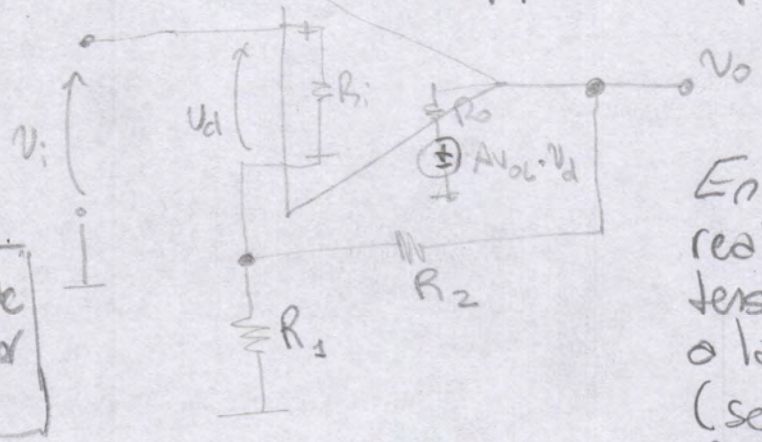
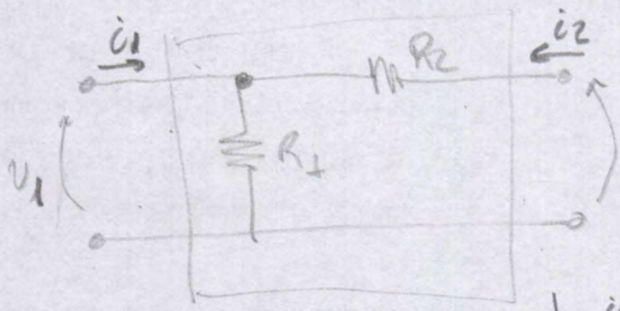
Análisis de un amplificador no inversor en base a un amplificador operacional no ideal (1)

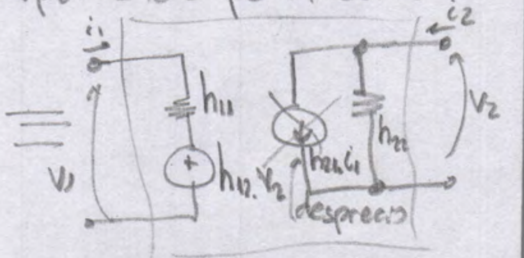


Se trata de un amplificador de tensión

En este circuito realimentado se muestrea tensión y se suma tensión a la entrada series-shunt (serie-paralelo)

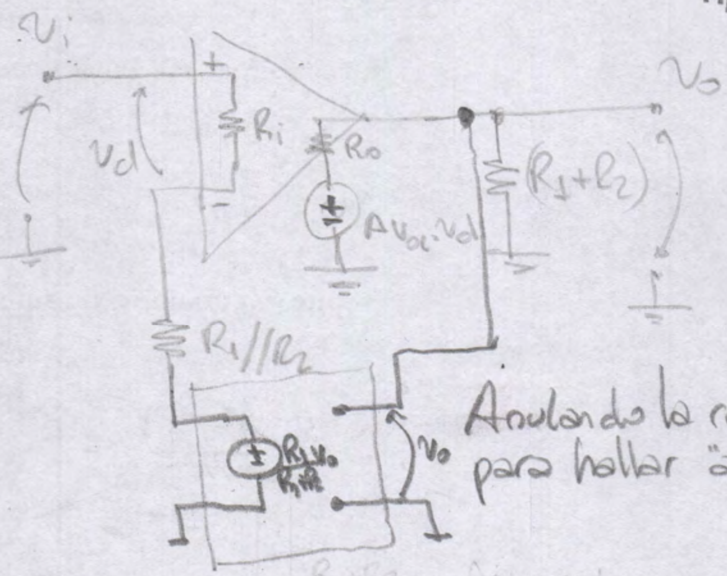
Aplicando parámetros h





$h_{22} = \frac{i_2}{v_2}\Big|_{i_1=0} = R_1 + R_2$; $h_{11} = \frac{v_1}{i_1}\Big|_{v_2=0} = R_1 // R_2$

