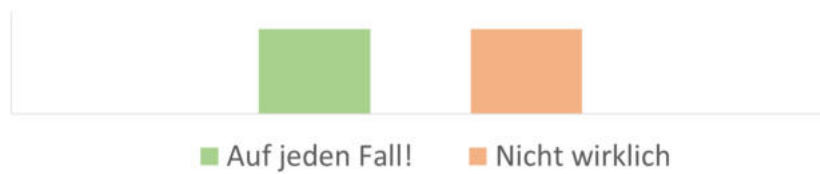


Mathematik hinter Wahlen

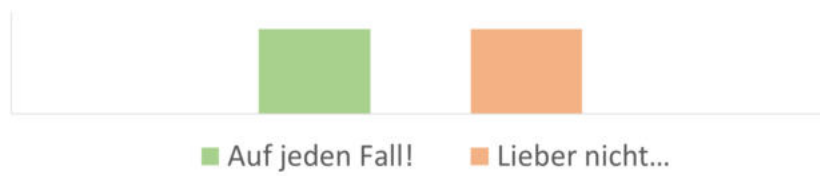
Begrüßung

Stimmt ab!
Sommer ist die beste Jahreszeit...?



Kennenlernen I (Optional)

Stimmt ab!
Ananas auf Pizza?



Kennenlernen II (Optional)

Stimmt ab!
Wer sollte der nächste Bürgermeister in
Entenhausen werden?



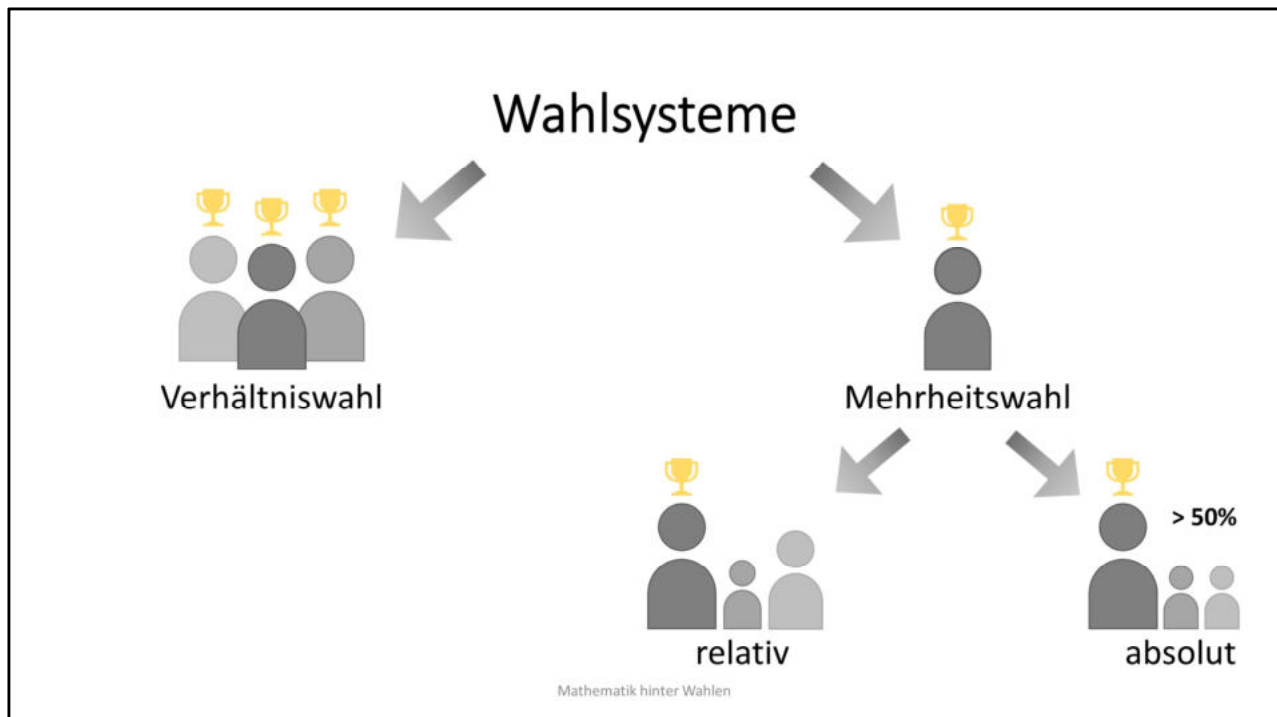
Umfrage: Bürgermeisterwahl

Wichtig: Die Ergebnisse müssen für die folgende Stunde gesichert werden!

