



FACULTAD DE INGENIERIA

Universidad de Buenos Aires

ANÁLISIS NUMÉRICO I - 75.12/95.04

Trabajo práctico N° 1

Raíces de ecuaciones

Alumnos:

José HIGUERA

Padrón N° 100251

jhiguera@fi.uba.ar

Diego LUNA

Padrón N° 75451

diegorluna@gmail.com

Juan Segundo MARQUEZ

Padrón N° 100556

segundoprez777@gmail.com

Juan Manuel MASCHIO

Padrón N° 100801

juanmmaschio@gmail.com

Docentes:

Mag. Ing. Miryam SASSANO

Ing. Ignacio BELLO

Ing. Matías PAYVA

Lic. Andrés PORTA

Ing. Ezequiel GARCÍA

Ing. Ignacio Santiago CERRUTI

10 de Octubre de 2019

Índice

Índice	I
Índice de figuras	I
Índice de cuadros	I
1. Enunciado	1
1.1. Resumen enunciado	1
1.2. Planteo	1
1.3. Planteo extra - Dimensionamiento de los frenos del ascensor	3
1.4. Resolución del problema numérico	5
2. Gráficos de las funciones obtenidas para media carga	5
3. Implementación de los algoritmos	9
3.1. Sobre los archivos de MATLAB y Octave	10
4. Método de Newton-Raphson	11
4.1. Funciones a las que aplicarle el método numérico para hallar las raíces	11
4.2. Función sobre la que se itera	11
4.3. Demostración de la convergencia de la iteración a la raíz de $f(t)$	11
4.4. Orden de convergencia para el método de Newton-Raphson	12
4.5. Iteración de Newton-Raphson	13
4.6. Salidas del algoritmo de Newton-Raphson para las funciones pedidas	13
5. Observaciones y conclusiones	17
6. Bibliografía	18
Apéndices	19
A. Código fuente	19
A.1. Consideraciones para el código	19
A.2. Archivos fuente de MATLAB	20
A.2.1. tp1.m	20
A.2.2. grafico.m	35
A.2.3. estimate_order.m	39
A.2.4. method_newton.m	41
A.2.5. method_bisection.m	44
B. Captura de la salida	46
B.1. Consideraciones para el código	46
B.2. Archivo de captura de la salida	47
B.2.1. salida.txt	47

Índice de figuras

1.1. Ascensor electromecánico.	1
1.2. Buffers hidráulicos.	3
2.3. Posición en función del tiempo a media carga.	6
2.4. Velocidad en función del tiempo a media carga.	7
2.5. Aceleración en función del tiempo a media carga.	8

Índice de cuadros

4.1. Tabla de salida para el algoritmo de Newton-Raphson para la 1° función.	13
4.2. Tabla de salida para el algoritmo de Newton-Raphson para la 2° función.	14
4.3. Tabla de salida para el algoritmo de Newton-Raphson para la 3° función.	15
4.4. Tabla de salida para el algoritmo de Newton-Raphson para la 4° función.	16

1. Enunciado

1.1. Resumen enunciado

Este TP consiste en realizar un pequeño estudio del movimiento de un ascensor, figura 1.1, intentando utilizar valores realistas para los parámetros a fin de obtener las expresiones para la posición, $x(t)$, la velocidad, $v(t)$ y la aceleración, $a(t)$. Luego estas expresiones se utilizarán para aplicar un método numérico de nuestra implementación, Newton-Raphson en este caso.

1.2. Planteo

El planteo implica asumir ciertas cosas acerca del ascensor, realizando el análisis para el movimiento ascendente, en particular se debe analizar, la altura de un piso, que asumimos ser igual para todos los pisos, siendo en todos por lo tanto el mismo problema, la masa de la cabina y los pasajeros, el tiempo de viaje máximo (se da a máxima carga), la máxima aceleración, y la máxima velocidad, asumimos también por simplicidad que la fuerza que se imprime a la cabina varía linealmente con el tiempo, esto es planteado así en el enunciado. Todas estos parámetros se obtuvieron de normas locales, [5], e internacionales, [6], y de algunos ejemplos de ascensores residenciales comerciales.

En general las normas especifican para la máxima aceleración posible 8m/s^2 , la masa de cada persona debe tomarse en promedio como de 75kg , la masa de la cabina depende del ascensor en cuestión, se tomó un modelo para 12 personas, con una cabina de masa igual a 450kg , esto determina la masa máxima de carga en 1350kg y la mínima en los 450kg de la cabina vacía. Se toman $t_f = 3\text{s}$ como el máximo tiempo de tránsito entre pisos, caso que se daría a máxima carga, y se toma la altura entre pisos como, $h_f = 4\text{m}$, el cual es un valor posible en ascensores residenciales, dentro de todo un rango posible.

Otras condiciones a tener en cuenta en el planteo, son que se parte de la posición inicial $x_{(0)} = 0\text{m}$, se llega a la posición final, $x_{(t_f)} = h_f$ y además para la velocidad debe ser, $v_{(0)} = 0\text{m/s}$ y $v_{(t_f)} = 0\text{m/s}$

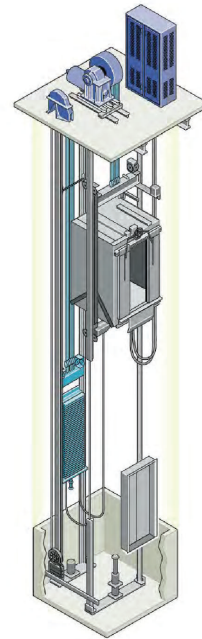


Figura 1.1: Ascensor electromecánico.

De la física del problema se obtienen las expresiones, (1.1), (1.2) y (1.3), para la posición, velocidad y aceleración, respectivamente.

$$x_{(t)} = A \cdot t^3 + B \cdot t^2 + C \cdot t + D \quad (1.1)$$

$$v_{(t)} = 3 \cdot A \cdot t^2 + 2 \cdot B \cdot t + C \quad (1.2)$$

$$a_{(t)} = 6 \cdot A \cdot t + 2 \cdot B \quad (1.3)$$

Las constantes A , B , C y D se obtienen de las condiciones y parámetros mencionados anteriormente para el caso de máxima carga, $n_{personas} = 12$, para el caso extremo de mínima carga se asigna la máxima aceleración y se ajusta el tiempo de transito e iterativamente se obtienen las expresiones correspondientes a media carga respetando los parámetros elegidos. Planteando para media carga, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4 = 27A + 9B \\ 0 = 27A + 6B \\ 0 = C \\ 0 = D \end{cases} \quad (1.4)$$

Se obtiene $t_f = 3s$, $A = -0.2963m/s^3$ y $B = 1.3333m/s^2$, con lo que nos queda:

$$\begin{cases} x_{cmax(t)} = -0.2963m/s^3 \cdot t^3 + 1.3333m/s^2 \cdot t^2 \\ v_{cmax(t)} = -0.8889m/s^3 \cdot t^2 + 2.6667m/s^2 \cdot t \\ a_{cmax(t)} = -1.7778m/s^3 \cdot t + 2.6667m/s^2 \end{cases} \quad (1.5)$$

Para el caso de mínima carga, $n_{personas} = 0$ (con la cabina vacía), asumiendo que la fuerza inicial es la misma y que la máxima aceleración debe ser de $8m/s^2$, ahora para una masa total de $450kg$, tenemos:

$$\begin{cases} 4 = A \cdot t_f^3 + 4 \cdot t_f^2 \\ 0 = 3A \cdot t_f^2 + 8 \cdot t_f \end{cases} \quad (1.6)$$

Se obtiene $A = -1.5396m/s^3$ y $t_f = 1.7321s$, con lo que nos queda:

$$\begin{cases} x_{cmin(t)} = -1.5396m/s^3 \cdot t^3 + 4m/s^2 \cdot t^2 \\ v_{cmin(t)} = -4.6188m/s^3 \cdot t^2 + 8m/s^2 \cdot t \\ a_{cmin(t)} = -9.2376m/s^3 \cdot t + 8m/s^2 \end{cases} \quad (1.7)$$

Por último para el caso de carga media, $n_{personas} = 6$, nuevamente con la misma fuerza inicial y ahora con una masa total de 900kg, tenemos:

$$\begin{cases} 4 = A \cdot t_f^3 + 2 \cdot t_f^2 \\ 0 = 3A \cdot t_f^2 + 4 \cdot t_f \end{cases} \quad (1.8)$$

Se obtiene $A = -0.5443\text{m/s}^3$ y $t_f = 2.4495\text{s}$, con lo que nos queda:

$$\begin{cases} x_{cmin}(t) = -0.5443\text{m/s}^3 \cdot t^3 + 2\text{m/s}^2 \cdot t^2 \\ v_{cmin}(t) = -1.6329\text{m/s}^3 \cdot t^2 + 4\text{m/s}^2 \cdot t \\ a_{cmin}(t) = -3.2658\text{m/s}^3 \cdot t + 4\text{m/s}^2 \end{cases} \quad (1.9)$$

1.3. Planteo extra - Dimensionamiento de los frenos del ascensor

Para el dimensionamiento del frenado del ascensor, partimos de suponer que el ascensor cae de la posición de reposo, moviéndose en caída libre, $a_{(t)} = g$, durante los 0.8s que le toma al sistema detectar el fallo, y dimensionando el frenado de tal forma de limitar la aceleración, el sistema solo logra detener totalmente el ascensor si este se encuentra a una altura mínima determinada, el sistema se completa con un sistema de topes hidráulicos o buffers, figura 1.2, que absorben la energía restante cuando la cabina del ascensor los golpea, este tipo de buffers son obligatorios en ascensores que desarrollan velocidades que cruzan un umbral establecido por normas.



Figura 1.2: Buffers hidráulicos.