$h_{12} = \frac{v_1}{v_2}\Big|_{i_1=0} = \frac{R_1}{R_1+R_2} = f$



Anulando la realimentación para hallar "a", se tiene:

$$v_d = v_i \cdot \frac{R_i}{R_i + R_1//R_2}$$

$$a = \frac{v_o}{v_i} = A_{VOL} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_1//R_2} \cdot \frac{R_1+R_2}{R_o+R_1+R_2}$$

$$f = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$A = \frac{A_{VOL} \cdot \frac{R_i}{R_i+R_1//R_2} \cdot \frac{R_1+R_2}{R_o+R_1+R_2}}{1 + \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot A_{VOL} \cdot \frac{R_i}{R_i+R_1//R_2} \cdot \frac{R_1+R_2}{R_o+R_1+R_2}}$$

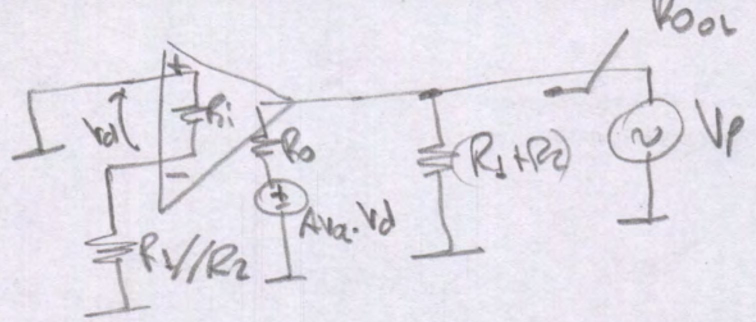
$$A = \frac{A_{VOL} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_1 // R_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_0 + R_1 + R_2}}{\frac{(R_i + R_1 // R_2)(R_0 + R_1 + R_2) + A_{VOL} R_1 R_i}{(R_i + R_1 // R_2)(R_0 + R_1 + R_2)}}$$

$$A = \frac{R_1 + R_2}{\frac{(R_i + R_1 // R_2)(R_0 + R_1 + R_2)}{A_{VOL} \cdot R_i} + R_1}$$

$$\boxed{A = \frac{R_1 + R_2}{\left(1 + \frac{R_1 // R_2}{R_i}\right) \cdot \left(\frac{R_0 + R_1 + R_2}{A_{VOL}}\right) + R_1}}$$

$$\lim_{\substack{R_i \to \infty \\ A_{VOL} \to \infty \\ R_0 \to 0}} A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Resistencia de salida a lazo abierto

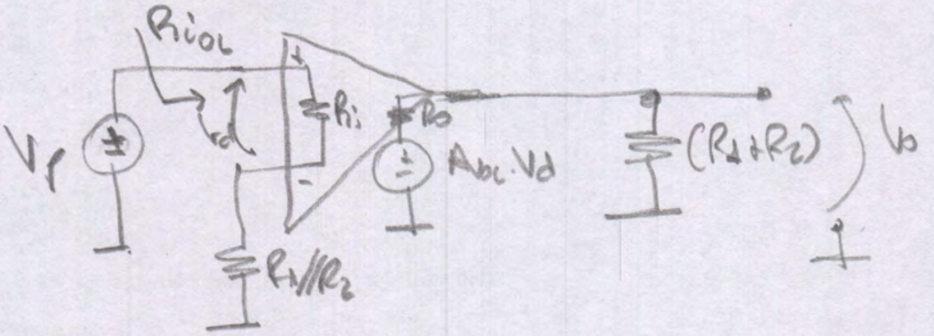


$$R_{OOL} = (R_1+R_2)//R_o$$

Entonces a lazo cerrado, tengo:

$$R_{O_{CL}} = \frac{R_{OL}}{1+a.f} = \frac{(R_1+R_2)//R_o}{1+\frac{A_{VOL}.R_1R_i}{(R_i+R_1//R_2)(R_o+R_1+R_2)}}$$