Übergang: Daisy, Micky und Goofy gründen eine Partei.

Entenhausen möchte lieber einen Bürgerrat mit 10 Sitzen, statt einen einzelnen Bürgermeister.

Optional: Online-Workbook <https://hallowed-sight-392.notion.site/Einf-hrung-ad0b1015b16b4c30b63c34ecc7d74a3f>

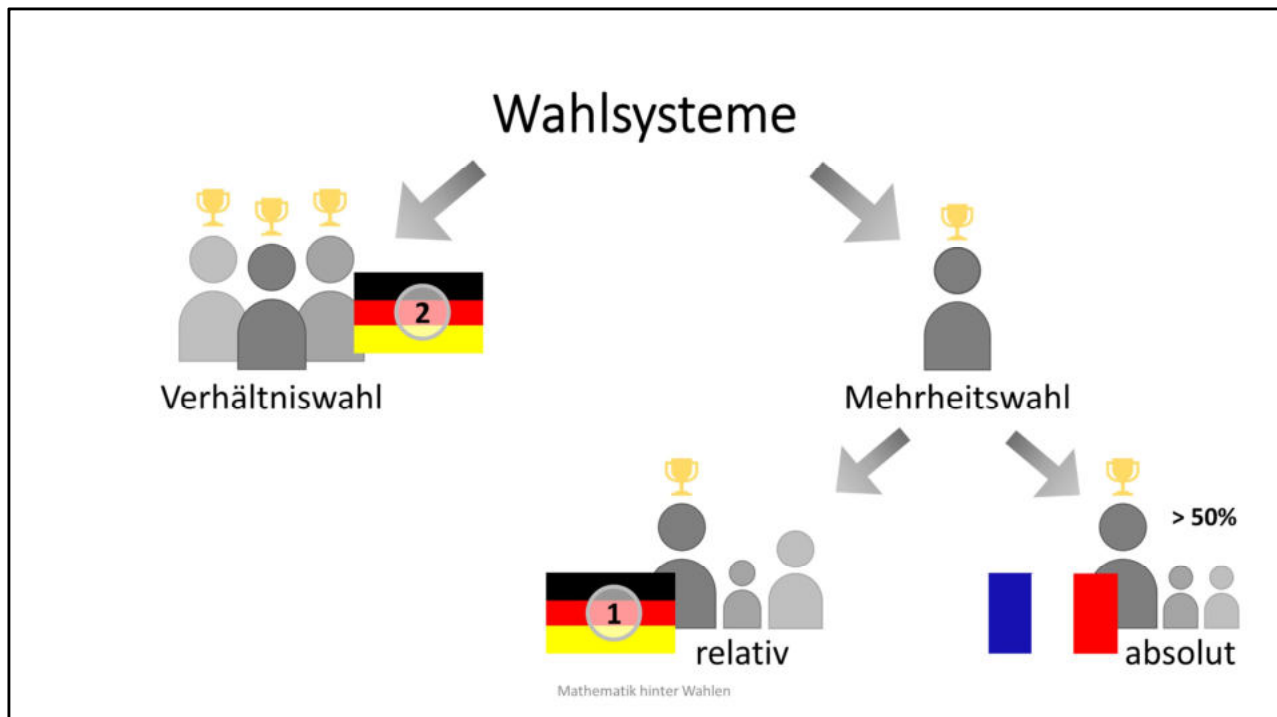


Theorieinput I Wahlsysteme I

Verhältniswahl: alle Parteien/Teilnehmer*innen erhalten Sitze je nach Stimmverhältnis

Relative Mehrheitswahl: es gewinnt die Teilnehmer*in, die die meisten Stimmen erhalten hat

Absolute Mehrheitswahl: es gewinnt die Teilnehmer*in, die mehr als 50% der Stimmen erhalten hat



Theorieinput I Wahlsysteme II

Das Verhältniswahlrecht wird bei der 2. Stimme (Bundestagswahl) angewandt

Das relative Mehrheitswahlrecht wird bei der 1. Stimme (Bundestagswahl) angewandt

