	0.00024
1.667	-0.00012
1.668	-0.00048
1.669	-0.00084
1.670	-0.00120

X	f(x)
1.6660	0.00024
1.6661	0.00020
1.6662	0.00017
1.6663	0.00013
1.6664	0.00010
1.6665	0.00006
1.6666	0.00002
1.6667	-0.00001
1.6668	-0.00005
1.6669	-0.00008
1.6670	-0.00012

Maka nilai dari x adalah x1 = 1.6666 dan x2 = 1.6667

f. $9.36 - 21.963x + 16.2965x^2 - 3.70377x^3$, Dari hasil grafik di nomor 1, maka didapatkan:

x	f(x)
1.0	-0.01027
1.1	-0.01025
1.2	0.07125
1.3	0.21200
1.4	0.38980
1.5	0.58240
1.6	0.76760
1.7	0.92316
1.8	1.02687
1.9	1.05651
2.0	0.98984

x	f(x)
1.10	-0.01025
1.11	-0.00540
1.12	0.00024
1.13	0.00665
1.14	0.01381
1.15	0.02170
1.16	0.03029
1.17	0.03956
1.18	0.04949
1.19	0.06006
1.20	0.07125

x	f(x)
1.110	-0.00540
1.111	-0.00487
1.112	-0.00434
1.113	-0.00379
1.114	-0.00324
1.115	-0.00268
1.116	-0.00211
1.117	-0.00154
1.118	-0.00095
1.119	-0.00036
1.120	0.00024

X	f(x)
1.1190	-0.00036
1.1191	-0.00030
1.1192	-0.00024
1.1193	-0.00018
1.1194	-0.00012
1.1195	-0.00006
1.1196	0.00000
1.1197	0.00006
1.1198	0.00012
1.1199	0.00018
1.1200	0.00024

Maka nilai dari x adalah x1 = 1.1195 dan x2 = 1.1196

3.

a. $x^3 - 3x + 1 = 0$ $(x_0 = 1.5; s/d\ 3D)$

Untuk x = 1 : f(1) = $1^3 - 3 + 1 = -1$

Untuk x = 2 : f(2) = $2^3 - 6 + 1 = 3$

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	1	2	1.5	-1	3	-0.125
2	1.5	2	1.75	-0.125	3	1.109375
3	1.5	1.75	1.625	-0.125	1.109375	0.416015625

Akar dari persamaan di atas adalah 1.625

b. Cos x = 3x $(x_0 = 0.3; s/d\ 5D)$

Untuk x= 0,3 : f(0,3) = Cos (0,3) – 3 (0,3) = 0,099986292

Untuk x = 1 : f(1) = Cos (1) – 3 (1) = -2,000152305

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)

1	0.3	1	0.65	0.099986292	-2.000152305	-0.950064349
2	0.3	0.65	0.475	0.099986292	-0.950064349	-0.425034364
3	0.3	0.475	0.3875	0.099986292	-0.425034364	-0.162522879
4	0.3	0.3875	0.34375	0.099986292	-0.162522879	-0.031267997
5	0.3	0.34375	0.321875	0.099986292	-0.031267997	-0.034359220

Akar dari persamaan di atas adalah 0.321875

c. $10^x = 100 - 2x$ $(x_0 = 2;$ s/d 4D)

Untuk x = 2 : f(2) = 100 – 100 + 4 = 4

Untuk x = 1 : f(1) = 10 – 100 + 2 = -88

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	2	1	1.5	4	-88	-65.3772234
2	2	1.5	1.75	4	-65.3772234	-40.26586748
3	2	1.75	1.875	4	-40.26586748	-21.26057907
4	2	1.875	1.9375	4	-21.26057907	-9.528567664

Akar dari persamaan di atas adalah 1.9375

d. $ln\, x = 1 + \frac{1}{x^2}$ $(x_0 = 3;$ s/d 4D)

