Tugas 4 Komputasi Numerik

Kelompok 8:

Jericho Nathanael Chrisnanta / 5025221001

Adrian Aziz Santoso / 5025221229

Muhammad Bimatara Indianto / 5025221260

TUGAS 4

SOAL

Dapatkan akar-akar persamaan berikut :

a. $x^3 + 6,6x^2 - 29,05x + 22,64 = 0$

b. $x^4 - 0,41x^3 + 1,632x^2 - 9,146x + 7,260 = 0$

dengan :

1. Metode Iterasi
2. Metode Faktorisasi

Gunakan metode Newton-Raphson untuk mendapatkan akar persamaan-persamaan :

3. $f(x) = -0,875x^2 + 1,75x + 2,625 \quad (x_i = 3,1)$
4. $f(x) = -2,1 + 6,21x - 3,9x^2 + 0,667x^3$
5. $f(x) = -23,33 + 79,35x - 88,09x^2 + 41,6x^3 - 8,68x^4 + 0,658x^5 \quad (x_i = 3,5)$

Sekarang gunakan metode Secant untuk maksud yang sama dari persamaan :

6. $f(x) = 9,36 - 21,963x + 16,2965x^2 - 3,70377x^3$
7. $f(x) = x^4 - 8,6x^3 - 35,51x^2 + 464x - 998,46 \quad (x_{i-1} = 7 \text{ dan } x_i = 9)$
8. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \quad (x_{i-1} = 2,5 \text{ dan } x_i = 3,6)$

9. Buatlah sebuah paparan untuk menjelaskan tentang metode Bairstow dan metode Quotient-Difference (Q-D). Dan buatlah sebuah kesimpulan mengenai kemudahan/kesulitan kedua metode tersebut didalam menyelesaikan masalah dibanding dengan metode2 yang telah anda pelajari dalam materi ini.

JAWABAN

1.

a. Iterasi

$x^3 + 6,6x^2 - 29.05x + 22.64 = 0$

x ^ 3 = 6, 6x ^ 2 - 29, 5x + 22, 64 = 0 dapat diasumsikan x0 = 0

x ^ 3 = 6, 6x ^ 2 + 22, 64 = 29, 5x

x= (x ^ 3 + 6 * 6x ^ 2 +22 64) 29,05

f(x) = (3x ^ 2 + 13, 2x)/(29, 5)

f' * (x0) = 0 dan 0 < 1 menandakan konvergen

f(x)= (x ^ 3 + 6.6x ^ 2 + 22.64) 29,05

- **Iterasi 1**

  f(x) = (x^3 + 6,6x^2 + 22,64) / 29,05

= (0 + 0 + 22,64) / 29,05
= 0,7793

- **Iterasi 2**
  f(x) = (0,7793^3 + 6,6(0,7793)^2 + 22,64) / 29,05
  = (0,4733 + 4,0082 + 22,64) / 29,05
  = 0,9336

- **Iterasi 3**
  f(x) = (0,9336^3 + 6,6(0,9336)^2 + 22,64) / 29,05
  = (0,8137 +5,7526 + 22,64) / 29,05
  = 1,0054

b. Faktorisasi
   Setelah melakukan faktorisasi didapatkan $x = -66.44235$

2.

a. **Iterasi**:
   x^4 - 0,41x³ + 1,632x² - 9,146 + 7,260 = 0, dapat diasumsikan xo = 0
   x^4 - 0,41x² + 1,632x² + 7,260 = 9,146x
   x = (x^4 - 0,41x^3 + 1,632x^2 + 7,260) / 9,146
   f (x) = (4x^3 - 1,23x^3+3,264x^2) / 9,146
   f'(x0) = 0, dan) < 1 menandakan konvergen
   f(x) = (x^4 - 0,41 x^3 + 1,632x^2 + 7,260) / 9,146

- **Iterasi 1**
  f(x)   = ((x)^4 - 0,41(x)^3 + 1,632 (x)^2 + 7,260) / 9,146
  = (0-0+0+7,260) / 9,146
  = 0,7938

- **Iterasi 2**
  f(x)   = ((0,7938)^4 - 0,41(0,7938)^3 + 1,632 (0,7938) ^2 + 7,260) / 9,146
  = (0,7391 - 0,3268 + 1,4030 + 7,260) / 9,146
  = 0,9272

- **Iterasi 3**
  f(x)   = ((0,9272)^4 - 0,41(0,9272)^3 + 1,632 (0,9272) ^2 + 7,260) / 9,146
  = (0,7391 - 0,3268 + 1,4030 + 7,260) / 9,146
  = 0,9923

b. Faktorisasi
   Setelah melakukan faktorisasi ditemukan bahwa $x = -1.060608, 1.089621$

3. **Metode Newton-Raphson**
   f(x) = -0,875x^2 + 1,75x + 2,625 (xi = 3, 1)

f’ (x)= - 1.75 ^ x = - 1.75 ^ 1.75

Newton-Raphson menjadi : Xn + 1 = xi - (-0,875x^2 + 1,75x + 2,625) / (-1,75x + 1,75)

- **Iterasi 1**

  f (Xn +1) = 3,1 - (-0,875 * 3,1 ^ 2 + 1 ,75 * 3,1 + 2,625)(-1,75 * 3,1 + 1,75)
  = 3,1 - (- 8,40875 + 5,425 + 2625) / -3,675
  = -716,5738