Das absolute Mehrheitswahlrecht wird in Frankreich bei der Präsidentschaftswahl angewandt

Euer eigenes Sitzverteilungsverfahren



Mathematik hinter Wahlen

Arbeitsphase I Wiederholung Wahlsysteme

(<https://hallowed-sight-392.notion.site/Wichtiges-zu-Wahlsystemen-bd47e4197d844a79b032d9af482c195f>)

Arbeitsphase I Eigenes Sitzverteilungsverfahren

(<https://hallowed-sight-392.notion.site/Das-erste-Sitzverteilungsverfahren-50cfe34dce0f41229bce008b23921934>)

Euer eigenes Sitzverteilungsverfahren

Eure Ergebnisse...

Eure Qualitätskriterien für ein gutes Sitzverteilungsverfahren

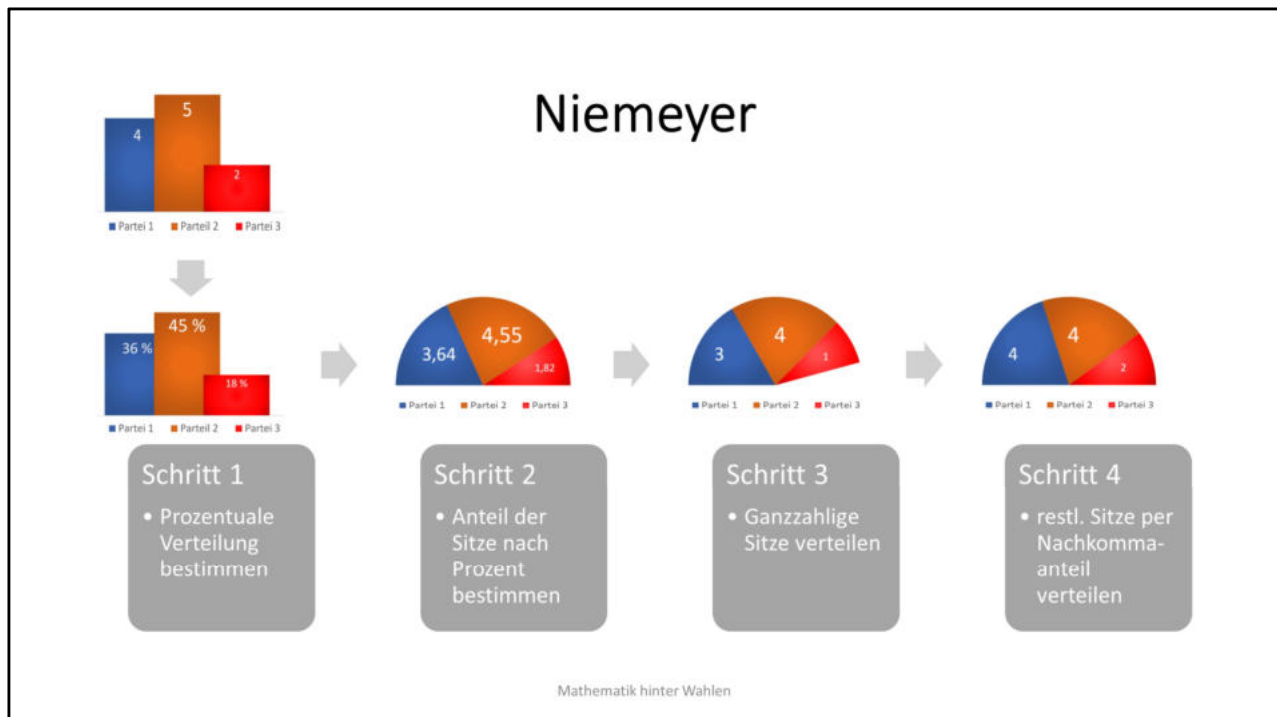
Mathematik hinter Wahlen

Ergebnissicherung I: Die eigenständig ermittelten Sitzverteilungen und die jeweilige Vorgehensweise können (beispielsweise an der Tafel) gesammelt werden

Erarbeitung I: Qualitätskriterien für ein gutes Sitzverteilungsverfahren können (beispielsweise an der Tafel) gesammelt und ergänzt werden

Mögliche Qualitätskriterien: Das Verfahren ist

- 1) **wiederholbar** mit gleichem Ergebnis (-> keine Auslosung der Sitze)
- 2) **nachvollziehbar** (verständlich, was passiert, keine Blackbox)
- 3) **mathematisch korrekt**
- 4) **verhältnis/mehrheitserhaltend** (-> Rangfolge der Stimmanzahl der Parteien wird eingehalten)
- 5) **demokratisch** (-> Verfahren bevorzugt keine Partei, beispielsweise durch Vergabe eines übrig gebliebenen Sitzes an die größte Partei,...)