Planteamos además la condición que el ascensor tarde 1.6s en detener la cabina, valor que permite lograr una aceleración máxima aceptable, también se plantea a máxima carga y que el frenado se hará a aceleración lineal. Con estas consideraciones, se tiene que se alcanza una velocidad de caída de -7.84meter/s antes de que se accione el sistema de frenado y cayendo en ese lapso 3.136m, estos valores permitirán diseñar el buffer hidráulico para el peor caso. Luego con estos valores y la condición de

aceleración se plantea:

$$\begin{cases} a_{f(t)} = & A \cdot t + B \\ v_{f(t)} = & \frac{A}{2} \cdot t^2 + B \cdot t + C \\ x_{f(t)} = & \frac{A}{6} \cdot t^3 + \frac{B}{2} \cdot t^2 + C \cdot t + D \\ v_{(t_f)} = & 0 \\ a_{(t_f)} = & g \\ t_f = & 1.6\text{s} \end{cases} \quad (1.10)$$

De donde obtenemos:

$$\begin{cases} x_{cmin(t)} = & 1.0203\text{m/s}^3 \cdot t^3 - 7.84\text{m/s}^2 \cdot t - 3.136\text{m} \\ v_{cmin(t)} = & 3.0625\text{m/s}^3 \cdot t^2 - 7.84\text{m/s}^2 \\ a_{cmin(t)} = & 6.125\text{m/s}^3 \cdot t \end{cases} \quad (1.11)$$

Donde la aceleración lineal implica una fuerza lineal por parte del motor para lograr este frenado.

1.4. Resolución del problema numérico

Para la resolución de la parte de programación del trabajo práctico e implementar los algoritmos pedidos, decidimos usar **MATLAB**, mayormente por conocerlo previamente y la sencillez con la que se pueden escribir scripts que implementen los algoritmos. A pesar de que la resolución se realizó en **MATLAB**, se prestó atención a la compatibilidad con **Octave**, ya que la compatibilidad en los paquetes básicos es alta y con un poco de cuidado y algo de programación condicional se puede lograr que los scripts funcionen en ambos entornos. Se recomienda sin embargo que el programa se corra con **MATLAB**, dado que se usan algunas funciones que no están disponibles en **Octave**, que mejoran la apariencia de la salida, además por performance en **MATLAB**, se utiliza mucha mayor cantidad de puntos para los gráficos. Todas las salidas numéricas se guardaron en archivos que luego fueron leídas en \LaTeX usando paquetes para el proceso de archivos en formato “**CSV**”, los mismos permiten redondeo, presentación y hasta algunas operaciones sobre los datos, lo cual facilita el escribir el informe de tal manera de que no deba modificarse al modificar los datos, basta con compilar nuevamente. Las imágenes en forma similar, se guardaron por código desde **MATLAB** en formato “**PNG**” y luego se incorporaron desde \LaTeX . Algo a mencionar es que se estimaron los valores del orden de convergencia y la constante asintótica, para cada uno de los métodos numéricos implementados.

2. Gráficos de las funciones obtenidas para media carga

A continuación se muestran las gráficas de las funciones de posición, velocidad y aceleración para media carga, $n_{\text{personas}} = 6$.

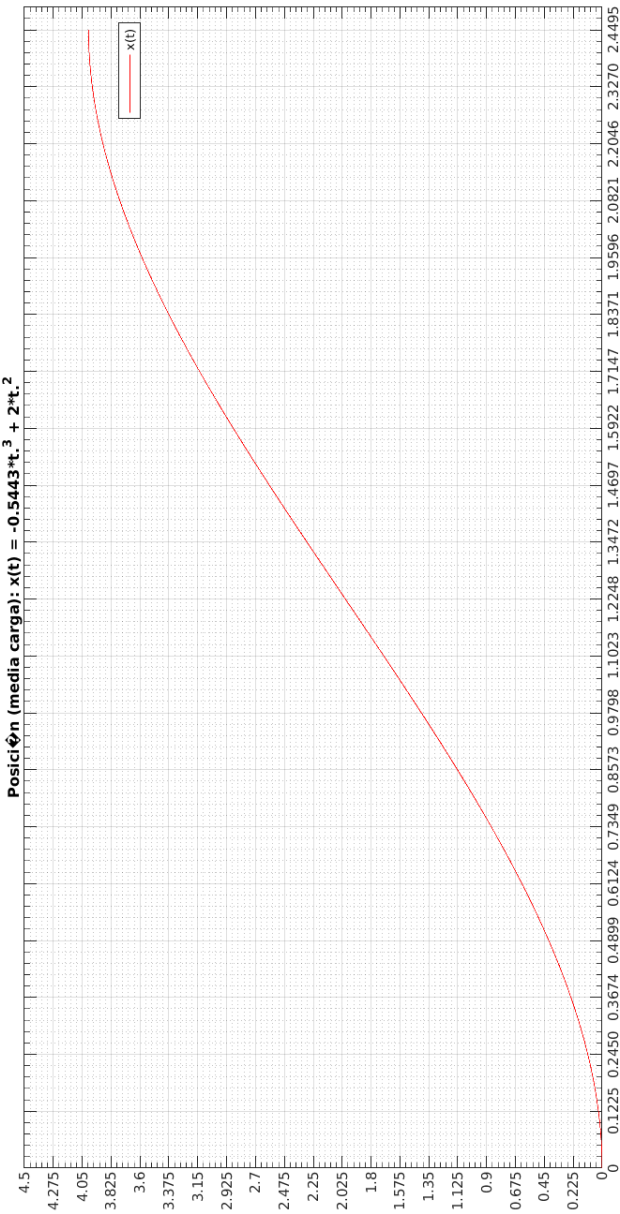


Figura 2.3: Posición en función del tiempo a media carga.

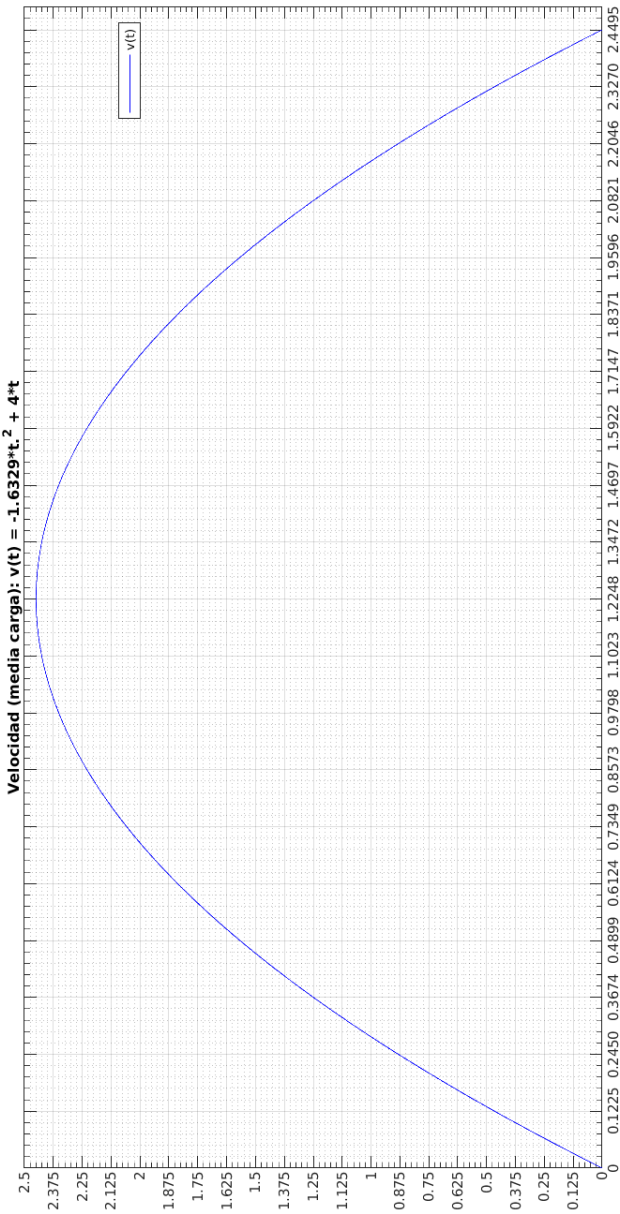


Figura 2.4: Velocidad en función del tiempo a media carga.

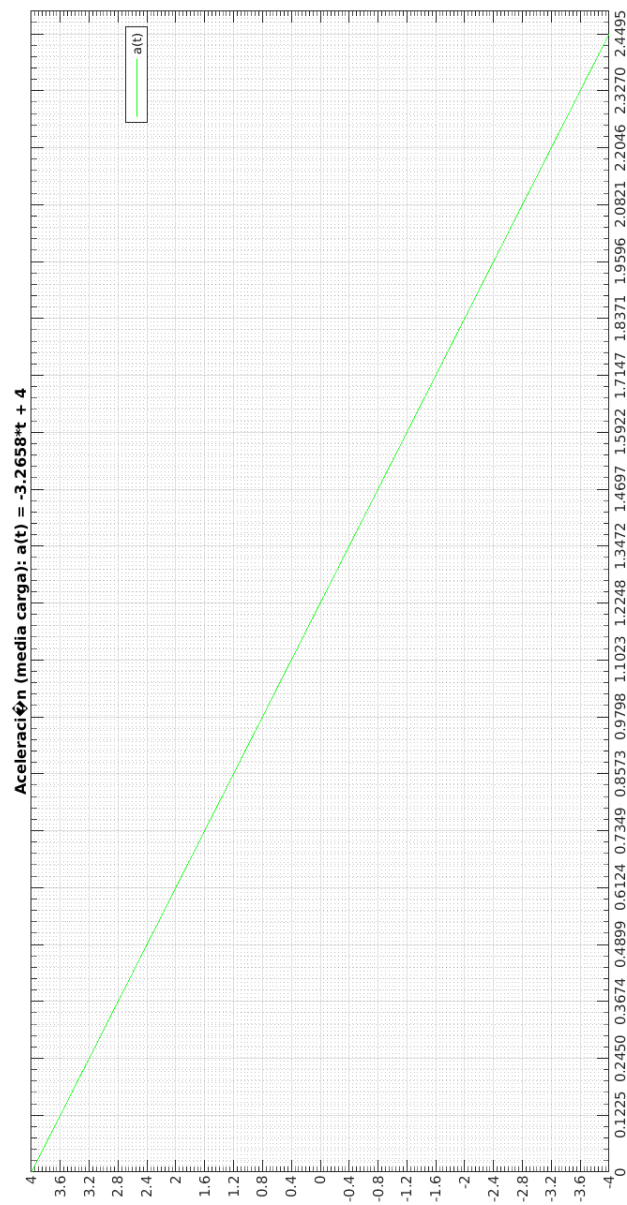


Figura 2.5: Aceleración en función del tiempo a media carga.