Untuk x = 3 : f(3) = $ln\, 3 - 1 - \frac{1}{9} = -0,012498822$

Untuk x = 4 : f(4) = $ln\, 4 - 1 - \frac{1}{16} = 0,323794361$

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	3	4	3.5	-0.012498822	0.323794361	0.171130315
2	3	3.5	3.25	-0.012498822	0.171130315	0.08398044
3	3	3.25	3.125	-0.012498822	0.08398044	0.037034283
4	3	3.125	3.0625	-0.012498822	0.037034283	0.012609335

Akar dari persamaan di atas adalah 3.0625

e. $e^x - \ln x = 20 \quad (x_0 = 3; \text{s/d 4D})$

Untuk x = 3 : f(3) = $(2.7)^3 - \ln 3 - \ln 20 = -1,415612288$

Untuk x = 4 : f(4) = $(2.7)^4 - \ln 4 - \ln 20 = 31,757805638$

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	3	4	3.5	-1,415612288	31,757805638	11,089706329
2	3	3.5	3.25	-1,415612288	11,089706329	4,052215444
3	3	3.25	3.125	-1,415612288	4,052215444	1,145520796
4	3	3.125	3.0625	-1,415612288	1,145520796	-0,175622268
5	3	3.0625	3,03125	-1,415612288	-0,175622268	0,805451687

Akar dari persamaan di atas adalah 3,03125

f. $10^x - 1 \qquad (x_0 = 0; \text{s/d 4D})$

Untuk x = 0 : f(0) = $10^0 - 1 = 0$

Akar dari persamaan di atas adalah 0 karena dimulai dari 0 dan hasil dari x = 0 bernilai 0.

4.

a. Sin x = 5x - 2 \qquad (Dari x = 0.4 s/d 4D)

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	0.4	1	0.491701661	0.389418342	-2.158529015	0.013618332
2	0.491702	1	0.49488845	0.013618332	-2.158529015	0.000491237
3	0.494888	1	0.495003377	0.000491238	-2.158529015	1.77376E-05
4	0.495003	1	0.495007527	1.77379E-05	-2.158529015	6.40504E-07

Dari iterasi di atas dapat diketahui bahwa akar persamaannya adalah 0.495007527

b. $e^x = 2x + 21$ (Dari x = 3 s/d 4D)

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	3	4	3.210849067	-6.876352	25.73632256	-2.57119649
2	3.210849	4	3.28252833	-2.571196488	25.73632256	-0.866687186
3	3.282528	4	3.305902509	-0.86668719	25.73632256	0.281628916
4	3.305903	4	3.313415703	-0.28162891	25.73632256	-0.090414349

Dari iterasi di atas dapat diketahui bahwa akar persamaannya adalah 3.313415703

c. Cos x = 3x   (Dari x = 0.3 s/d 5D)

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	0.3	1	0.315401597	0.055336489	-2.459697694	0.004467091
2	0.315402	1	0.316642651	0.00446709	-2.459697694	0.000358222
3	0.316643	1	0.316742159	0.000358223	-2.459697694	2.8711E-05
4	0.316742	1	0.316750134	2.87097E-05	-2.459697694	2.30094E-06
5	0.31675	1	0.316750773	2.30072E-06	-2.459697694	1.8439E-07

Dari iterasi di atas dapat diketahui bahwa akar persamaannya adalah 0.31675

d. $\ln x = 1 + \frac{1}{x^2}$ (Dari x = 3 s/d 4D)

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	3	4	3.037166446	-0.012498822	0.323794361	0.002516621
2	3	3.03716645	3.030937269	-0.012498822	0.002516621	1.74724E-05
3	3	3.03093727	3.030894082	-0.012498822	1.74724E-05	1.21201E-07
4	3	3.03089408	3.030893782	-0.012498822	1.21387E-07	8.42024E-10

Dari iterasi di atas dapat diketahui bahwa akar persamaannya adalah 3.030893782

e. $x^x = 10$ (Dari x = 2.5 s/d 4D)

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	2.5	3	2.50344325	-0.117882312	17	-0.052438272
2	2.503443	3	2.504970221	-0.05243828	17	-0.023262273
3	2.50497	3	2.505646679	-0.023262277	17	-0.010306812
4	2.505647	3	2.505946215	-0.01030681	17	-0.004564158