Resistencia de entrada a lazo abierto



$$R_{iOL} = R_i + R_1//R_2$$

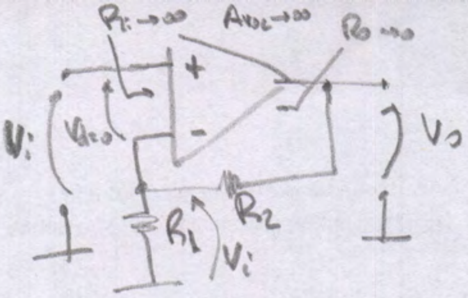
Entonces a lazo cerrado, tengo:

$$R_{i_{CL}} = R_{iOL}.(1+a.f) = (R_i+R_1//R_2)\left[1+\frac{A_{VOL}.R_1.R_i}{(R_i+R_1//R_2)(R_o+R_1+R_2)}\right]$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL}\to\infty \\ R_i\to\infty \\ R_o\to 0}} R_{O_{CL}} = 0$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL}\to\infty \\ R_i\to\infty \\ R_o\to 0}} R_{i_{CL}} \to \infty$$

Caso ideal



$$\frac{v_i}{R_1} = \frac{v_o - v_i}{R_2}$$

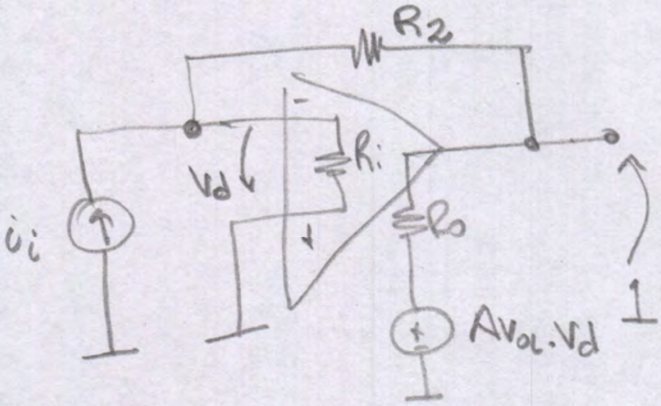
$$\frac{v_i}{R_1} = \frac{v_o}{R_2} - \frac{v_i}{R_2}$$

$$v_i\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{v_o}{R_2}$$

$$v_i\,\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \frac{v_o}{R_2}$$

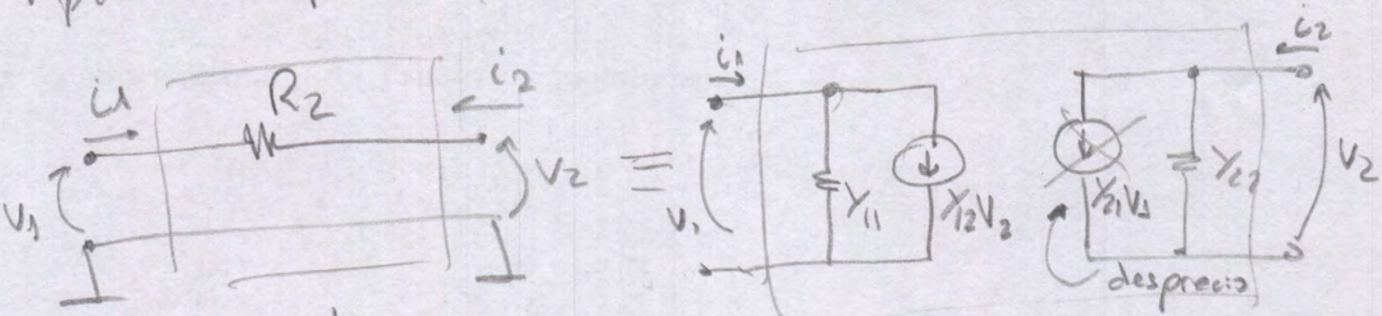
$$\boxed{A = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

Análisis de un amplificador inversor en base a un amplificador operacional no ideal



