Pergunta 1

Respondida · Pontuou 1,000 de 3,000 · Destacar pergunta

O sistema de equação lineares:

$$\begin{cases} 0.00001x_1 + 2.00000x_2 + 5.00000x_3 = 200.00000 \\ 1.00000x_1 - 0.20000x_2 + 1.00000x_3 = 4.00000 \\ 3.00000x_1 + 0.50000x_2 - 4.00000x_3 = 2.00000 \end{cases}$$

foi resolvido usando uma máquina de calcular hipotética, com a representação especificada no formato numérico apresentado acima, e usando Método de Eliminação de Gauss.
Fizeram-se duas resoluções, uma usando o sistema tal qual, outra fazendo uma pivotagem parcial de linhas.

Os resultados obtidos foram os seguintes:

Sem pivotagem	Com pivotagem
$\begin{cases} x_1 = 3.00000 \\ x_2 = 73.33331 \\ x_3 = 10.66667 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = 5.53846 \\ x_2 = 69.23076 \\ x_3 = 12.30769 \end{cases}$

Discuta os seguintes pontos (sempre que as suas afirmações se basearem em cálculos, apresente-os):

1. Qual a solução que considera correta;
2. Porque é que não se obtiveram resultados iguais;
3. Como é que eventuais erros nos dados (coeficientes das incógnitas e termos independentes) se refletem na solução do sistema.

A resposta deve conter um (pequeno) texto justificativo das várias questões propostas mas também demonstrações numéricas. Será corrigida manualmente.

1.A solucao mais correta é obviamente a solucao com pivotagem. A pivotagem existe para evitar os erros típicos do método de Gauss, e trata-se, fundamentalmente de evitar o aparecimento de valores muito altos como multiplicadores dos erros e de valores muito baixos como divisores das equações. Com pivotagem chegamos a um valor mais exato. Na minha resolucao chego tambem aos valores do quadro da direita.

2. A pivotagem faz com que os errros de calculo diminuam, por tanto, o erro associado a cada variável é menor. Desta maneira, a diferença entre os valores baseias-se no facto, de ao x sem pivotagem estar a ser somado um erro (negativo ou positivo) maior do que aos valores sem pivotagem.

3- Os erros nos coeficientes e termos independentes, isto é, os erros que não estão relacionados com arredondamentos , refletencem-se na estabilidade interna. Nenhuma pivotagem elimina estes erros, eles já existem a priori. Quanto maiores os erros, menos exata e a solucao.

Pivotagem total e parcial

A pivotagem baseia-se, na maior parte dos casos, fundamentalmente de evitar o aparecimento de valores muito altos como multiplicadores dos erros e de valores muito baixos como divisores das equações. Se tentarmos de evitar o embaraço de uma eventual divisão por zero, isto é, cada coluna, escolher, não o primeiro coeficiente não-nulo, mas o maior (em valor absoluto) coeficiente dessa coluna e em, naturalmente, usar a equação correspondente para proceder à eliminação, fazemos pivotagem parcial. O efeito da pivotagem parcial é apenas o de uma reordenação das equações, embora essa reordenação não precise ser fisicamente implementada. Na pivotagem total escolhemos não só o maior coeficiente da coluna que se pretende eliminar, mas o maior de todos os coeficientes das equações ainda não tratadas.

Pergunta 2

Parcialmente correto   Pontuou 1,000 de 2,000   Destacar pergunta

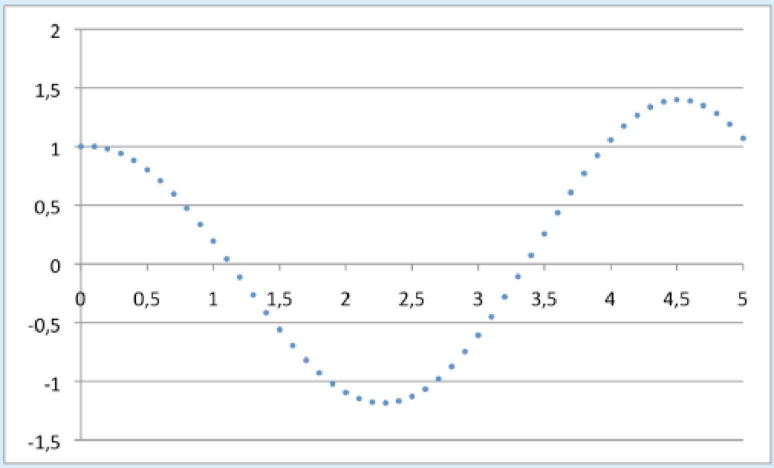
Um sistema físico composto por uma massa ligada por uma mola a um ponto fixo e deslocando-se sem atrito sobre uma recta horizontal pode ser descrito pela equação diferencial

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+c\frac{dx}{dt}+kx=0$$

Esta equação foi integrada numericamente pelo **Método de Euler**, usando os seguintes valores:

t_0	m	c	$\frac{dx}{dt}$ inicial
0	20	1	0

Os resultados obtidos são apresentados no gráfico da posição (x) em função do tempo (t), em que cada ponto é o resultado de uma iteração:



Recorrendo ao gráfico e ao cálculo numérico, responda às seguintes perguntas:

1. Qual o passo de integração usado ? 0.50000 ✗
2. Qual o valor inicial x(0) ? 1.00000 ✓
3. Qual dos valores seguintes foi usado para **k**, constante de rigidez da mola ?
   - ○ 5 ○ 20 ○ 40 ○ Nenhuma correta ◉ Não sei, não respondo (sem penalização) ✗

Pontuou 0,000 de 1,000

A resposta correta é: 40

A resposta é um número em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Pergunta 3

Parcialmente correto   Pontuou 1,920 de 2,000   Destacar pergunta

Os resultados de uma experiência ajustam-se bem à expressão

$$y=x+\frac{(x-2)^2}{(\sin x)+2}$$

no intervalo de -1 ≤ x ≤ 1,5.

Use o **método da Secção Áurea** para pesquisar o **mínimo** da função.
Preencha as células em branco com o valor numérico adequado.

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$
-1.000000	1.500000	-0.045080	0.545085	6.768472	1.5834030	2.094312	1.385580
-0.045080 ✓	1.500000 ✓	0.545085 ✓	0.909830 ✓	2.094312 ✓	1.5834030 ✓	1.385580 ✓	1.33590 ✓
0.545085 ✓	1.50000 ✓	0.909830 ✓	1.39252 ✗	1.385580 ✓	1.33590 ✗	1.33590 ✓	1.39252 ✓

As iterações apresentadas permitem enquadrar o extremo num intervalo em x com a amplitude 0.954915 ✗

As respostas numéricas são números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Pergunta 4

Correto Pontuou 2,000 de 2,000 Destacar pergunta

Seja o sistema de equações lineares A.x = b que se apresenta abaixo.

Resolva-o aplicando o método de Khaletsky (Choslesky).

Preencha os quadros com os valores correctos.

	3.00000	2.00000	-6.00000		3.00000
A =	-5.00000	6.00000	4.00000	b =	-6.00000
	2.00000	3.00000	2.00000		6.00000

	3.00000	0.00000	0.00000		1.00000	0.6666666666666666	-2.0
L =	-5.00000	9.333333333333334	0.00000	U =	0.00000	1.00000	-0.6428571428571429
	2.00000	1.6666666666666667	7.071428571428571		0.00000	0.00000	1.00000

Ly=b	Ux=y Solução
y1 = 1	x1 = 2
y2 = -0.1071428571428571	x2 = 0.2727272727272727
y3 = 0.5909090909090909	x3 = 0.5909090909090909

Pergunta 5

Correto Pontuou 2,000 de 2,000 Destacar pergunta

Considere a função não linear que se pretende minimizar, por aplicação do **Método do Gradiente**.

$$Z(x, y) = 3x^2 - xy + 11y + y^2 - 8x$$

Complete o quadro com os valores em falta, para um passo efectivo de minimização.
Escolha o melhor valor para λ.

Nº Iteração	X_n	$Z(X_n)$	Gradiente	λ
0	2	18.00000	2.00000	0.5
	2		13.0000	
1	1	-29.7500		
	-4.5			

As respostas numéricas são números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Pergunta 6

Parcialmente correto · Pontuou 0,261 de 1,000 · Destacar pergunta

O comportamento de um dado reactor químico é modelado pelas equações diferenciais:

$$\frac{dC}{dt} = -e^{\left(\frac{-\mathbf{b}}{T+273}\right)} \times C$$

$$\frac{dT}{dt} = \mathbf{a} \times e^{\left(\frac{-\mathbf{b}}{T+273}\right)} \times C - \mathbf{b} \times (T-20)$$

Usando os seguintes valores

t	C	T	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$
tempo	concentração	temperatura	parâmetro operatório	parâmetro operatório
0	2.50000	25.00000	30.00000	0.50000

a) Calcule duas iterações da integração do modelo usando o **método de Euler**

iteração	t	C	T
0	0	2.50000 ✓	25.00000 ✓
1	0.1 ✓	2.25042 ✓	32.2374 ✓
2	0.2	2.27534 ✗	31.8759 ✗

b) Calcule duas iterações da integração do modelo usando o **método de Runge-Kutta de 4ª ordem**

iteração	t	C	T
0	0	2.50000 ✓	25.00000 ✓
1	0.1 ✓	2.24543 ✗	32.2069 ✗
2	0.2	2.27084 ✗	31.8557 ✗

=31.703975

=37.421062

c) Calcule o quociente de convergência e o erro absoluto estimado para a concentração *(C)*, usando como primeiros valores os obtidos com o **método de Euler**

h'	✗	$C_{h'}$	✗
h''	✗	$C_{h''}$	✗
		Quociente de convergência	✗
		Erro absoluto estimado	✗

= 0.05

= 0.025

=2.036972

=2.042318

=2.100038

=0.005346