

Kelompok 23:

- Nerisa Afiani (5025221064)
- Nadya Saraswati Putri (5025221246)
- Aryasatya Wiryawan (5025221256)

**Tugas Komnum
Pertemuan 4**

1. Tentukan: (a) rerata; (b) deviasi standar; dan (c) varian; dari data-data berikut

0,95 1,42 1,54 1,55 1,63
1,32 1,15 1,47 1,95 1,25
1,46 1,47 1,92 1,35 1,05
1,85 1,74 1,65 1,78 1,71
2,39 1,82 2,06 2,14 2,27

Jawab :

- a. Untuk menghitung rerata (mean) :

$$\text{Rerata} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Dimana x_i adalah setiap nilai dalam kumpulan data, dan n adalah jumlah total data.
sehingga :

$$\text{Rerata} = \frac{0.95 + 1.32 + 1.46 + 1.85 + 2.39 + 1.42 + \dots + 2.14 + 1.63 + 1.25 + 1.05 + 1.71 + 2.27}{25} = \frac{40.89}{25} = 1.636$$

- b. Untuk menghitung deviasi standar :

$$\text{Deviasi Standar} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \text{mean})^2}{n - 1}}$$

$$\text{Deviasi Standar} = \sqrt{\frac{(0.95 - 1.636)^2 + (1.32 - 1.636)^2 + (1.46 - 1.636)^2 + \dots + (2.27 - 1.636)^2}{25 - 1}} = 0.367$$

- c. Untuk menghitung varian :

$$\text{Varian} = \frac{\sum (x_i - \text{mean})^2}{n - 1}$$

atau kita bisa mengkuadratkan standar deviasi agar menjadi varian

$$\text{Varian} = (\text{Deviasi Standar})^2$$

$$= \left(\sqrt{\frac{\sum (x_i - \text{mean})^2}{n - 1}} \right)^2 = \frac{\sum (x_i - \text{mean})^2}{n - 1} \text{ (Terbukti)}$$

$$\text{Varian} = (0.367)^2 = 0.135$$

2. Gunakan regresi kuadrat terkecil untuk menaksir fungsi garis lurus dari data berikut :

x	1	3	5	7	10	12	13	16	18	20
y	3	2	6	5	8	7	10	9	12	10

Jawab:

No	xi	yi	xi.yi	xi^2
1	1	3	3	1
2	3	2	6	9
3	5	6	30	25
4	7	5	35	49
5	10	8	80	100
6	12	7	84	144
7	13	10	130	169
8	16	9	144	256
9	18	12	216	324
10	20	10	200	400
Σ	105	72	928	1477

nilai rerata untuk x dan y adalah:

$$\bar{x} = \Sigma x / n = 105 / 10 = 10,5$$

$$\bar{y} = \Sigma y / n = 72 / 10 = 7,2$$

Jika persamaan umum garis dinyatakan sebagai: $y = a + bx$, dan

$$b = (n \Sigma xi yi - \Sigma xi \Sigma yi) / (n \Sigma xi^2 - (\Sigma xi)^2) = (10 \cdot 928 - 105 \cdot 72) / (10 \cdot 1477 - (105)^2) = 1720 / 3745 = 0,459$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x} = 7,2 - 0,459 \cdot 10,5 = 2,3805$$

Jadi, persamaan garis yang mendekati rangkaian data tersebut adalah:

$$y = 2,3805 + 0,459x$$

3. Gunakan regresi kuadrat terkecil untuk menaksir fungsi garis lurus dari data berikut :

x	4	6	8	10	14	16	20	22	24	28	28	34	36	38
y	30	18	22	28	14	22	16	8	20	8	14	14	0	8

Jawab:

No	xi	yi	xi.yi	xi^2
1	4	30	120	16
2	6	18	108	36
3	8	22	176	64
4	10	28	280	100
5	14	14	196	196
6	16	22	352	256
7	20	16	320	400
8	22	8	176	484
9	24	20	480	576
10	28	8	224	784
11	28	14	392	784
12	34	14	476	1156
13	36	0	0	1296
14	38	8	304	1444
Σ	288	222	3604	7592

nilai rerata untuk x dan y adalah:

$$\bar{x} = \Sigma x / n = 288 / 14 = 20,571$$

$$\bar{y} = \Sigma y / n = 222 / 14 = 15,857$$

Jika persamaan umum garis dinyatakan sebagai: $y = a + bx$, dan

$$b = (n \Sigma xi yi - \Sigma xi \Sigma yi) / (n \Sigma xi^2 - (\Sigma xi)^2) = (14 \cdot 3604 - 288 \cdot 222) / (14 \cdot 7592 - (288)^2) = -13480 / 23344 = -0,577$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x} = 15,857 - (-0,577) \cdot 20,571 = 27,726$$

Jadi, persamaan garis yang mendekati rangkaian data tersebut adalah:

$$y = 27,726 - 0,577x$$

4. Gunakan regresi kuadrat terkecil untuk menaksir fungsi kurva dari data berikut :

x	1	2	2,5	4	6	8	8,5
y	0,4	0,7	0,8	1,0	1,2	1,3	1,4

Jawab:

No	xi	yi	qi ²	pi	qi.pi
1	1	0,4	1	-0,916	-0,916
2	2	0,7	4	-0,357	-0,713
3	2,5	0,8	6,25	-0,223	-0,558
4	4	1,0	16	0	0
5	6	1,2	36	0,182	1,094
6	8	1,3	64	0,262	2,099
7	8,5	1,4	72,25	0,336	2,860
Σ	32	6,8	199,5	-0,715	3,865

$$\bar{q} = \Sigma xi / n = 32 / 7 = 4,571$$

$$\bar{p} = \Sigma \ln yi / n = -0,715 / 7 = -0,102$$

$$B = (n \Sigma qi pi - \Sigma qi \Sigma pi) / (n \Sigma qi^2 - (\Sigma qi)^2) = (7 \cdot 3,865 - 32 \cdot -0,715) / (7 \cdot 199,5 - (32)^2) = 49,935 / 372,5 = 0,134$$

$$A = \bar{p} - B \bar{q} = -0,102 - 0,134 \cdot 4,571 = -0,714$$

$$A = \ln a, \text{ maka } a = 0.490$$

$$B = b, \text{ maka } b = 0,134$$

Dengan demikian fungsi yang dicari adalah:

$$y = 0.490 e^{0,134x}$$

5. Gunakan regresi kuadrat terkecil untuk menaksir fungsi kurva dari data berikut :

x	2,5	3,5	5	6	7,5	10	12,5	15	17,5	20
y	5	3,4	2	1,6	1,2	0,8	0,6	0,4	0,3	0,3

Jawab:

No	xi	yi	qi ²	pi	qi.pi
1	2,5	5	6,25	1,609	4,023
2	3,5	3,4	12,25	1,224	4,284
3	5	2	25	0,693	3,466
4	6	1,6	36	0,470	2,820
5	7,5	1,2	56,25	0,182	1,367

6	10	0,8	100	-0,223	-2,231
7	12,5	0,6	156,25	-0,511	-6,385
8	15	0,4	225	-0,916	-13,744
9	17,5	0,3	306,25	-1,204	-21,069
10	20	0,3	400	-1,204	-24,079
Σ	99,5	15,6	1323,25	0,12	-51,550

$$\bar{q} = \Sigma x_i / n = 99,5 / 10 = 9,95$$

$$\bar{p} = \Sigma \ln y_i / n = 0,12 / 10 = 0,012$$

$$B = (n \Sigma q_i p_i - \Sigma q_i \Sigma p_i) / (n \Sigma q_i^2 - (\Sigma q_i)^2) = (10 \cdot -51,550 - 99,5 \cdot 0,12) / (10 \cdot 1323,25 - (99,5)^2) = -527,44 / 3332,25 = -0,158$$

$$A = \bar{p} - B \bar{q} = 0,012 - (-0,158) \cdot 9,95 = 1,584$$

$$A = \ln a, \text{ maka } a = 4,874$$

$$B = b, \text{ maka } b = -0,158$$

Dengan demikian fungsi yang dicari adalah:

$$y = 4,874 e^{-0,158x}$$

6. Gunakan regresi polynomial untuk menaksir fungsi kurva dari data berikut :

x	0,05	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
y	550	750	1.000	1.400	2.000	2.700	3.750