3. Implementación de los algoritmos

A continuación se listan los archivos de **MATLAB** y su función:

“**tp1.m**” (apéndice A.2.1): Script principal que se debe ejecutar para realizar todos los cálculos y generar los archivos de resultados.

“**grafico.m**” (apéndice A.2.2): Función que grafica una función entre dos valores dados.

“**estimate_order.m**” (apéndice A.2.3): Función que, dados las 4 últimas estimaciones de una raíz/-solución de un método numérico, estima el orden de convergencia y la constante asintótica del método, la estimación es mejor cuanto mayor es la precisión de las estimaciones usadas.

“**method_newton.m**” (apéndice A.2.4): Función que implementa el algoritmo del método de Newton-Raphson.

“**method_bisection.m**” (apéndice A.2.5): Función que implementa el algoritmo del método de bisección usado como arranque.

En el apéndice correspondiente (apéndice A.2) se incluye el código completo de cada archivo.

“**salida.txt**” (apéndice B.2.1): La salida del script principal, se captura automáticamente en **MATLAB** u **Octave** al ejecutar el script principal.

3.1. Sobre los archivos de MATLAB y Octave

Hay algunas cosas a comentar sobre las diferencias entre **MATLAB** y **Octave**, como se comentó anteriormente, se logró la compatibilidad de ejecución entre los entornos, sin embargo las salidas no son completamente equivalentes, debido a limitaciones en **Octave**, las salidas gráficas no son completamente equivalentes, en particular **MATLAB** permite la generación de **DataTips**, cosa que **Octave** aún no soporta, otra cuestión quizás mas importante es la eficiencia en ejecución, en algunos casos los tiempo de ejecución en **Octave** se hacen demasiado largos si se usan arrays muy extensos, lo cual se mitigó usando compilación condicional. Otra cosa a mencionar que no hace a la funcionalidad directamente, pero si a la presentación, es que debido a limitaciones en ambos entornos respecto a la codificación de los archivos y soporte incompleto o inadecuado de **UNICODE** en la línea de comando de **Windows**, se producen problemas en las salidas con símbolos que no sean parte de Latin-1 (ISO 8859-1), en particular las palabras con tilde, esto se ve aún mas complicado porque **Windows** usa una variante (CP1252) que no es completamente compatible con Latin-1 y el hecho de que los entornos de **MATLAB** y **Octave** no se comportan consistentemente en **Windows** y sistemas tipo Unix como **Linux**, en Unix es prácticamente universal la codificación de **UNICODE**, **UTF-8**. **MATLAB** sigue la codificación del sistema operativo, mientras que **Octave** intenta usar **UTF-8** siempre, pero en **Windows** no es completo el soporte. El tema es complicado y no hace al trabajo práctico el lidiar con el mismo, dado que trabajamos mayormente con **MATLAB**, tanto en **Windows** como en **Linux**, y la mayoría usa **Windows**, se optó por dejar los archivos en **CP1252**, siendo esta la codificación usual. Se incluyen simplemente por comodidad dos scripts de **Python**, “**utf8.py**” y “**cp1252.py**”, que convierten la codificación de todos los archivos “**.m**” a las respectivas codificaciones, de esa manera, según el sistema en que se ejecuten los scripts, se puede lograr una salida con codificación correcta.

4. Método de Newton-Raphson

4.1. Funciones a las que aplicarle el método numérico para hallar las raíces

Una vez obtenidas las funciones del movimiento para los tres casos de carga del ascensor, se halla el tiempo en que se alcanza el 30 % de la aceleración positiva, a partir de la función de la aceleración, que es lineal, y el valor se despeja trivialmente, para luego calcular la posición del ascensor para este tiempo. Con el valor obtenido armamos una nueva función restándolo de la función posición, de modo que ese valor de tiempo sea raíz de la nueva función, de esta forma tenemos tres funciones a las cuales aplicarle el método de Newton-Raphson, y ver que se obtiene el valor esperado.

La cuarta función a la cuál le aplicaremos el método es la función velocidad para el movimiento del ascensor en el caso de frenado de emergencia, en este caso simplemente se lo aplicamos a la función velocidad para encontrar el tiempo en que el mismo se detiene, corroborando el valor del diseño de los frenos.

Las funciones se generan el código como punteros a función siendo las 3 generadas a partir de las funciones de la posición como:

$$f(t) = x(t) - x(t_{a30\%}) \quad (4.1)$$

4.2. Función sobre la que se itera

Para aproximar el valor de la raíz de $f(t)$ para cada una de las 4 funciones se plantea el método iterativo con la función:

$$g(t) = t - \frac{f(t)}{f'(t)}$$

4.3. Demostración de la convergencia de la iteración a la raíz de $f(t)$

Para ver que el método de Newton-Raphson converge a la raíz del polinomio, dado que se elige una aproximación inicial lo suficientemente cercana, basta ver que se cumplan las hipótesis del teorema correspondiente, esto es, que la función sea derivable, esto es $f(t) \in \mathcal{C}^2$ y que la función derivada no se anule en la raíz, pero dado que nuestra función es un polinomio, se tiene que:

$$f(t) \in \mathcal{C}^\infty \Rightarrow f(t) \in \mathcal{C}^2$$

Por lo tanto la función es derivable, además se comprueba que su derivada no tiene raíces reales, por lo que nunca se anula para $t \in \mathbb{R}$, por lo tanto no se anula en particular para el intervalo de interés, $[0, t_f]$. Tenemos entonces que se cumplen las hipótesis del teorema, con lo que se puede garantizar que de elegir una aproximación inicial lo suficientemente cercana, el método convergerá a la raíz de $f(t)$, en la práctica simplemente se arranca el método de algún punto en el intervalo que contiene a la raíz y si no convergiese, bastaría con hacer algunos pasos de bisección para acercarse mas a la raíz buscada.

4.4. Orden de convergencia para el método de Newton-Raphson

En esta sección se calcula con los datos de la tabla de las iteraciones de una de las funciones el orden de convergencia y la constante asintótica, en el código este cálculo se realiza para todas las funciones.

α : orden de convergencia

λ : constante asintótica

Utilizamos las 4 últimas iteraciones extraídas de la tabla 4.1 para calcular aproximadamente el orden de convergencia y la constante asintótica:

$$\frac{|p_4 - p|}{|p_3 - p|^\alpha} \cong \frac{|p_4 - p_3|}{|p_3 - p_2|^\alpha} \cong \lambda \quad (4.2)$$

$$\frac{|p_3 - p|}{|p_2 - p|^\alpha} \cong \frac{|p_3 - p_2|}{|p_2 - p_1|^\alpha} \cong \lambda \quad (4.3)$$

Igualando las ecuaciones (4.2) y (4.3)

$$\begin{aligned} \frac{|p_3 - p_2|}{|p_2 - p_1|^\alpha} &\cong \frac{|p_4 - p_3|}{|p_3 - p_2|^\alpha} \Rightarrow \left(\frac{|p_3 - p_2|}{|p_2 - p_1|} \right)^\alpha \cong \frac{|p_4 - p_3|}{|p_3 - p_2|} \Rightarrow \alpha \ln \left(\frac{|p_3 - p_2|}{|p_2 - p_1|} \right) \cong \ln \left(\frac{|p_4 - p_3|}{|p_3 - p_2|} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \alpha &\cong \frac{\ln \left(\frac{|p_4 - p_3|}{|p_3 - p_2|} \right)}{\ln \left(\frac{|p_3 - p_2|}{|p_2 - p_1|} \right)} \Rightarrow \alpha \cong \frac{\ln \left(\frac{0.00000000000000411}{0.00000000000000412} \right)}{\ln \left(\frac{0.00000000000000412}{0.00000000000000413} \right)} \cong \frac{0.00000000000000414}{0.00000000000000415} = 1.999900522446628 \cong 2 \\ \Rightarrow \alpha &\cong 2 \end{aligned}$$

Experimentalmente verificamos que el método de Newton-Raphson tiene orden de convergencia igual a 2. Reemplazamos en la ecuación (4.2) el valor de α calculado y determinamos el valor de la constante asintótica λ :

$$\lambda \cong \frac{|p_4 - p_3|}{|p_3 - p_2|^\alpha} \cong \frac{0.00000000000000411}{0.00000000000000416} \cong 0.268958171377874 \Rightarrow \lambda \cong 0.269$$

4.5. Iteración de Newton-Raphson

$$\begin{cases} p_{(n)} = p_{(n-1)} - \frac{f(p_{(n-1)})}{f'(p_{(n-1)})} \\ p_{(0)} = seed \end{cases} \quad (4.4)$$

Con $f_{(t)} = x_{(t)} - x_{(t_{a_{30}\%})}$

La expresión (4.4) representa el algoritmo implementado en **MATLAB** con el cual se obtuvo las tablas de la sección 4.6.

4.6. Salidas del algoritmo de Newton-Raphson para las funciones pedidas

Tolerancia pedida: 1×10^{-10}			
Iteración	Valor	Delta	Error relativo (%)
1	0.858240025980884	0.060322474019116	7.03
2	0.857370525910176	0.000869500070708	1.01×10^{-1}
3	0.857370322738697	0.000000203171480	2.37×10^{-5}
4	0.857370322738686	0.000000000000011	1.30×10^{-12}

Cuadro 4.1: Tabla de salida para el algoritmo de Newton-Raphson para la 1° función.

Resultado final para la solución, con una tolerancia de 1×10^{-10} , hallada después de 4 iteraciones:

$$p = 0.8573703227 \pm 1 \times 10^{-10}$$

Tolerancia pedida: 1×10^{-10}			
Iteración	Valor	Delta	Error relativo (%)
1	1.053151532920373	0.071848467079627	6.82
2	1.050005938275396	0.003145594644976	3.00×10^{-1}
3	1.050000000021146	0.000005938254251	5.66×10^{-4}
4	1.050000000000000	0.000000000021146	2.01×10^{-9}

Cuadro 4.2: Tabla de salida para el algoritmo de Newton-Raphson para la 2° función.