Theorieinput II: Erklärung des Niemeyer Sitzverteilungsverfahrens mit GeoGebra (<https://www.geogebra.org/m/dussnheh>)

1. Stimmen aus Umfrage Bürgermeisterwahl eingeben
2. Anteil der Sitze nach Prozent wird automatisch bestimmt
3. Sitze nach ganzzahligem Vorkommaanteil verteilen
4. Restliche Sitze nach Reihenfolge des Nachkommaanteils verteilen

Arbeitsphase II: Niemeyer-Sitzverteilungsverfahren

Aufteilung in **2 Gruppen A und B**, die jeweils unterschiedliche Seiten im Online-Workbook bearbeiten.

(<https://hallowed-sight-392.notion.site/Das-Sitzverteilungsverfahren-nach-Niemeyer-A-81bba56415f04251a4d9e9ed95c82ebf>)

und

(<https://hallowed-sight-392.notion.site/Das-Sitzverteilungsverfahren-nach-Niemeyer-B-02065b7e6c9f4389a71cddb123012ef6>)

Niemeyer – 10 Sitzplätze

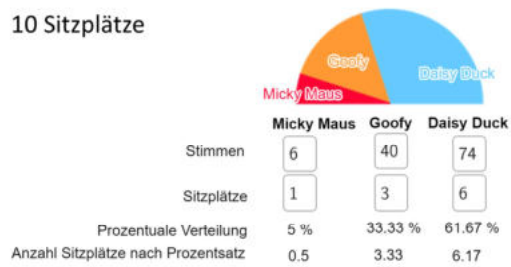


Mathematik hinter Wahlen

Ergebnissicherung II: Gruppe B hat das Verfahren mit 11 Sitzplätzen durchgeführt und soll nun schätzen, welche Verteilung bei 10 Sitzplätzen errechnet worden wäre.

Niemeyer

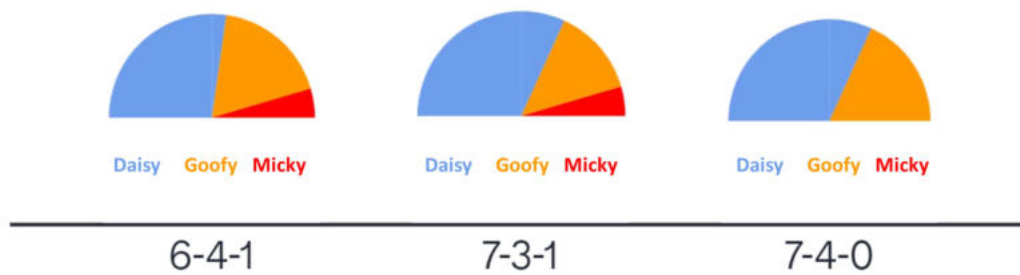
10 Sitzplätze



Mathematik hinter Wahlen

Ergebnissicherung II: Besprechung Niemeyer (hier mit den Zahlen von Gruppe A)
Erkenntnis: die Schätzwerte von Gruppe B stimmen (vermutlich) nicht mit den errechneten überein

Niemeyer – 11 Sitzplätze

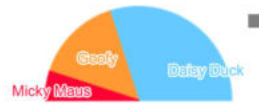


Mathematik hinter Wahlen

Ergebnissicherung II: Gruppe A hat das Verfahren mit 10 Sitzplätzen durchgeführt und soll nun schätzen, welche Verteilung bei 11 Sitzplätzen errechnet worden wäre.