Jawab:

n	xi	yi	xi ²	xi ³	xi ⁴	xiyi	xi ² yi
1	0,05	550	0,0025	0,000125	0,00000625	27,5	1,375
2	0,4	750	0,16	0,064	0,0256	300	120
3	0,8	1000	0,64	0,512	0,4096	800	640
4	1,2	1400	1,44	1,728	2,0736	1680	2016
5	1,6	2000	2,56	4,096	6,5536	3200	5120
6	2,0	2700	4	8	16	5400	10800
7	2,4	3750	5,76	13,824	33,1776	9000	21600
Σ	8,45	12150	14,562	28,224	58,240	20407,5	40297,3

							75
--	--	--	--	--	--	--	----

$$\begin{pmatrix} 7 & 8,45 & 14,562 \\ 8,45 & 14,562 & 28,224 \\ 14,562 & 28,224 & 58,240 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12150 \\ 20407,5 \\ 40297,375 \end{pmatrix}$$

$$7a_0 + 8,45a_1 + 14,562a_2 = 121150$$

$$8,45a_0 + 14,562a_1 + 28,224a_2 = 20407,5$$

$$14,562a_0 + 28,224a_1 + 58,240a_2 = 40297,375$$

Maka, diperoleh:

$$a_0 = 94206,133$$

$$a_1 = -147422,530$$

$$a_2 = 48580,377$$

Jadi, persamaan kurva yang dicari adalah:

$$94206,133 - 147422,530x + 48580,377x^2$$

7. Gunakan regresi polynomial untuk menaksir fungsi kurva dari data berikut :

x	0	2	4	6	9	11	13	15	17	19	23	25	28
y	1,2	0,6	0,4	-0,2	0	-0,6	-0,4	-0,2	-0,4	0,2	0,4	1,2	1,8

Jawab:

n	xi	yi	xi^2	xi^3	xi^4	xiyi	xi^2 yi
1	0	1,2	0	0	0	0	0
2	2	0,6	4	8	16	1,2	2,4
3	4	0,4	16	64	256	1,6	6,4
4	6	-0,2	36	216	1296	-1,2	-7,2
5	8	0	64	512	4096	0	0
6	11	-0,6	121	1331	14641	-6,6	-72,6
7	13	-0,4	169	2197	28561	-5,2	-67,6
8	15	-0,2	225	3375	50625	-3	-45
9	17	-0,4	289	4913	83521	-6,8	-115,6
10	19	0,2	361	6859	130321	3,8	72,2
11	23	0,4	529	12167	279841	9,2	211,6

12	25	1,2	625	15625	390625	30	750
13	28	1,8	784	21952	614656	50,4	1411,2
Σ	172	4	3223	69219	159845 5	73,4	2145,8

$$\begin{pmatrix} 13 & 172 & 3223 \\ 172 & 3223 & 69219 \\ 3223 & 69219 & 1598455 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 73,4 \\ 2145,8 \end{pmatrix}$$

$$13a_0 + 172a_1 + 3223a_2 = 4$$

$$172a_0 + 3223a_1 + 69219a_2 = 73,4$$

$$3223a_0 + 69219a_1 + 1598455a_2 = 214,5$$

Maka, diperoleh:

$$a_0 = -3,074$$

$$a_1 = 0,726$$

$$a_2 = -0,0251$$

Jadi, persamaan kurva yang dicari adalah:

$$-3,074 + 0,726x - 0,0251x^2$$