Resultado final para la solución, con una tolerancia de 1×10^{-10} , hallada después de 4 iteraciones:

$$p = 1.0500000000 \pm 1 \times 10^{-10}$$

Tolerancia pedida: 1×10^{-10}			
Iteración	Valor	Delta	Error relativo (%)
1	0.606834382915884	0.042703117084116	7.04
2	0.606218209598678	0.000616173317205	1.02×10^{-1}
3	0.606218065298354	0.000000144300324	2.38×10^{-5}
4	0.606218065298346	0.000000000000008	1.32×10^{-12}

Cuadro 4.3: Tabla de salida para el algoritmo de Newton-Raphson para la 3° función.

Resultado final para la solución, con una tolerancia de 1×10^{-10} , hallada después de 4 iteraciones:

$$p = 0.6062180653 \pm 1 \times 10^{-10}$$

Tolerancia pedida: 1×10^{-10}			
Iteración	Valor	Delta	Error relativo (%)
1	1.606428571428571	0.143571428571429	8.94
2	1.600012862859684	0.006415708568888	4.01×10^{-1}
3	1.600000000051704	0.000012862807980	8.04×10^{-4}
4	1.600000000000000	0.000000000051704	3.23×10^{-9}

Cuadro 4.4: Tabla de salida para el algoritmo de Newton-Raphson para la 4^o función.

Resultado final para la solución, con una tolerancia de 1×10^{-10} , hallada después de 4 iteraciones:

$$p = 1.6000000000 \pm 1 \times 10^{-10}$$

5. Observaciones y conclusiones

Los métodos numéricos implementados en el caso propuesto tienen convergencias que en general coinciden con lo esperado en forma teórica, estos ordenes de convergencia y las correspondientes constantes asintóticas fueron estimadas y comparadas con los valores teóricos, para los casos donde hay una expresión disponible. Otra cosa que se puede analizar, es que las tolerancias pedidas tienen dos órdenes de magnitud de diferencia respecto a la anterior, con lo que se puede apreciar que los algoritmos que tienen convergencia lineal aproximadamente duplican las iteraciones necesarias para alcanzar la siguiente tolerancia, en cambio Newton-Raphson, que tiene convergencia cuadrática, solo incrementa en aproximadamente una iteración para alcanzarla.

6. Bibliografía

Referencias

- [1] *Numerical Analysis (9th Edition)*
Author: Richard L. Burden
Author: J. Douglas Faires
Publisher: Brooks/Cole, Cengage Learning; 9th Edition (2011)
Copyright: © 2011, 2005, 2001, Brooks/Cole, Cengage Learning.
ISBN 13: 978-0-538-73351-9
ISBN 10: 0-538-73351-9
Website: <https://www.cengagebrain.com.mx/shop>

- [2] *The PgfplotsTable Package*
Author: Dr. Christian Feuersänger
Copyright: © 2018, Christian Feuersänger.
Website: <https://sourceforge.net/projects/pgfplots/>

- [3] *The Listings Package*
Author: Carsten Heinz
Author: Brooks Moses
Copyright: © 1996–2004, Carsten Heinz; © 2006–2007, Brooks Moses.
Website: <http://www.ctan.org/pkg/listings>

- [4] *The Listingsutf8 Package*
Author: Heiko Oberdiek
Copyright: © 2007, Heiko Oberdiek.
Website: <http://www.ctan.org/pkg/listingsutf8>

- [5] *Leyes y Normativas de ascensores en CABA*
Website: <http://www.camaradeascensores.com.ar/index.php/leyes-y-normativas>

- [6] *Elevator World*
Website: <https://www.elevatorworld.com/>

Apéndices

A. Código fuente

A.1. Consideraciones para el código

El código está escrito en **MATLAB**, se trato de hacerlo ordenado y con todos los comentarios necesarios, así como también se hizo un uso consistente del indentado con tabulaciones a 4 espacios. La presentación del código en el informe se hizo directamente desde los fuentes hacia \LaTeX usando el package “**listingsutf8**” [4], que es una extensión con soporte para **UTF8** del paquete “**listings**” [3], este paquete produce una salida formateada y con coloreado del código y también permite el agregado de números de líneas, el código fuente en **MATLAB** es soportado directamente, la salida que se produce es muy buena, pero no es perfecta, ya que cuestiones como el tabulado o el ancho total de las líneas pueden producir problemas, en caso de que alguno de estos problemas hagan confuso o incomprensible el código por favor remitirse a los fuentes originales.

