

روش DIOWA

تئوری روش:

روش DIOWA^۱ نوع خاصی از عملگرهای IOWA است که در آن چگالی اطراف یک مقدار به عنوان inducing variables برای ترتیب‌دهی مقادیر به کار می‌رود. در واقع، چگالی اطراف هر مقدار، معیاری از میزان شباهت آن مقدار با نزدیکترین همسایگانش است. این چگالی بر اساس تعداد نزدیکترین همسایگان (Nearest Neighbors) و میانگین فاصله وزنی آنها به دست می‌آید.

چگالی اطراف یک مقدار بر اساس دو عامل اصلی محاسبه می‌شود:

۱. تعداد Nearest Neighbors: چگالی با افزایش تعداد همسایگان نزدیک، افزایش می‌یابد.

۲. میانگین فاصله وزنی: هرچه فاصله به همسایگان نزدیک‌تر کمتر باشد، چگالی بیشتر خواهد بود.

در این پروژه برای وزن دهی به معیارها از روش New Maximum Orness Model 12 می‌کنیم.

مراحل پیاده سازی این روش به صورت زیر است:

گام ۱: ابتدا می‌بایست چگالی اطراف a_{ki} در مجموعه A_{ki} را طبق رابطه (۱) محاسبه کنیم.

$$density(a_{ki}.r) = \begin{cases} \left(\frac{1 + \sum_{a_{kj} \in A_{ki}} \omega_{kij} d(a_{ki}.a_{kj})}{|A_{ki}|} \right)^{-1} & \text{if } A_{ki} \neq \emptyset \\ 0 & \text{if } A_{ki} = \emptyset \end{cases} \quad (17)$$

$a_{ki} \in A_k$. $A_{ki} = \{a_{kj} | d(a_{ki}.a_{kj}) \leq r, j \neq i \text{ and } a_{ki}.a_{kj} \in A_k\}$ and $|A_{ki}|$ is size of set A_{ki}

فاصله d به عنوان معیار مجاورت می‌تواند برای اشاره به شباهت یا عدم تشابه بین a_{ki} و a_{kj} استفاده شود. پارامتر r یک حد آستانه تشابه (Similarity Threshold) است که توسط کاربر مشخص می‌شود.

در همین گام نیاز به محاسبه ω_{kij} داریم.

$$\omega_{kij} = \frac{e^{-d(a_{ki}.a_{kj})}}{\sum_{a_{kj} \in A_{ki}} e^{-d(a_{ki}.a_{kj})}} \quad (18)$$

^۱ Density-Induced Ordered Weighted Averaging

که در این رابطه ω_{kij} وزن مربوط به فاصله $d(a_{ki}, a_{kj})$ است.

گام ۲: در این گام باید Order Inducing Variables را تشکیل دهیم و مقادیر چگالی را برای تمامی معیار های مورد نظر محاسبه کنیم.

$$u(a_{ki}) = \text{density}(a_{ki}, r) \quad a_{ki} \in Ak \quad (19)$$

گام ۳: در این گام چگالی های به دست آمده مرحله قبل را برای هر معیار به صورت نزولی مرتب می کنیم. خروجی این مرحله مقادیر $u(b_j)$ است که در گام بعد، از آن ها برای محاسبه وزن استفاده می کنیم.

گام ۴: در این گام باید وزن دهی معیارها را بر اساس New Maximum Orness Model 12 انجام دهیم.

(۲۰)

$$\omega_j = -f(u(b_j)) \frac{n}{2\eta_1} + \frac{\sum_{j=1}^n f(u(b_j))}{2\eta_1} + \frac{1}{n}$$

(۲۱)

$$\eta_1 = - \left(\frac{\sum_{j=1}^n f^2(u(b_j)) - (\sum_{j=1}^n f(u(b_j)))^2}{4\beta} \right)^{1/2}$$

(۲۲)

$$f(u(b_j)) = \frac{u(b_j) - u(b_n)}{u(b_1) - u(b_n)}$$

همانطور که در رابطه ی ۴ مشاهده می شود برای محاسبه ی η_1 به مقدار β نیاز است. برای محاسبه ی β ابتدا مقدار λ را مشخص می کنیم. λ مقداری بین ۰ و ۱ دارد که توسط کاربر تعیین می شود.