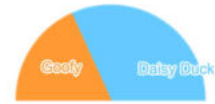
Niemeyer

10 Sitzplätze



	Micky Maus	Goofy	Daisy Duck
Stimmen	6	40	74
Sitzplätze	1	3	6
Prozentuale Verteilung	5 %	33.33 %	61.67 %
Anzahl Sitzplätze nach Prozentsatz	0.5	3.33	6.17

11 Sitzplätze



	Micky Maus	Goofy	Daisy Duck
Stimmen	6	40	74
Sitzplätze	0	4	7
Prozentuale Verteilung	5 %	33.33 %	61.67 %
Anzahl Sitzplätze nach Prozentsatz	0.55	3.67	6.78

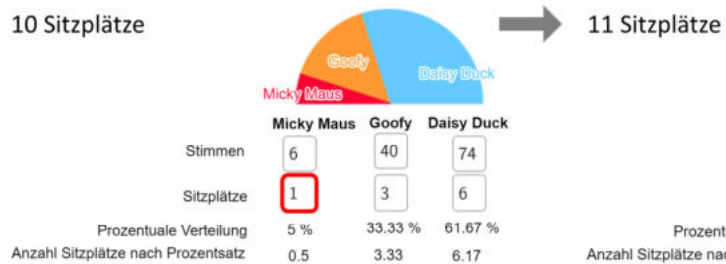
Mathematik hinter Wahlen

Ergebnissicherung II: Besprechung Niemeyer (Vergleich der Ergebnisse für 10 und 11 Sitzplätze)

Erkenntnis: Die Micky-Partei verliert einen Sitz, obwohl insgesamt mehr Sitzplätze zur Verfügung stehen

Niemeyer

10 Sitzplätze



11 Sitzplätze



Alabama- / Sitzzuwachs- Paradoxon

Mathematik hinter Wahlen

Theorieinput III: Das Phänomen heißt Sitzzuwachsparadox und ist beispielsweise bereits im Staat Alabama (USA) aufgetreten.

Daher ist das Verfahren in Alabama verboten.

Erkenntnis: suche ein anderes Verfahren, bei dem dieses Problem nicht auftritt!

Weitere Sitzverteilungsverfahren

Mathematik hinter Wahlen

Arbeitsphase III: Gruppe A erarbeitet sich das Verfahren nach Sainte-Lague, Gruppe B das nach D'Hondt

(<https://hallowed-sight-392.notion.site/Das-Sitzverteilungsverfahren-nach-D-Hondt-8617d0cdb16d458295642eddf0f84fda>)

und

(<https://hallowed-sight-392.notion.site/Das-Sitzverteilungsverfahren-nach-Sainte-Lagu-28a6b46da0e842758adb59175a39e041>)

D'Hondt

Wahlergebnis	74	40	6
Teiler: 1	¹ 74	² 40	6
Teiler: 2	³ 37	⁵ 20	3
Teiler: 3	⁴ 24.67	⁸ 13.33	2
Teiler: 4	⁶ 18.5	10	1.5
Teiler: 5	⁷ 14.8	8	1.2
Teiler: 6	⁹ 12.33	6.67	1
Teiler: 7	¹⁰ 10.57	5.71	0.86

- Teiler?
- Tabelle?
- Einsatz Landtags- / Bundestagswahl?

Mathematik hinter Wahlen

Ergebnissicherung III: ein*e Teilnehmer*in erklärt kurz das Verfahren nach d'Hondt

Sainte-Laguë

Wahlergebnis	74	40	6
Teiler: 0.5	¹ 148	² 80	¹⁰ 12
Teiler: 1.5	³ 49.33	⁵ 26.67	4
Teiler: 2.5	⁴ 29.6	⁸ 16	2.4
Teiler: 3.5	⁶ 21.14	11.43	1.71
Teiler: 4.5	⁷ 16.44	8.89	1.33
Teiler: 5.5	⁹ 13.45	7.27	1.09
Teiler: 6.5	11.38	6.15	0.92

- Teiler?
- Tabelle?
- Einsatz Landtags- / Bundestagswahl?

Mathematik hinter Wahlen

Ergebnissicherung III: ein*e Teilnehmer*in erklärt kurz das Verfahren nach Sainte-Lague

Kann bei D'Hondt und Sainte-Laguë das Alabama- / Sitzzuwachs- Paradoxon auftreten?