A.2. Archivos fuente de MATLAB

A.2.1. tp1.m

```
1 % Implementa el TP1, declarando la variables necesarias y llamando a los
2 % respectivos scripts. Los gráficos son salvados en formato PNG en el
3 % correspondiente directorio del informe, también los resultados numéricos
4 % son salvados en el correspondiente directorio del informe, donde el
5 % código de Latex los levanta automáticamente para generar el archivo
6 % compilado final del informe.
7 %%
8 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
9
10 % Limpio todas las variables globales.
11 clear all;
12
13 % Cierro todos los gráficos.
14 close all;
15
16 % Determino si estoy trabajando en MATLAB u Octave.
17 Is_Octave = (5 == exist('OCTAVE_VERSION', 'builtin'));
18
19 % Determino el OS en el que estoy trabajando.
20 if (ismac)
21     OS = 'Mac';
22     % Mac plaform.
23     % En general al igual que en Linux y otros Unix, se usa UTF-8, pero
24     % no es necesariamente así.
25 elseif (isunix)
26     OS = 'Linux';
27     % Linux plaform.
28     % En general se usa UTF-8, con lo que bastaría con codificar los
29     % scripts en UTF-8 para que la codificación sea correcta.
30 elseif (ispc)
31     OS = 'Windows';
32     % Windows platform.
33     % Esto es necesario mayormente para Octave en Windows, en MATLAB
34     % CP1252 es el default. Los scripts deberían estar codificados
35     % en CP1252.
36
37     if (Is_Octave)
38         major = int8(str2double(substr(OCTAVE_VERSION, 1, ...
39             index(OCTAVE_VERSION, ".") - 1)));
40
41         if (major >= 5)
42             [~, ~] = system ('chcp 65001');
```

```
43         else
44             [~, ~] = system('chcp 1252');
45         end
46
47     else
48         [~, ~] = system('chcp 1252');
49     end
50
51 else
52     OS = 'Sistema desconocido';
53 end %if
54
55 % Limpio la línea de comando, para poder capturar la salida limpia.
56 clc;
57
58 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
59
60 %%
61 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
62
63 % Defino el archivo para la captura de la salida del script.
64 output_file = './salida.txt';
65
66 % Detengo la captura de la salida del script.
67 diary off;
68
69 % Borro el archivo si existía previamente.
70 if (exist(output_file, 'file'))
71     delete(output_file);
72 end
73
74 % Borro el archivo si existía previamente.
75 if (exist('diary', 'file'))
76     delete('diary');
77 end
78
79 % Inicio la captura de la salida.
80 diary on;
81
82 % Inicio la ejecución.
83 fprintf('Inicializando las variables globales para el TP1...');
84
85 x = cell(1, 3); % Punteros a función de posición para n/2, n y o pers.
86 v = cell(1, 3); % Punteros a función de velocidad para n/2, n y o pers.
87 a = cell(1, 3); % Punteros a función de aceleración para n/2, n y o pers.
88 f = cell(1, 3); % Punteros a función para aplicar N-R para n/2, n y o pers.
```

```
89 fn = cell(1, 3); % Nonmbres de las funciones.
90
91 % Declaro las funciones para media carga del ascensor.
92 x{1} = @(t) -0.5443*t.^3 + 2.*t.^2;
93 v{1} = @(t) -1.6329*t.^2 + 4*t;
94 a{1} = @(t) -3.2658*t + 4;
95
96 % Declaro las funciones para máxima carga del ascensor.
97 x{2} = @(t) 0.2963*t.^3 + 1.3333.*t.^2;
98 v{2} = @(t) -0.8889*t.^2 + 2.6667*t;
99 a{2} = @(t) -1.7778*t + 2.6667;
100
101 % Declaro las funciones para mínima carga del ascensor.
102 x{3} = @(t) -1.5396*t.^3 + 4*t.^2;
103 v{3} = @(t) -4.6188*t.^2 + 8*t;
104 a{3} = @(t) -9.2376*t + 8;
105
106 % Declaro las funciones para el freno del ascensor.
107 x{4} = @(t) 1.0208*t.^3 - 7.84*t - 3.136;
108 v{4} = @(t) 3.0625*t.^2 - 7.84;
109 a{4} = @(t) 6.125*t;
110
111
112 fn{1} = 'Media carga (6 personas)';
113 fn{2} = 'Máxima carga (12 personas)';
114 fn{3} = 'Mínima carga (0 personas)';
115
116 % Declaro un título para los gráficos de las funciones.
117 titlex = 'Posición (media carga): x(t) = -0.5443*t.^3 + 2*t.^2';
118 legendx = 'x(t)';
119
120 titlev = 'Velocidad (media carga): v(t) = -1.6329*t.^2 + 4*t';
121 legendv = 'v(t)';
122
123 titlea = 'Aceleración (media carga): a(t) = -3.2658*t + 4';
124 legenda = 'a(t)';
125
126 % Declaro la cantidad de puntos para los gráficos.
127 cant_points = 1E6;
128
129 % En el caso de Octave, una cantidad muy grande causa problemas
130 if (Is_Octave)
131     cant_points = 1E3;
132 end
133
134 % Declaro el directorio para las imágenes.
```

```
135 images_directory = fullfile('..', 'informe', 'img');
136
137 % Declaro el directorio para los archivos ".csv".
138 results_directory = fullfile('..', 'informe', 'results');
139
140 % Declaro los nombres de los archivos a guardar.
141 seeds = 'seeds';
142 newton_prefix = 'newton_fun_';
143 newton_results_name = 'newton_final_results';
144 newton_convergence_name = 'newton_convergence_results';
145 grafico_x = 'grafico_funcion_x.png';
146 grafico_v = 'grafico_funcion_v.png';
147 grafico_a = 'grafico_funcion_a.png';
148
149 % Declaro los intervalos para las funciones.
150 ai = [0, 0, 0];
151 bi = [2.4495, 3, 1.7321];
152
153 % Declaro la tolerancia para las raíces/soluciones.
154 tol = 1E-10;
155
156 % Declaro la máxima cantidad de iteraciones admisibles para los algoritmos.
157 max_iter = 500;
158
159 fprintf('Listo\n\n');
160
161 if (~Is_Octave) % Si estoy trabajando en MATLAB.
162     env = 'MATLAB';
163 else           % Si estoy trabajando en Octave.
164     env = 'Octave';
165 end %if
166
167 fprintf('Trabajando en: %s %s sobre %s.\n\n', env, version, OS);
168
169 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
170
171 %%
172 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
173 % En el caso de MATLAB debo verificar que el paquete simbólico esté
174 % disponible, para el cálculo simbólico de la derivada, en Octave debo
175 % además cargar el paquete.
176 if (~Is_Octave) % Si estoy trabajando en MATLAB.
177
178     if (~license('test', 'symbolic_toolbox'))
179         fprintf(strjoin({'\nNo se encontró', ...
180             ' el toolbox simbólico, necesario para la derivada', ...
```

```
181         ' simbólica en el método de Newton-Raphson,', ...
182         ' no se puede continuar.\n\n'}, ''));
183
184     return;
185 end %if
186
187 else          % Si estoy trabajando en Octave.
188
189     loaded = 0;
190
191     packs = pkg('list');
192
193     for jj = 1:numel(packs)
194
195         if (strcmp('symbolic', packs{jj}.name))
196             pkg('load', packs{jj}.name);
197             loaded = 1;
198             break;
199         end %if
200     end %for
201
202     if (~loaded)
203         fprintf(strjoin({'\nNo se encontró', ...
204             ' el paquete simbólico, necesario para la derivada', ...
205             ' simbólica en el método de Newton-Raphson,', ...
206             ' no se puede continuar.\n', ...
207             ' Se puede instalar desde Octave forge con:\n', ...
208             ' "pkg install -forge symbolic".\n\n'}, ''));
209
210         return;
211     end %if
212
213 end %if
214
215 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
216
217 %%
218 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
219 fprintf('Creando el directorio para las imágenes...');
220
221 % Creo el directorio para las imágenes y verifico que exista.
222 [~, ~] = mkdir(images_directory);
223 success = (7 == exist(images_directory, 'dir'));
224
225 % Chequeo que el directorio para las imágenes exista.
226 if (~success)
```



```
227     fprintf(strjoin({'\nNo se pudo crear', ...
228         ' el directorio para las imágenes.\n\n'}, ''));
229
230     exit;
231 else
232     fprintf('Listo\n\n');
233 end
234
235 fprintf('Creando el directorio para los resultados numéricos...');
236
237 % Creo el directorio para los archivos numéricos y verifico que exista.
238 [~, ~] = mkdir(results_directory);
239 success = (7 == exist(results_directory, 'dir'));
240
241 % Chequeo que el directorio para los archivos numéricos exista.
242 if (~success)
243     fprintf(strjoin({'\nNo se pudo crear', ...
244         ' el directorio para los resultados.\n\n'}, ''));
245
246     exit;
247 else
248     fprintf('Listo\n\n');
249 end
250
251 fprintf(strjoin({'\nLas funciones para la posición, velocidad', ...
252     ' y aceleración a media carga (n/2 = 6),', ...
253     ' son respectivamente:\n\n'}, ''));
254 disp(x{1});
255 fprintf('\n');
256 disp(v{1});
257 fprintf('\n');
258 disp(a{1});
259
260 fprintf(strjoin({'Las unidades para estas funciones son', ...
261     ' m, m/s y m/s^2, respectivamente.\n\n\n'}, ''));
262
263
264 fprintf(strjoin({'Generando un gráfico de cada función en el', ...
265     ' intervalo [%.5f, %.5f] para ver su forma general...\n\n'}, ''), ...
266     ai(1), bi(1));
267
268 % Genero un primer gráfico de cada función para
269 % ver su forma general.
270 graphic_x_handle = grafico(x{1}, ai(1), bi(1), cant_points, titlex, ...
271     legendx, false, [1 0 0], 75);
272
```

```

273 fprintf(...
274     'Salvando el gráfico de la posición en un archivo "PNG".....');
275
276 % Salvo el gráfico en un archivo.
277 saveas(graphic_x_handle, fullfile(images_directory, ...
278     grafico_x));
279
280 % Generación completa.
281 fprintf('Listo\n\n');
282
283 graphic_v_handle = grafico(v{1}, ai(1), bi(1), cant_points, titlev, ...
284     legendv, false, [0 0 1], 75);
285
286 fprintf(...
287     'Salvando el gráfico de la velocidad en un archivo "PNG".....');
288
289 % Salvo el gráfico en un archivo.
290 saveas(graphic_v_handle, fullfile(images_directory, ...
291     grafico_v));
292
293 % Generación completa.
294 fprintf('Listo\n\n');
295
296 graphic_a_handle = grafico(a{1}, ai(1), bi(1), cant_points, titlea, ...
297     legenda, false, [0 1 0], 75);
298
299 fprintf(...
300     'Salvando el gráfico de la aceleración en un archivo "PNG".....');
301
302 % Salvo el gráfico en un archivo.
303 saveas(graphic_a_handle, fullfile(images_directory, ...
304     grafico_a));
305
306 % Generación completa.
307 fprintf('Listo\n\n');
308
309
310 % Generación completa.
311 fprintf('Listo\n\n\n');
312
313 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
314
315 %%
316 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
317
318 % Genero los nombres completos de los archivos de resultados .