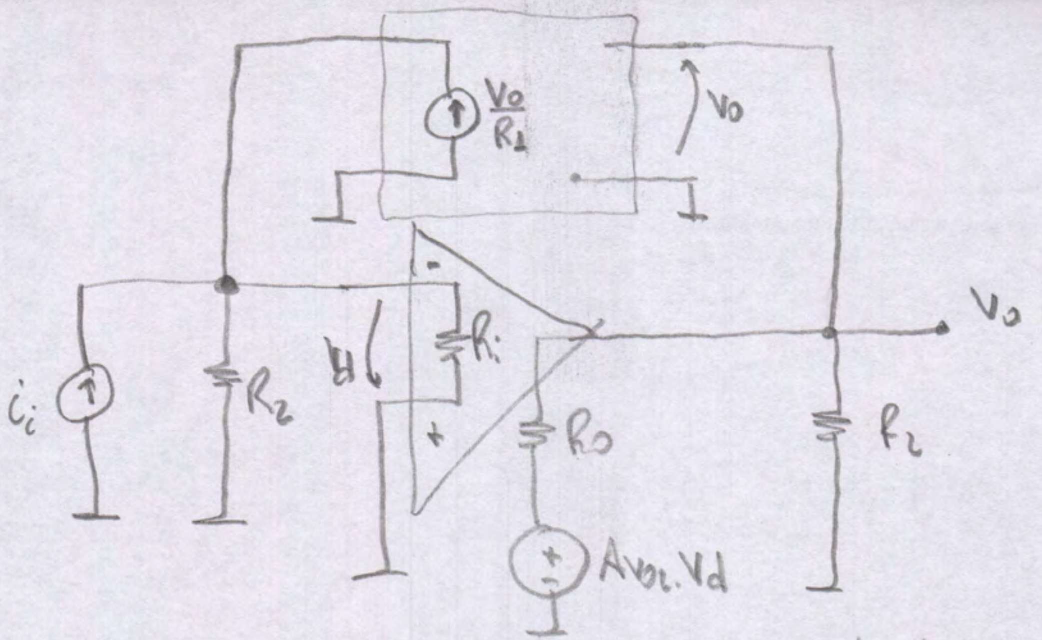
Se trata de un amplificador de transresistencia

En este circuito realimentado se muestrea tensión a la salida y se suma corriente a la entrada, se trata de realimentación shunt-shunt (paralelo-paralelo).
Aplicando parámetros Y al realimentador:



$$Y_{11} = \frac{i_1}{V_1}\bigg|_{V_2=0} = \frac{1}{R_2} \quad ; \quad Y_{22} = \frac{i_2}{V_2}\bigg|_{V_1=0} = \frac{1}{R_2}$$

$$\boxed{Y_{12} = \frac{i_1}{V_2}\bigg|_{V_1=0} = -\frac{1}{R_2} = f}$$



Anulando la realimentación para hallar "a", se tiene:

$$\left.\begin{aligned} V_o &= A_{VOL} \cdot V_d \cdot \frac{R_2}{R_o+R_2} \\ V_i &= -i_i \cdot (R_2 /\!/ R_i) \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_o = -A_{VOL} \frac{R_2}{R_o+R_2} \cdot \frac{R_2 R_i}{R_2+R_i} \cdot i_i$$

$$a = \frac{V_o}{i_i} = -A_{VOL} \cdot \frac{R_2}{R_o+R_2} \cdot \frac{R_2 R_i}{R_2+R_i}$$

Ahora tengo:

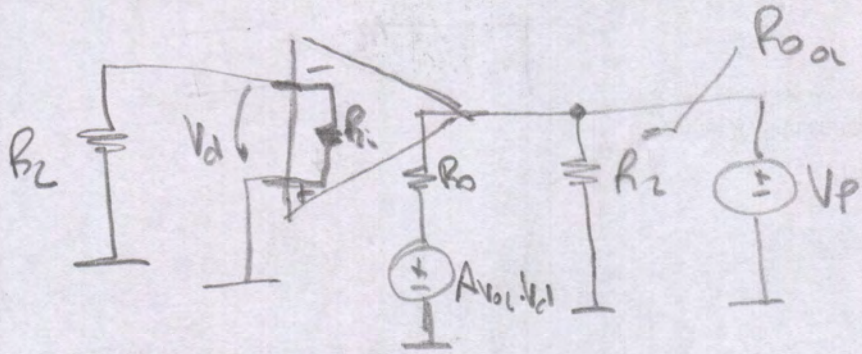
$$A = \frac{a}{1+a \cdot f} = \frac{-A_{VOL} \cdot \frac{R_2}{R_o+R_2} \cdot \frac{R_2 R_i}{R_2+R_i}}{1 + A_{VOL} \cdot \frac{R_2}{R_o+R_2} \cdot \frac{R_2 R_i}{R_2+R_i} \cdot \frac{1}{R_2}}$$