Wahlergebnis	74	40	6
Teiler: 1	¹ 74	² 40	⁶ 6
Teiler: 2	³ 37	⁵ 20	³ 3
Teiler: 3	⁴ 24.67	⁸ 13.33	² 2
Teiler: 4	⁶ 18.5	¹⁰ 10	^{1.5} 1.5
Teiler: 5	⁷ 14.8	⁸ 8	^{1.2} 1.2
Teiler: 6	⁹ 12.33	^{6.67} 6.67	¹ 1
Teiler: 7	¹⁰ 10.57	^{5.71} 5.71	^{0.86} 0.86

D'Hondt

Wahlergebnis	74	40	6
Teiler: 0.5	¹ 148	² 80	¹⁰ 12
Teiler: 1.5	³ 49.33	⁵ 26.67	⁴ 4
Teiler: 2.5	⁴ 29.6	⁸ 16	^{2.4} 2.4
Teiler: 3.5	⁶ 21.14	^{11.43} 11.43	^{1.71} 1.71
Teiler: 4.5	⁷ 16.44	^{8.89} 8.89	^{1.33} 1.33
Teiler: 5.5	⁹ 13.45	^{7.27} 7.27	^{1.09} 1.09
Teiler: 6.5	^{11.38} 11.38	^{6.15} 6.15	^{0.92} 0.92

Sainte-Laguë

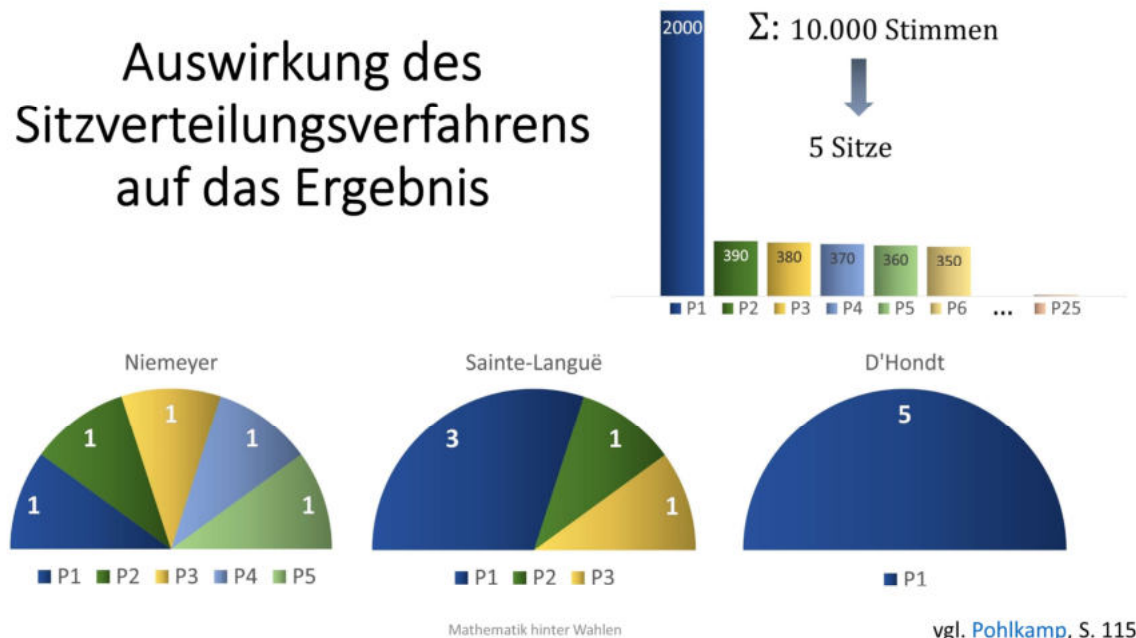
Mathematik hinter Wahlen

Erarbeitung II: kurze Diskussion, ob das Sitzzuwachsparadoxon hier auftreten kann.

Antwort: Nein, da bei der Vergabe eines 11. Sitzplatzes keine Neuberechnungen benötigt werden.