```

```
319
320 newton_results_complete_name = ...
321     fullfile(results_directory, ...
322         strjoin({newton_results_name, '.csv'}, ''));
323
324 newton_convergence_complete_name = ...
325     fullfile(results_directory, ...
326         strjoin({newton_convergence_name, '.csv'}, ''));
327
328 % Genero el nombre completo para el archivo de semillas.
329 seeds_complete_name = ...
330     fullfile(results_directory, ...
331         strjoin({seeds, '.csv'}, ''));
332
333 if (exist(newton_results_complete_name, 'file'))
334     delete(newton_results_complete_name);
335 end
336
337 if (exist(newton_convergence_complete_name, 'file'))
338     delete(newton_convergence_complete_name);
339 end
340
341 if (exist(seeds_complete_name, 'file'))
342     delete(seeds_complete_name);
343 end
344
345
346 %%
347 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
348
349 % Calculo la cantidad de cifras significativas para la tolerancia.
350 cant_signif = ceil(-log10(tol));
351
352 fprintf('\n\nEjecutando los métodos numéricos...\n\n');
353
354
355 t_acel_30_percent = zeros(1, 3);
356
357 for ii = 1:3
358
359     fprintf('*****\nCalculando para %s:\n\n', ...
360         fn{ii});
361
362
363     fprintf(strjoin({'Hallamos el valor de tiempo en', ...
364         ' el cual se alcanza el 30%% de la aceleración positiva. \n', ...
```

```
365         'Por tratarse de una función lineal', ...
366         ' el valor se halla trivialmente:\n\n'}, ''));
367
368     % Calculo el tiempo para un 30% de la aceleración máxima (positiva).
369
370     max_acel = a{ii}(0);
371
372     ac_30p = @(t) a{ii}(t) - 0.3*max_acel;
373
374     t_acel_30_percent(ii) = fzero(ac_30p, 0);
375
376
377     fprintf(strjoin({'El 30%% de la aceleración', ...
378         ' se alcanza en t_acel_30_percent = %.', ...
379         num2str(cant_signif) , 'f.\n\n'}, '' ), ...
380         t_acel_30_percent(ii));
381
382
383     fprintf(strjoin({'Hallamos el valor de posición en', ...
384         ' el tiempo hallado anteriormente. \n', ...
385         'Con este valor construimos la función (f{', num2str(ii) ,'})', ...
386         ' a la cuál le hallaremos la raíz por Newton-Raphson:\n\n'}, ''));
387
388     f{ii} = @(t) x{ii}(t) - x{ii}( t_acel_30_percent(ii));
389
390
391     disp(f{ii});
392
393
394     %     graphic_x_handle = grafico(f{1}, ai(1), bi(1), cant_points, ...
395     %         'Función a la cual aplicamos Newton-Raphson', ...
396     %         legendx, false, [1 0.3 1], 75);
397
398
399     % Busco la raíz por el método de bisección.
400     fprintf(strjoin({'Ejecutando el método de bisección'...
401         ' para f{', num2str(ii),'}, como arranque,', ...
402         ' para la tolerancia %.1e...', ''}, 0.1);
403
404     fprintf('Listo\n\n');
405
406
407     [~, seed, ~] = method_bisection(f{ii}, ai(ii), bi(ii), 0.1);
408
409
410     fprintf(strjoin({'La semilla a usar para la búsqueda', ...
```

```
411         ' de la raíz es: %.5f\n\n'}, ''), seed);
412
413     seeds_table = [ai(ii), bi(ii), seed];
414
415     % Guardo el intervalo y la semilla en un archivo.
416     fprintf('Salvando las semillas en un archivo "CSV".....');
417
418     % Guardo las semillas.
419     dlmwrite(seeds_complete_name, ...
420             seeds_table, 'precision', '%.15f', '-append');
421
422     % Salvado completo.
423     fprintf('Listo\n\n');
424
425
426     % Busco la raíz por el método de Newton-Raphson.
427     fprintf(strjoin({'Ejecutando el método de Newton-Raphson'...
428         ' para f{', num2str(ii), ...
429         '} y para la tolerancia %.1e...'}, ''), tol);
430
431     % Ejecuto el método.
432     [r0, delta, erel, ...
433         table, success] = ...
434         method_newton(f{ii}, seed, tol, max_iter);
435
436     % Chequeo que el método alcanzó la precisión pedida en menos
437     % de las máximas iteraciones.
438     if (~success)
439         fprintf(strjoin({'\nFalló el método de Newton-Raphson', ...
440             ' para la función f{%-d}.\n\n'}, ''), ii);
441
442         return;
443     else
444         fprintf('Listo\n\n');
445     end %if
446
447     % Extraigo la cantidad de iteraciones requeridas como
448     % el largo de la tabla.
449     iter_req = size(table, 1);
450
451     % Armo el string para formatear la salida.
452     format_str = sprintf(...
453         strjoin({'Raíz hallada después de %d iteraciones:'...
454             '%%.1e\n\n'}, ...
455             cant_signif);
456
```

```
457     % Muestro el resultado.
458     fprintf(format_str, iter_req, r0, tol);
459
460
461     % Guardo los resultados en un archivo.
462     fprintf('Salvando los resultados en un archivo "CSV".....');
463
464     % Guardo la tabla de las iteraciones.
465     dlmwrite(fullfile(results_directory, ...
466         strjoin({newton_prefix, int2str(ii), '.csv'}, '')), ...
467         table, 'precision', '%.15f');
468
469     % Armo la tabla de resultados finales con:
470     % 1 - Índice.
471     % 2 - Raíz hallada.
472     % 3 - Tolerancia pedida.
473     % 4 - Cantidad de cifras significativas correspondiente.
474     % 5 - Delta obtenido.
475     % 6 - Error relativo.
476     % 7 - Cantidad de iteraciones requeridas.
477     results = [ii, r0, tol, cant_signif, delta, erel, iter_req];
478
479     % Guardo el archivo de resultados finales.
480     dlmwrite(newton_results_complete_name, ...
481         results, 'precision', '%.15f', '-append');
482
483     % Guardado completo.
484     fprintf('Listo\n\n');
485
486     % Calculo el orden de convergencia y la constante asintótica
487     % estimadas, en base a los últimos valores de la última tabla.
488
489     fprintf('Estimando el orden de convergencia.....');
490
491     % Invoco al cálculo.
492     [order, asintconst, ~, asintconstder, interm1, interm2, ...
493         interm3, interm4, interm5, interm6] = ...
494         estimate_order(f{ii}, table(iter_req - 3, 2), ...
495         table(iter_req - 2, 2), ...
496         table(iter_req - 1, 2), table(iter_req, 2));
497
498     % Estimación completa.
499     fprintf('Listo\n\n');
500
501     % Muestro el valor estimado.
502     fprintf(strjoin({'El orden de convergencia estimado', ...
```

```
503         ' para el método de Newton-Raphson es %.8f.\n\n'}, ''), order);
504
505     % Armo el array con los valores a guardar.
506     conv_results = ...
507         [order, asintconst, asintconstder, interm1, interm2, ...
508         interm3, interm4, interm5, interm6];
509
510     % Guardo los resultados de la estimación en un archivo.
511     fprintf(strjoin({'Salvando los resultados de la estimación', ...
512         ' del orden de convergencia en un archivo "CSV".....'}, ''));
513
514     % Guardo los valores de las estimaciones.
515     dlmwrite(newton_convergence_complete_name, ...
516         conv_results, 'precision', '%.15f', '-append');
517
518     % Guardado completo.
519     fprintf('Listo\n\n');
520
521 end
522
523 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
524
525 %%
526 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
527
528 fprintf('*****\nCalculando para v{4}:\n\n');
529
530 fprintf(strjoin({'Para el caso del freno del ascensor', ...
531     ' usamos Newton-Raphson para calcular el tiempo en el', ...
532     ' que se alcanza velocidad 0, la función utilizada es:\n\n'}, ''));
533
534 disp(v{4});
535
536
537 % Busco la raíz por el método de bisección.
538 fprintf(strjoin({'Ejecutando el método de bisección'...
539     ' para v{4}, como arranque,', ...
540     ' para la tolerancia %.1e...'}, ''), 0.3);
541
542 fprintf('Listo\n\n');
543
544
545 [~, seed, ~] = method_bisection(v{4}, 0, 2, 0.3);
546
547
548 fprintf(strjoin({'La semilla a usar para la búsqueda', ...
```

```
549     ' de la raíz es: %.5f\n\n'}, ''), seed);
550
551 seeds_table = [0, 2, seed];
552
553 % Guardo el intervalo y la semilla en un archivo.
554 fprintf('Salvando las semillas en un archivo "CSV".....');
555
556 % Guardo las semillas.
557 dlmwrite(seeds_complete_name, ...
558         seeds_table, 'precision', '%.15f', '-append');
559
560 % Salvado completo.
561 fprintf('Listo\n\n');
562
563
564 % Busco la raíz por el método de Newton-Raphson.
565 fprintf(strjoin({'Ejecutando el método de Newton-Raphson'...
566     ' para v{4} y para la tolerancia %.1e...'}, ''), tol);
567
568 % Ejecuto el método.
569 [r0, delta, erel, ...
570     table, success] = ...
571     method_newton(v{4}, seed, tol, max_iter);
572
573 % Chequeo que el método alcanzó la precisión pedida en menos
574 % de las máximas iteraciones.
575 if (~success)
576     fprintf(strjoin({'\nFalló el método de Newton-Raphson', ...
577         ' para la función v{4}.\n\n'}, ''));
578
579     return;
580 else
581     fprintf('Listo\n\n');
582 end %if
583
584 % Extraigo la cantidad de iteraciones requeridas como
585 % el largo de la tabla.
586 iter_req = size(table, 1);
587
588 % Armo el string para formatear la salida.
589 format_str = sprintf(...
590     strjoin({'Raíz hallada después de %d iteraciones:'...
591         '%%.5f +- %.1e\n\n'}), ...
592     cant_signif);
593
594 % Muestro el resultado.
```



```
595 fprintf(format_str, iter_req, r0, tol);
596
597
598 % Guardo los resultados en un archivo.
599 fprintf('Salvando los resultados en un archivo "CSV".....');
600
601 % Guardo la tabla de las iteraciones.
602 dlmwrite(fullfile(results_directory, ...
603     strjoin({newton_prefix, int2str(4), '.csv'}, '')), ...
604     table, 'precision', '%.15f');
605
606 % Armo la tabla de resultados finales con:
607 % 1 - Índice.
608 % 2 - Raíz hallada.
609 % 3 - Tolerancia pedida.
610 % 4 - Cantidad de cifras significativas correspondiente.
611 % 5 - Delta obtenido.
612 % 6 - Error relativo.
613 % 7 - Cantidad de iteraciones requeridas.
614 results = [ii, r0, tol, cant_signif, delta, erel, iter_req];
615
616 % Guardo el archivo de resultados finales.
617 dlmwrite(newton_results_complete_name, ...
618     results, 'precision', '%.15f', '-append');
619
620 % Guardado completo.
621 fprintf('Listo\n\n');
622
623 % Calculo el orden de convergencia y la constante asintótica
624 % estimadas, en base a los últimos valores de la última tabla.
625
626 fprintf('Estimando el orden de convergencia.....');
627
628 % Invoco al cálculo.
629 [order, asintconst, ~, asintconstder, interm1, interm2, ...
630     interm3, interm4, interm5, interm6] = ...
631     estimate_order(v{4}, table(iter_req - 3, 2), ...
632     table(iter_req - 2, 2), ...
633     table(iter_req - 1, 2), table(iter_req, 2));
634
635 % Estimación completa.
636 fprintf('Listo\n\n');
637
638 % Muestro el valor estimado.
639 fprintf(strjoin({'El orden de convergencia estimado', ...
640     ' para el método de Newton-Raphson es %.8f.\n\n'}, ''), order);
```

```

641
642 % Armo el array con los valores a guardar.
643 conv_results = ...
644     [order, asintconst, asintconstder, interm1, interm2, ...
645     interm3, interm4, interm5, interm6];
646
647 % Guardo los resultados de la estimación en un archivo.
648 fprintf(strjoin({'Salvando los resultados de la estimación', ...
649     ' del orden de convergencia en un archivo "CSV".....'}, ''));
650
651 % Guardo los valores de las estimaciones.
652 dlmwrite(newton_convergence_complete_name, ...
653     conv_results, 'precision', '%.15f', '-append');
654
655 % Guardado completo.
656 fprintf('Listo\n\n');
657
658
659
660 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
661
662 %%
663 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
664
665 % El script se ejecutó correctamente..
666 fprintf('\n\nEjecución del TP1 terminada.\n\n');
667
668 % Detengo la captura de la salida del script.
669 diary off;
670
671 % Copio el archivo de salida.
672 fprintf('Copiando el archivo de salida.....');
673
674 [status, ~] = copyfile('diary', output_file);
675
676 % Chequeo que la copia se realizó correctamente.
677 if (~status)
678     fprintf(strjoin({'\nFalló la copia', ...
679         ' del archivo de salida.\n\n'}, ''));
680
681     return;
682 else %if
683     fprintf('Listo\n\n');
684 end %if
685
686 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

A.2.2. grafico.m

```
1 % Grafica la función pasada por parámetro con el título dado.
2 %
3 % Parámetros:
4 % f:          Puntero a la función a graficar.
5 % a:          Inicio del intervalo.
6 % b:          Fin del intervalo.
7 % cantpuntos: Cantidad de puntos usados.
8 % tit:        Título del gráfico.
9 % leyenda:     Leyenda en el gráfico.
10 % raiz:       Muestra una raíz aproximada gráficamente, o no.
11 % color:      Color usado para trazar el gráfico.
12 % size_percent: Porcentaje del tamaño de la pantalla a ocupar.
13 %
14 % Salidas:
15 % graphic_handle: Puntero al gráfico.
16 %
17 function [graphic_handle] = grafico(f, a, b, cantpuntos, titulo, ...
18     leyenda, raiz, color, size_percent)
19
20 % Determino si estoy trabajando en MATLAB u Octave.
21 Is_Octave = (5 == exist('OCTAVE_VERSION', 'builtin'));
22
23 if (nargin < 8)                % Aseguro de tener un tamaño.
24     size_percent = 50;        % Valor por omisión.
25 end %if
26
27 if (size_percent < 10.0)       % Ajusto el tamaño de salida.
28     size_percent = 10.0;
29 elseif (size_percent > 100.0)
30     size_percent = 100.0;
31 end % if
32
33 % Genero los puntos de la variable x.
34 x = linspace(a, b, cantpuntos);
35
36 % Calculo los puntos de la función.
37 y = f(x);
38
39 % Calculo el tamaño y la posición de la imagen.
40 pict_size = size_percent/100;
41 pict_pos = (1 - pict_size)/2;
42
43 % Genero la figura, a un % del tamaño de la pantalla y centrada.
44 % No parece funcionar en Octave, pero no genera errores tampoco.
```