Dari iterasi di atas dapat diketahui bahwa akar persamaannya adalah 2.505946215

f. $x^3 - 100$ (Dari x = 4 s/d 3D)

iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	4	5	4.590163934	-36	25	-3.287059269
2	4.590164	5	4.637788377	-3.287059296	25	-0.245433983
3	4.637788	5	4.641309768	-0.245434	25	-0.018035766

Dari iterasi di atas dapat diketahui bahwa akar persamaannya adalah 4.641309768

5. Metode Grafik

X	f(x)
2	-0.1
1.9	-0.07368
1.8	-0.04444
1.7	-0.01176
1.6	0.025
1.5	0.066667
1.4	0.114286
1.3	0.169231
1.2	0.233333
1.1	0.309091
1	0.4

antara 1.6-1.7
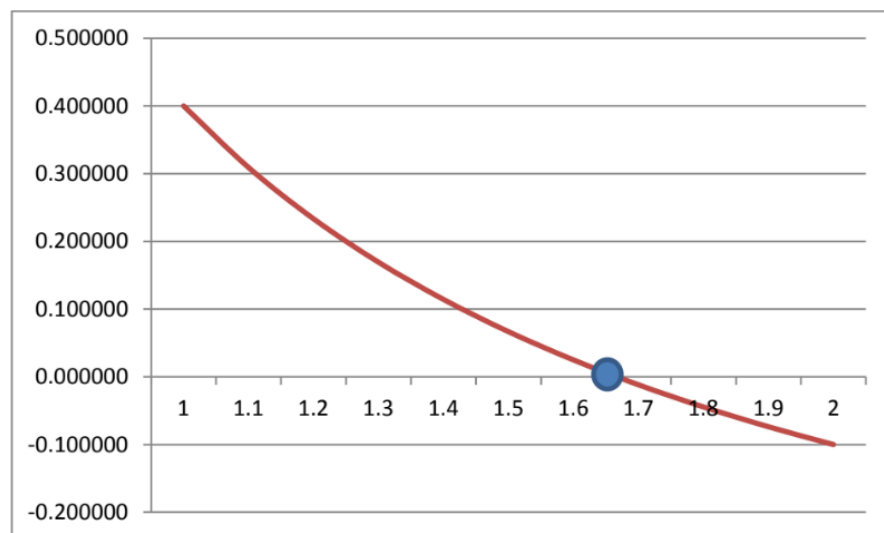
Metode Regula Falsi :

Iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	2	1	1.8	-0.1	0.4	-0.04444
2	1.8	1	1.72	-0.04444	0.4	-0.0186
3	1.72	1	1.688	-0.0186	0.4	-0.00758

antara 1.688 – 1.72

Metode Bolzano :

Iterasi	x1	x2	x3	f(x1)	f(x2)	f(x3)
1	2	1	1.5	-0.1	0.4	0.066667
2	2	1.5	1.75	-0.1	0.066667	-0.02857
3	1.75	1.5	1.625	-0.02857	0.066667	0.015385

Metode Tabulasi :

X	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
1.6	0.025	1.66	0.00241	1.666	0.00024
1.61	0.021118	1.661	0.002047	1.6661	0.000204
1.62	0.017284	1.662	0.001685	1.6662	0.000168
1.63	0.013497	1.663	0.001323	1.6663	0.000132
1.64	0.009756	1.664	0.000962	1.6664	0.00009602
1.65	0.006061	1.665	0.000601	1.6665	0.000060006
1.66	0.00241	1.666	0.00024	1.6666	0.000024001
1.67	-0.0012	1.667	-0.00012	1.6667	-0.0000119998
1.68	-0.00476	1.668	-0.00048	1.6668	-0.0000479962
1.69	-0.00828	1.669	-0.00084	1.6669	-0.0000839882
1.7	-0.01176	1.67	-0.0012	1.667	-0.000119976

antara 1.6666-1.6667

Jadi, yang paling akurasi dan presisi dari keempat metode di atas adalah metode tabularis . Karena nilai intervalnya yang paling mendekati daripada yang lain.