Damit bleiben die bisherigen 10 Sitzplätze bestehen

Auswirkung des Sitzverteilungsverfahrens auf das Ergebnis



Theorieinput IV: Ein weiteres (konstruiertes) Beispiel, bei denen die Vor- und Nachteile der Verfahren ersichtlicher werden

Niemeyer kann kleine Parteien bevorzugen

d'Hondt kann große Parteien bevorzugen

Sainte-Lague bevorzugt weder große noch kleine Parteien systematisch

Anmerkung: Dieses Beispiel funktioniert hier nur, da sehr viele Stimmen so verteilt wurden, dass eine einzelne Partei deutlich mehr der 5 Sitze bekommt als alle 24 nachfolgenden. In der Praxis treten die Probleme seltener in dieser Deutlichkeit auf.

Vertretet eure Entenhausenpartei

Welches Verfahren soll (im Sinne eurer Partei) in Entenhausen verwendet werden?

Mathematik hinter Wahlen

Aufteilung: in 3 Gruppen, für jeweils eine der drei Parteien (Daisy, Goofy, Micky)

Arbeitsphase V: Die Teilnehmer*innen wiederholen noch einmal die Erkenntnisse zu den drei Verfahren und überlegen sich (aus Sicht ihrer Partei), welches Verfahren Sie in einer Bürgerversammlung vorschlagen würden.

(<https://hallowed-sight-392.notion.site/Vergleich-der-Verfahren-eb41266834394f4f8ac49168d097126b>)

Diskussion I: Drei Vertreter*innen der Parteien handeln ein Sitzverteilungsverfahren aus

Optionale Input-Fragen vonseiten der Lehrkraft:

2) Würde sich etwas an der Meinung ändern, wenn das Wahlergebnis zum Zeitpunkt der Diskussion noch unbekannt wäre?

Diskussion II: Ende der Entenhausen-Diskussion und Übergang zur allgemeinen Diskussion

Optionale Input-Fragen vonseiten der Lehrkraft:

3) Welches Verfahren sollte in Deutschland verwendet werden?

4) Gibt es ein (einzelnes) bestes Verfahren?

5) Sind die anderen Verfahren (mathematisch) falsch?

6) Wie argumentieren Politiker in Deutschland: Übergang zu den nächsten beiden Folien als reale Fallbeispiele

Puffer: 7) Warum beschäftigen wir uns (heute) mit dem Thema? (Relevanz der Wahl des Verfahrens für politische Entscheidungen)

8) Wo nehmen mathematische Vorgaben noch Einfluss auf unseren Alltag?

(Zinssatz, Steuer, Aufteilung der Müllgebühren in einem Mehrparteien-Haus,...)

CSU will sich mit geänderter Auszählmethode bei Wahlen begünstigen

Mit einer Änderung des Wahlrechts will die Landtags-CSU eine Zersplitterung der Kommunal-Parlamente verhindern. „Arroganz der Macht“, „Trickserei“, schäumt die Opposition. [...]

München – Florian Herrmann will die Aufregung nicht einleuchten: **Es gehe „nicht um Politik, sondern um Mathematik“**, sagt der CSU-Innenpolitiker zu der Ankündigung, bei der Sitzverteilung künftig wieder nach d'Hondt statt nach Hare/Niemeyer vorzugehen. „Wir wollen, dass der **Wählerwille** wieder gerecht abgebildet ist“, fügt er an. Es gehe darum, „**Einzelkämpfer**“ in Gemeinde- und Stadträten sowie in den Bezirkstagen zu **verhindern**. Sie erschwerten die kommunale Sacharbeit und die Mehrheitsfindung.

Niemeyer → D'Hondt

[Bayerische Staatszeitung](#) am 13.03.2017
[Merkur.de](#) am 13.03.2017

Mathematik hinter Wahlen

Diskussion II: Ende der Entenhausen-Diskussion und Übergang zur allgemeinen Diskussion

Optionale Input-Fragen vonseiten der Lehrkraft:

3) Welches Verfahren sollte in Deutschland verwendet werden?

4) Gibt es ein (einzelnes) bestes Verfahren?

5) Sind die anderen Verfahren (mathematisch) falsch?

6) Wie argumentieren Politiker in Deutschland: Übergang zu den nächsten beiden Folien als reale Fallbeispiele

Puffer: 7) Warum beschäftigen wir uns (heute) mit dem Thema? (Relevanz der Wahl des Verfahrens für politische Entscheidungen)

8) Wo nehmen mathematische Vorgaben noch Einfluss auf unseren Alltag?