```
45 figure1 = figure('units', 'normalized', 'outerposition', ...
46     [pict_pos pict_pos pict_size pict_size]);
47
48 % Oculto la figura.
49 set.figure1, 'Visible', 'off');
50
51 % Genero los ejes.
52 axes1 = axes('Parent', figure1);
53
54 % Retengo los ejes actuales.
55 hold(axes1, 'on');
56
57 % Grafico.
58 hplot = plot(x, y, 'DisplayName', leyenda, 'Color', color);
59
60 % Incorporo el título.
61 title(titulo);
62
63 % Muestro los ejes.
64 box(axes1, 'on');
65
66 ylims = ylim;
67
68 % Seteo el resto de las propiedades de los ejes.
69 set(axes1, 'FontSize', 7, 'XGrid', 'on', 'XMinorGrid', 'on', 'XMinorTick', 'on', ...
70     'XTick', a:(b-a)/20:b, 'YTick', ylims(1):(ylims(2)-ylims(1))/20:ylims(2), ...
71     'YGrid', 'on', 'YMinorGrid', 'on', 'YMinorTick', 'on');
72
73 % Genero una leyenda para el gráfico.
74 legend1 = legend(axes1, 'show');
75
76 set(legend1, ...
77     'Position', [0.84219042650382 0.76675052301329 ...
78     0.0401041662630937 0.0197300099200053]);
79
80 if (raiz)
81
82     % Busco la raíz aproximada, como el menor valor de la
83     % función en valor absoluto dentro del vector y.
84     root_index = 1;
85     min_y = realmax;
86     for i = 1:length(y)
87         val = abs(y(i));
88         if (val < min_y)
89             root_index = i;
90             min_y = val;
```

```
91     end %if
92 end %for
93
94 if (~Is_Octave) % Si estoy trabajando en MATLAB.
95
96     %Creo un DataTip para la raíz aproximada gráficamente.
97
98     % Genero el título para el datatip.
99     strtip = 'Raíz aproximada gráficamente:\n';
100
101     % Actualizo la figura.
102     drawnow update;
103
104     % Inicio el modo cursor.
105     cursorMode = datacursormode(figure1);
106
107     % Seteo la función customizada usada para actualizar el datatip.
108     set(cursorMode, 'UpdateFcn', @myUpdateFcn, 'Enable', 'on')
109
110     % Genero el datatip.
111     hDatatip = cursorMode.createDatatip(hplot);
112
113     % set the datatip marker appearance
114     set(hDatatip, 'Marker', 'x', 'MarkerSize', 10, 'MarkerFaceColor', ...
115         'none', 'MarkerEdgeColor', 'r', 'OrientationMode', 'manual')
116
117     % Set the data-tip orientation to top-right rather than auto
118     set(hDatatip, 'Orientation', 'bottomright');
119
120     % Genero la posición para el datatip.
121     pos = [x(root_index) y(root_index)];
122
123     % Muevo el datatip a la posición deseada.
124     % Para Matlab R2014a y anteriores es necesario lo siguiente.
125     % set(get(hDatatip, 'DataCursor'), 'DataIndex', index, ...
126     %     'TargetPoint', pos)
127     set(hDatatip, 'Position', pos);
128
129     % Actualizo los cursores.
130     updateDataCursors(cursorMode);
131
132     % Finalizo el modo cursor.
133     set(cursorMode, 'enable', 'off');
134
135 else % Si estoy trabajando en Octave.
136
```

```
137         % Actualizo la figura.
138         drawnow;
139
140         % Marco un punto sobre el gráfico.
141         plot(x(root_index), y(root_index), 'rx');
142     end %if
143
144     %Pix_SS = get(0,'screensize');
145
146     % ScreenWidth = Pix_SS(2);
147     %
148     % ScreenHeight= Pix_SS(2);
149     %
150     % set(figure1, 'Position', ...
151     %     [0, 0, round(ScreenWidth/2), round(ScreenHeight/2)]);
152
153
154 end
155
156 % Muestro la figura.
157 set(figure1, 'Visible', 'on');
158
159 % Asigno el valor del handle del gráfico que devuelvo.
160 graphic_handle = figure1;
161
162 % Función customizada para los datatips.
163 % Imprime un datatip customizado solo en MATLAB.
164 function outText = myUpdateFcn(~, event)
165     point = get(event, 'Position');
166
167     outText = {sprintf(strtip), ...
168               sprintf('X: %.6f', point(1)), ...
169               sprintf('Y: %.6f', point(2))};
170 end %function
171
172 end %function
```

A.2.3. estimate_order.m

```
1 % Aproxima el orden de convergencia y la constante asintótica para un
2 % método numérico de búsqueda de soluciones\raíces usando las últimas
3 % 4 aproximaciones encontradas.
4 % Se devuelven también los valores intermedios de los cálculos.
5 %
6 % Parámetros:
7 % f:          Puntero a la función a la que se aplicó el método.
8 % val1-val4:   Cuatro últimas aproximaciones del método.
9 %
10 % Salidas:
11 % order:       Orden de convergencia estimado.
12 % asintconst:  Constante asintótica estimada.
13 % asintconstder: Constante asintótica estimada con la derivada de f.
14 % asintconstder2: Constante asintótica estimada con la derivada 2da de f.
15 % interm1-interm6: Valores intermedios del cálculo.
16 %
17 %
18 function [order, asintconst, asintconstder, asintconstder2, ...
19     interm1, interm2, interm3, ...
20     interm4, interm5, interm6] = estimate_order(f, val1, val2, val3, val4)
21
22 % Calcula:
23 %
24 % order =
25 % log(abs(val4 - val3/val3 - val2))/log(abs(val3 - val2/val2 - val1))
26 %
27 % asintconst =
28 % abs(val4 - val3)/abs(val3 - val2)^order
29 %
30
31 interm1 = val4 - val3;
32
33 interm2 = val3 - val2;
34
35 interm3 = val2 - val1;
36
37 interm4 = log(abs(interm1/interm2));
38
39 interm5 = log(abs(interm2/interm3));
40
41 order = interm4/interm5;
42
43 interm6 = abs(interm2)^(round(order*10)/10);
44
```

```
45 asintconst = abs(interml)/interm6;
46
47 % Calcula:
48 %
49 % asintconstder = abs(f'(val4))
50
51 syms x; % Defino x como variable simbólica.
52 func = f(x); % Defino func como la función puntero a f.
53 der_func = diff(func); % Derivada simbólica respecto de x
54 der2_func = diff(der_func); % Derivada 2da simbólica respecto de x
55
56
57
58 f_deriv = ...
59     matlabFunction(der_func); % Convierto la función derivada simbólica
60 % en una función normal de MATLAB/Octave.
61
62 f_deriv2 = ...
63     matlabFunction(...
64     der2_func, 'vars', x); % Convierto la función derivada 2da
65 % simbólica en una función normal de
66 % MATLAB/Octave.
67
68 if isempty(symvar(der2_func))
69     valaux = f_deriv2();
70 else
71     valaux = f_deriv2(val4);
72 end
73
74
75 asintconstder = abs(f_deriv(val4));
76
77 asintconstder2 = valaux/(2*f_deriv(val4));
78
79 end %function
```


A.2.4. method_newton.m

```
1 % Implementa el método de Newton-Raphson.
2 %
3 % Parámetros:
4 % -----
5 % f:          Puntero a la función a la cual hallarle la raíz.
6 % x0:         Aproximación inicial, la semilla.
7 % delta:      Diferencia deseada entre dos aproximaciones sucesivas.
8 % max_iter:   Cantidad máxima de iteraciones a realizar, opcional.
9 % showwork:   Decide si se muestra las iteraciones al calcularlas, es 0 o 1,
10 %             opcional.
11 %
12 % Salidas:
13 % -----
14 % r0:         Valor de la raíz hallada con la precisión pedida, si se logra.
15 % delta_r0:   Delta obtenido para la raíz hallada.
16 % e_rel_r0:   Error relativo para la raíz hallada.
17 % table:      Tabla de salida con las iteraciones, contiene el número de
18 %             iteración, el valor de la raíz, el delta y el error relativo.
19 % success:    Si el método fue exitoso, es 1 en caso de éxito y 0 en caso de
20 %             fallar.
21 %
22 % En caso de fallo, las salidas numéricas son NaN (Not a Number).
23 %
24 function [r0, delta_r0, e_rel_r0, table, success] = ...
25     method_newton(f, x0, delta, max_iter, showwork)
26
27 if (nargin < 4)                                % Aseguro de tener corte si no se dió.
28     max_iter = 1000;                            % Valor por omisión.
29 end %if
30
31 if (nargin < 5)                                % Por omisión no muestro el progreso.
32     showwork = 0;
33 end %if
34
35 delta = abs(delta);                            % Aseguro que el error sea positivo.
36
37 syms x;                                         % Defino x como variable simbólica.
38 func = f(x);                                  % Defino func como la función puntero a f.
39 der_func = diff(func);                        % Derivada simbólica respecto de x
40
41 f_deriv = ...
42     matlabFunction(der_func);                  % Convierto la función derivada simbólica
43                                                % en una función normal de MATLAB/Octave.
44
```