(۲۳)

$$\beta = \lambda \cdot \max_disp$$

$$\max_disp = (n|K|)^{-1} - n^2$$

$|K|$ is size of the set K and $K = \{u(b_j) | u(b_j) = u(b_1), j \in N\}$

β نشان دهنده پراکندگی ω و \max_disp نشان دهنده حد بالای مجاز β است. هر قدر λ بزرگتر باشد β نیز بیشتر است و وقتی λ برابر با ۱ شود، β به حد بالای مجاز خود می رسد و β با \max_disp برابر می شود. همچنین وقتی λ برابر با صفر شود، β به حد پایین مجاز خود می رسد و β نیز برابر با صفر می شود.

گام ۵: در گام آخر با استفاده از اپراتور DIOWA، امتیازات نهایی را برای معیارهای داده شده محاسبه می کنیم.

(۲۴)

$$DIOWA(\langle u(a_{k1}).a_{k1} \rangle . \langle u(a_{k2}).a_{k2} \rangle . \dots . \langle u(a_{kn}).a_{kn} \rangle = \sum_{j=1}^n \omega_{kj} b_{kj}$$

در این رابطه b_{kj} ترتیب نزولی امتیازها بر اساس چگالی است.

مزایای روش DIOWA :

۱. انعطاف پذیری بالا: این امکان را به کاربران می دهد تا مقادیر λ و r را متناسب با مساله خود تنظیم کنند.
۲. تناسب با کاربردهای خاص: در مسائلی که تعیین تعداد مشخصی از Nearest neighbors دشوار است، این روش می تواند مناسب تر باشد.
۳. امکان Sort آرگومان ها: ترتیب دهی آرگومان ها (مانند مقادیر b_{kj} و $u(b_j)$) بر اساس چگالی، باعث می شود که مقادیر مشابه به هم نزدیک تر شوند و این باعث افزایش دقت تصمیم گیری می شود.

معایب روش DIOWA :

۱. پیچیدگی محاسباتی: محاسبه چگالی و فاصله های وزنی نسبتا به محاسبات پیچیده تری نیاز دارد.
۲. نیاز به انتخاب های دقیق: انتخاب مقادیر λ و r به تجربه و علم کافی نیاز دارد تا ما را به نتایج مطلوب برساند.
۳. حساسیت زیاد به پارامترها: نتایج به شدت تحت تاثیر پارامترهای انتخابی λ و r قرار دارد.

پیاده سازی روش DIOWA :

سوال: یکی از روش‌های OWA موجود در پوشه OWA را انتخاب کرده و آن را براساس مثال ارائه شده در مقاله اصلی پیاده‌سازی کنید. کدنویسی شما باید به گونه‌ای باشد که برای هر چندتا تصمیم‌گیر/روش مناسب باشد. ابتدا برای مثال موجود در مقاله، روش DIOWA را طبق مراحل بیان شده در قسمت تئوری پیاده‌سازی می‌کنیم. در این مثال، امتیاز ۴ ورزشکار توسط ۶ داور به صورت زیر لحاظ شده است.

جدول (۲۰): امتیازهای ورزشکاران A1 تا A4

Athlete	judge1	judge2	judge3	judge4	judge5	judge6
A1	8	9.3	9.1	8.5	9.3	9.4
A2	8.4	8.4	9	9	9	9
A3	8.7	9.3	8.8	8.8	8.7	9.9
A4	9.3	8.1	8.6	9.2	9.2	8

جدول (۲۱): گام ۱ و ۲. چگالی‌های محاسبه شده ($r = 0.5$)