- **Iterasi 2**

  x(1) = - 716, 5738
  f(x1) = -716,5738 - (-0,875 * -716,57382 + 1,75 x - 716,5738 + 2,625) / (-1,75 x - 716,5738 + 1,75)
  = -716,5738 - (-447922,2756 / 1255,75415)
  = -359,8779
  x(2) = - 359.8779

- **Iterasi 3**

  f(x1) = -359,8779 (-0,875 * -359,87792 + 1,75 * -359,8779 + 2,625) / (-1,75 x - 359,8779 + 1,75)
  = -359,8779 - (-113323,0901 / 631,5363) = - 180,4376
  x(2) = - 180, 4376

4. **Metode Newton Raphson**

- f(x) = - 2.1 + 6.21x - 3.9x ^ 2 + 0.667x ^ 3
  f’(x) = 6.21 - 7.8x + 200.1 x ^ 2
  xi + 1 =xi - (f(xi)*f’(xi))
  xi + 1 = (- 2.1 + 6.21x - 3.9x ^ 2 + 0.667x ^ 3) / (6.21 - 7.8x + 0.201x ^ 2)

- Setelah melakukan iterasi dari metode tersebut, berhasil didapatkan salah satu akar persamaan f(x) = - 2.1 + 6.21x - 3.9x ^ 2 + 0.667x = 0.456731734192752

5. **Metode Newton Raphson**

f(x) = - 23, 33 + 79, 35x - 88 ,09x^2 + 41,6x^3 - 8,68x^4 + 0,658x^5 (xi = 3, 5)
f’(x) = 79.35 - 176.18x + 124.8 x^2 - 34.72x^3 + 3.29x^4
xi = 3.5
f(xi) = 1, 943937499999890
f’(xi) = - 3, 39437499999910
xi + 1 = xi - (f(x) / f'(x))
xi + 1 = 3,5 - (1,943937499999890 / - 3,39437499999910)
= 4,072693794881220

Setelah mendapati nilai x + 1, dapat ditemukan akar persamaan dari fungsi

-23,33 + 79,35x - 88,09 x^2 + 41,6x^3 - 8,68x^4 + 0,658x^5 (xi = 3,5) adalah 3,844083058608510.

6. $f(x) = 9{,}36 - 21{,}963x + 16{,}2965x^2 - 3{,}70377x^3$

$x_{i+1} = x_i - \frac{f(xi)\,(xi-1\;xi)}{f(xi-1) - f(xi)}$

Step	x0	x1	x2	f(x2)
1	0.000000	1.000000	0.998904	-0.009736
2	1.000000	0.998904	0.978912	0.002221
3	0.998904	0.978912	0.982625	-0.000322
4	0.978912	0.982625	0.982154	-0.000008
5	0.982625	0.982154	0.982142	0.000000
6	0.982154	0.982142	0.982142	-0.000000
7	0.982142	0.982142	0.982142	0.000000

Akar : 0,982142

7. $x^4 - 8{,}6x^3 - 35{,}51x^2 + 464x - 998{,}46$ ($x_i = 9$; $x_{i-1} = 7$)

$x_{i+1} = x_i - \frac{f(xi)\,(xi-1\;xi)}{f(xi-1) - f(xi)}$

Step	x0	x1	x2	f(x2)
1	7.000000	9.000000	7.124193	-28.738970
2	9.000000	7.124193	7.210923	-19.853227
3	7.124193	7.210923	7.404703	5.034972
4	7.210923	7.404703	7.365500	-0.591288
5	7.404703	7.365500	7.369620	-0.014579
6	7.365500	7.369620	7.369724	0.000044
7	7.369620	7.369724	7.369724	-0.000000

Akar : 7,369724

8. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ ($x_{i-1} = 2{,}5$; $x_i = 3{,}6$)

$x_{i+1} = x_i - \frac{f(xi)\,(xi-1\;xi)}{f(xi-1) - f(xi)}$

Step	x0	x1	x2	f(x2)
1	2.500000	3.600000	2.643678	-0.376988
2	3.600000	2.643678	2.769165	-0.314116
3	2.643678	2.769165	3.396103	1.325048
4	2.769165	3.396103	2.889306	-0.185985
5	3.396103	2.889306	2.951685	-0.089740
6	2.889306	2.951685	3.009848	0.019987
7	2.951685	3.009848	2.999253	-0.001492
8	3.009848	2.999253	2.999989	-0.000022
9	2.999253	2.999989	3.000000	0.000000

Akar = 3,00

9. **Metode Bairstow:**
   Metode iteratif yang menggunakan pembagian sintetis dan metode Newton-Raphson untuk mencari akar persamaan polinomial.

   Metode Quotient-Difference (Q-D):
   Metode sederhana yang menggunakan perbedaan dan rasio dari nilai-nilai fungsi untuk menduga posisi akar-akar polinomial.

   Kesimpulan:
   Metode Bairstow stabil dan konvergen, cocok untuk polinomial kompleks.
   Metode Q-D sederhana, tapi bisa kesulitan dengan polinomial yang kompleks.
   Pilihan tergantung pada kebutuhan dan kompleksitas polinomial yang dihadapi.