```
45 p0 = x0; % Guardo la semilla.
46
47 table_iter = zeros(max_iter, 4); % Inicializo la tabla de salida.
48 % Contiene:
49 % - Número de iteración.
50 % - Valor estimado de la raíz.
51 % - Error.
52 % - Error relativo (%).
53
54 if (showwork) % Muestro el inicio del proceso.
55     fprintf(strjoin({'\nUsando el método', ...
56         'de Newton-Raphson para hallar la raíz...\n\n'}));
57 end %if
58
59 for idx = 1 : max_iter
60
61     p = p0 - f(p0)/f_deriv(p0); % Calculo la próxima aproximación.
62
63     delta_iter = abs(p - p0); % Calculo el error.
64
65     e_rel_iter = ...
66         delta_iter*100.0/p; % Calculo el error relativo.
67
68     table_iter(idx,:) = [idx; p; ...
69         delta_iter; ...
70         e_rel_iter]; % Guardo la iteración en la tabla.
71
72     if (showwork) % Muestro un mensaje si corresponde.
73         fprintf(strjoin({'Iteración %d, nuevo valor de x: %.15f,', ...
74             'delta: %.15f, error relativo: %.15f\n\n'}), ...
75             idx, p, delta_iter, e_rel_iter);
76     end %if
77
78     if (delta_iter < delta) % Comparo el error con el deseado.
79
80         r0 = p; % Guardo el valor de la raíz.
81
82         delta_r0 = delta_iter; % Guardo el delta de la raíz.
83
84         e_rel_r0 = e_rel_iter; % Guardo el error relativo de la raíz.
85
86         table = ...
87             table_iter(1:idx,:); % Asigno la tabla recortada.
88
89         success = 1; % Indico que el método fue exitoso.
90
```

```
91         if (showwork)                % Muestro un mensaje si corresponde.
92             fprintf(strjoin({'\nLa raíz se halló exitosamente por', ...
93                 'el método de Newton-Raphson,', ...
94                 'después de %d iteraciones.\n\n'}), idx);
95         end %if
96
97         return;                        % Salgo de la función.
98     end %if
99
100     p0 = p;                            % Guardo el valor para la próxima iter.
101 end %for
102
103 r0 = NaN;                             % Guardo un valor no válido
104                                     % para la raíz.
105
106 delta_r0 = NaN;                       % Guardo un valor no válido para el delta.
107
108 e_rel_r0 = NaN;                       % Guardo un valor no válido
109                                     % para el error relativo.
110
111 table = [];                           % Guardo una tabla vacía.
112
113 success = 0;                          % Indico que el método falló.
114
115 if (showwork)                        % Muestro un mensaje si corresponde.
116     error(strjoin({'\nFalló el método de Newton-Raphson', ...
117         'después de %d iteraciones.\n\n'}), max_iter);
118 end %if
119
120 end %for
```

A.2.5. method_bisection.m

```
1 % Implementa la cantidad pasos de bisección pedidos.
2 %
3 % Parámetros:
4 % f:          Puntero a la función a la cual hallarle el intervalo
5 %             para la raíz.
6 % a0:         Límite inferior inicial.
7 % b0:         Límite superior inicial.
8 % delta:      Diferencia deseada entre dos aproximaciones sucesivas.
9 % max_iter:   Cantidad máxima de iteraciones a realizar, opcional.
10 %
11 % Salidas:
12 % a:          Inicio del intervalo.
13 % b:          Fin del intervalo.
14 % success:    Si el método fue exitoso, es 1 en caso de éxito y 0 en caso
15 %             de fallar.
16 %
17 % En caso de fallo, las salidas numéricas son NaN (Not a Number).
18 %
19 function [a, b, success] = method_bisection(f, a0, b0, delta, max_iter)
20
21 if (nargin < 5)          % Aseguro de tener corte si no se dió.
22     max_iter = 1000;    % Valor por omisión.
23 end %if
24
25 delta = abs(delta);      % Aseguro que el error sea positivo.
26
27
28 if ((a0 > b0) || (f(a0)*f(b0) > 0))
29
30     success = 0;
31
32     b = NaN;             % Asigno un valor no válido para el fin del
33     % intervalo.
34
35     a = NaN;             % Asigno un valor no válido para el inicio del
36     % intervalo.
37
38     return;
39 end
40
41 a = a0;
42 b = b0;
43
44
```

```
45 for ii = 1:max_iter
46
47     delta_iter = b - a;
48
49     if (delta_iter < delta)      % Comparo el error con el deseado.
50         break;
51     end
52
53     center = (b + a)/2;
54
55     if (f(center)*f(a) > 0)
56         a = center;
57     else
58         b = center;
59     end
60
61 end
62
63
64 success = 1;      % Indico éxito.
65
66 end %function
```

B. Captura de la salida

B.1. Consideraciones para el código

El texto corresponde a la captura que se hace desde el script de **MATLAB**, la codificación es automáticamente convertida por L^AT_EX usando el package “**listingsutf8**”.

B.2. Archivo de captura de la salida

B.2.1. salida.txt

```
Inicializando las variables globales para el TP1...Listo

Trabajando en: MATLAB 9.7.0.1190202 (R2019b) sobre Linux.

Creando el directorio para las imágenes...Listo

Creando el directorio para los resultados numéricos...Listo

Las funciones para la posición, velocidad y aceleración a media carga (n/2 = 6), son respectivamente:

@t)-0.5443*t.^3+2.*t.^2

@t)-1.6329*t.^2+4*t

@t)-3.2658*t+4

Las unidades para estas funciones son m, m/s y m/s^2, respectivamente.

Generando un gráfico de cada función en el intervalo [0.00000, 2.44950] para ver su forma general...

Salvando el gráfico de la posición en un archivo "PNG".....Listo

Salvando el gráfico de la velocidad en un archivo "PNG".....Listo

Salvando el gráfico de la aceleración en un archivo "PNG".....Listo

Listo

Ejecutando los muestros numéricos...

*****
Calculando para Media carga (6 personas):

Hallamos el valor de tiempo en el cual se alcanza el 30% de la aceleración positiva.
```

Por tratarse de una función lineal el valor se halla trivialmente:

El 30% de la aceleración se alcanza en $t_{\text{acel_30_percent}} = 0.8573703227$.

Hallamos el valor de posición en el tiempo hallado anteriormente.

Con este valor construimos la función $f\{1\}$ a la cual le hallaremos la raíz por Newton-Raphson:

$$g(t)x_{ii}(t)-x_{ii}(t_{\text{acel_30_percent}}(ii))$$

Ejecutando el método de bisección para $f\{1\}$, como arranque, para la tolerancia $1.0e-01$...Listo

La semilla a usar para la bisección de la raíz es: 0.91856

Salvando las semillas en un archivo "CSV".....Listo

Ejecutando el método de Newton-Raphson para $f\{1\}$ y para la tolerancia $1.0e-10$...Listo

Raíz hallada después de 4 iteraciones: $0.8573703227 \pm 1.0e-10$

Salvando los resultados en un archivo "CSV".....Listo

Estimando el orden de convergencia.....Listo

El orden de convergencia estimado para el método de Newton-Raphson es 1.99990052.

Salvando los resultados de la estimación del orden de convergencia en un archivo "CSV".....Listo

Calculando para máxima carga (12 personas):

Hallamos el valor de tiempo en el cual se alcanza el 30% de la aceleración positiva.

Por tratarse de una función lineal el valor se halla trivialmente:

El 30% de la aceleración se alcanza en $t_{\text{acel_30_percent}} = 1.0500000000$.

Hallamos el valor de posición en el tiempo hallado anteriormente.

Con este valor construimos la función $f\{2\}$ a la cual le hallaremos la raíz por Newton-Raphson:

$$g(t)x_{ii}(t)-x_{ii}(t_{\text{acel_30_percent}}(ii))$$

Ejecutando el método de bisección para $f\{2\}$, como arranque, para la tolerancia $1.0e-01$...Listo

La semilla a usar para la bisección de la raíz es: 1.12500

Salvando las semillas en un archivo "CSV".....Listo


```
Ejecutando el método de Newton-Raphson para f{2} y para la tolerancia 1.0e-10...Listo

Raíz hallada después de 4 iteraciones: 1.0500000000 +- 1.0e-10

Salvando los resultados en un archivo "CSV".....Listo

Estimando el orden de convergencia.....Listo

El orden de convergencia estimado para el método de Newton-Raphson es 2.00012932.

Salvando los resultados de la estimación del orden de convergencia en un archivo "CSV".....Listo

*****
Calculando para máxima carga (0 personas):

Hallamos el valor de tiempo en el cual se alcanza el 30% de la aceleración positiva.
Por tratarse de una función lineal el valor se halla trivialmente:

El 30% de la aceleración se alcanza en t_acel_30_percent = 0.6062180653.

Hallamos el valor de posición en el tiempo hallado anteriormente.
Con este valor construimos la función (f{3}) a la cual le hallaremos la raíz por Newton-Raphson:

@(t)x{ii}(t)-x{ii}(t_acel_30_percent(ii))

Ejecutando el método de bisección para f{3}, como arranque, para la tolerancia 1.0e-01...Listo

La semilla a usar para la bisección de la raíz es: 0.64954

Salvando las semillas en un archivo "CSV".....Listo

Ejecutando el método de Newton-Raphson para f{3} y para la tolerancia 1.0e-10...Listo

Raíz hallada después de 4 iteraciones: 0.6062180653 +- 1.0e-10

Salvando los resultados en un archivo "CSV".....Listo

Estimando el orden de convergencia.....Listo

El orden de convergencia estimado para el método de Newton-Raphson es 1.99880274.

Salvando los resultados de la estimación del orden de convergencia en un archivo "CSV".....Listo

*****
Calculando para v{4}:
```

Para el caso del freno del ascensor usamos Newton-Raphson para calcular el tiempo en el que se alcanza velocidad 0,

$$a(t) = 3.0625 * t.^2 - 7.84$$

Ejecutando el método de bisección para $v\{4\}$, como arranque, para la tolerancia $3.0e-01$...Listo

La semilla a usar para la búsqueda de la raíz es: 1.75000

Salvando las semillas en un archivo "CSV".....Listo

Ejecutando el método de Newton-Raphson para $v\{4\}$ y para la tolerancia $1.0e-10$...Listo

Raíz hallada después de 4 iteraciones: 1.6000000000 +- 1.0e-10

Salvando los resultados en un archivo "CSV".....Listo

Estimando el orden de convergencia.....Listo

El orden de convergencia estimado para el método de Newton-Raphson es 1.99999853.

Salvando los resultados de la estimación del orden de convergencia en un archivo "CSV".....Listo

Ejecución del TP1 terminada.