Athlete	Densities					
A1	0.6667	2.7439	2.4367	0.6667	2.7439	2.5905
A2	1.0000	1.0000	3.0000	3.0000	3.0000	3.0000
A3	2.8185	1.3333	3.5034	3.5034	2.8185	0.0000
A4	1.8182	1.5866	0.6667	1.9093	1.9093	0.9091

در محاسبه‌ی چگالی‌ها برای این مثال، نکته‌ای وجود دارد که بیان آن در این بخش ضروری است. برای ورزشکار شماره ۲، چگالی‌های موجود در مقاله با مقادیر محاسبه شده موجود در جدول (۲۱) مغایرت دارد. به این صورت که در متن مقاله، مقادیر چگالی برای ورزشکار A2 به صورت زیر می‌باشد.

جدول (۲۲): چگالی‌های محاسبه شده برای ورزشکار شماره ۲

Athlete	Densities					
A2	2	2	4	4	4	4

به همین جهت برای اطمینان از صحت محاسبات، چگالی مربوط به ورزشکار A2 به صورت دستی نیز محاسبه شد.

$$A_{k2} = \{8.4 \ 8.4 \ 9 \ 9 \ 9 \ 9\}$$

$$r = 0.5$$

$$\text{Scores } 8.4 : \left\{ \begin{array}{l} A_{ki} : \{8.4\} \\ \text{distance} = 0 \\ \omega_{kij} = \frac{e^{-\text{distance}}}{\sum_{a_{kj} \in A_{ki}} e^{-\text{distance}}} = 1 \\ |A_{ki}| = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \text{density} = \left(\frac{1 + \sum \omega_{kij} \times \text{distance}}{|A_{ki}|} \right)^{-1} = 1 \neq 2$$

$$\text{Scores } 9 : \left\{ \begin{array}{l} A_{ki} : \{9.9.9\} \\ \text{distance} = 0.0.0 \\ \omega_{kij} = \frac{e^{-\text{distance}}}{\sum_{a_{kj} \in A_{ki}} e^{-\text{distance}}} = \frac{1}{3} \\ |A_{ki}| = 3 \end{array} \right. \Rightarrow \text{density} = \left(\frac{1 + \sum \omega_{kij} \times \text{distance}}{|A_{ki}|} \right)^{-1} = 3 \neq 4$$

جدول (۲۳): گام ۳. ترتیب نزولی چگالی‌ها (مقادیر $u(b_j)$)

Athlete	Sorted Densities					
A1	2.7439	2.7439	2.5905	2.4367	0.6667	0.6667
A2	3.0000	3.0000	3.0000	3.0000	1.0000	1.0000
A3	3.5034	3.5034	2.8185	2.8185	1.3333	0.0000
A4	1.9093	1.9093	1.8182	1.5866	0.9091	0.6667

جدول (۲۴): گام ۴. وزن‌های DIOWA بر اساس روش New Maximum Orness Model 12 و $\lambda = 0.2$

Athlete	DIOWA weights					
A1	0.2538	0.2538	0.2364	0.2190	0.0185	0.0185
A2	0.2039	0.2039	0.2039	0.2039	0.0921	0.0921
A3	0.2573	0.2573	0.2019	0.2019	0.0817	0.0000
A4	0.2598	0.2598	0.2405	0.1916	0.0482	0.0000

جدول (۲۵): ترتیب نزولی امتیازها بر اساس چگالی (مقادیر b_{kj})

Athlete	Sorted Scores					
A1	9.3	9.3	9.4	9.1	8	8.5
A2	9	9	9	9	8.4	8.4
A3	8.8	8.8	8.7	8.7	9.3	9.9
A4	9.2	9.2	9.3	8.1	8	8.6

جدول (۲۶): گام ۵. امتیازات و رتبه بندی نهایی حاصل از روش DIOWA

Athlete	Score
A1	9.2409
A4	8.9554
A2	8.8894
A3	8.8005

همانطور که ملاحظه می‌شود، ورزشکار A1 بیشترین امتیاز و ورزشکار A3 کمترین امتیاز را کسب کرده است.