(Zinssatz, Steuer, Aufteilung der Müllgebühren in einem Mehrparteien-Haus,...)

FDP klagt gegen neues Sitzverteilungsverfahren für kommunale Ausschüsse

NIEDERSACHSEN.

„[...] SPD und CDU haben [...] die Wahl verstreichen lassen und dann das Gesetz **in Kenntnis des Wahlergebnisses geändert**.

Damit haben sie das Vertrauen der Wählerinnen und Wähler missbraucht und der Demokratie geschadet“, resümiert der FDP-Landesvorsitzende Stefan Birkner.

Der FDP-Innenpolitiker Marco Genthe hält darüber hinaus die Begründung der Änderung für scheinheilig: „SPD und CDU behaupten, die Änderung würde zu **effektiveren politischen Entscheidungen** auf kommunaler Ebene führen. Was genau sie damit meinen, konnten sie aber auch auf Nachfrage nicht erklären. Ganz offensichtlich halten sie es für sinnvoll, dass **kleinere Parteien weniger und größere Parteien mehr Entscheidungsbefugnisse** bekommen. [...]“

Niemeyer → D'Hondt

[Uelzener Presse](#) am 14.01.2022

Mathematik hinter Wahlen

Diskussion II: Ende der Entenhausen-Diskussion und Übergang zur allgemeinen Diskussion

Optionale Input-Fragen vonseiten der Lehrkraft:

3) Welches Verfahren sollte in Deutschland verwendet werden?

4) Gibt es ein (einzelnes) bestes Verfahren?

5) Sind die anderen Verfahren (mathematisch) falsch?

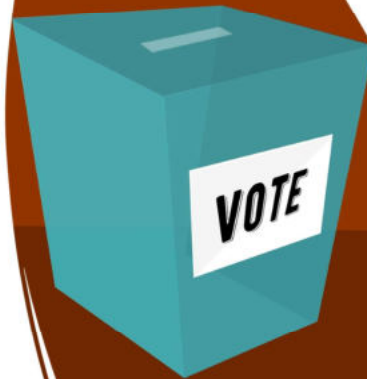
6) Wie argumentieren Politiker in Deutschland: Übergang zu den nächsten beiden Folien als reale Fallbeispiele

Puffer: 7) Warum beschäftigen wir uns (heute) mit dem Thema? (Relevanz der Wahl des Verfahrens für politische Entscheidungen)

8) Wo nehmen mathematische Vorgaben noch Einfluss auf unseren Alltag?

(Zinssatz, Steuer, Aufteilung der Müllgebühren in einem Mehrparteien-Haus,...)

- Die drei Sitzverteilungsverfahren können **unterschiedliche Ergebnisse** liefern.
- Alle drei Verfahren sind jedoch **mathematisch korrekt** und werden in Deutschland verwendet!
- Die zugeteilten Sitze hängen daher nicht nur von der Stimmverteilung, sondern auch von der **Wahl des Verfahrens** ab.



Abschluss: Zusammenfassung der Workshop Inhalte

Quellen

- <https://uelzener-presse.de/2022/01/14/fdp-klagt-gegen-neues-sitzverteilungsverfahren-fuer-kommunale-ausschuesse/> (Stand 05.06.2023)
- https://web.archive.org/web/20211009140458id_/https://publications.rwth-aachen.de/record/825689/files/825689.pdf (Stand 25.07.2023)
- <https://www.bayerische-staatszeitung.de/staatszeitung/kommunales/detailansicht-kommunales/artikel/csu-will-sich-mit-geaenderter-auszaehlmethod-bei-wahlen-beguenstigen.html#topPosition> (Stand 05.06.2023)
- <https://www.bpb.de/themen/politisches-system/wahlen-in-deutschland/335619/verhaeltniswahl/> (Stand 05.06.2023)
- https://www.math.kit.edu/didaktik/seite/stoffdidaktik/media/23_kit-didaktik-ws_pohlkamp.pdf (Stand 05.06.2023)
- <https://www.merkur.de/bayern/csu-chef-horst-seehofer-kritisiert-geplante-wahlrechtsreform-in-bayern-7712135.html> (Stand 05.06.2023)
- <https://pixabay.com/de/illustrations/demokraten-amerika-abstimmung-3594094/> (Stand 05.06.2023)