Dividiendo numerador y denominador por $A_{VOL} \cdot R_2 \cdot R_i$ y reord.:

$$\boxed{A = -\frac{R_2}{1 + \frac{\left(1+\frac{R_o}{R_2}\right)\left(1+\frac{R_2}{R_i}\right)}{A_{VOL}}}}$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty \\ R_o \to 0}} A = -R_2$$

Resistencia de salida a lazo abierto

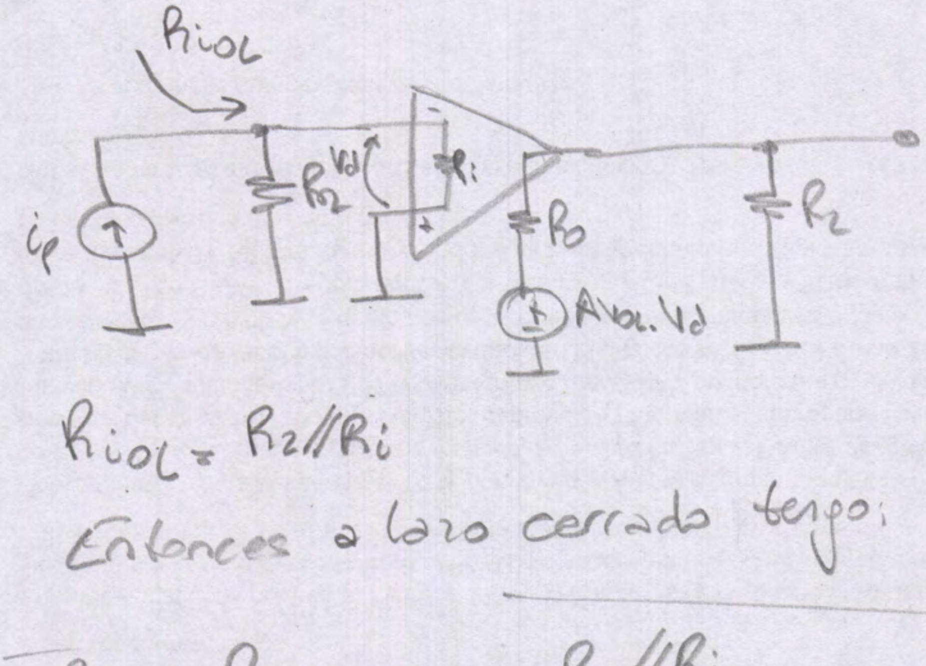


$$R_{o_{OL}} = R_o // R_2$$

Entonces a lazo cerrado, tengo:

$$\boxed{R_{o_{CL}} = \frac{R_{OL}}{1 + a \cdot f} = \frac{R_o // R_2}{1 + A_{VOL} \cdot \frac{R_2}{R_o + R_2} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_2}}}$$

Resistencia de entrada a lazo abierto



$$R_{i_{OL}} = R_2 // R_i$$

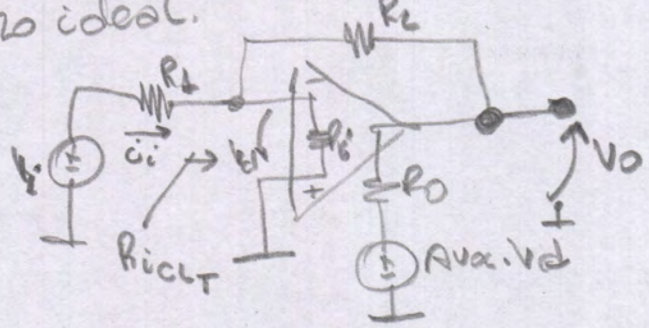
Entonces a lazo cerrado tengo:

$$\boxed{R_{i_{CL}} = \frac{R_{i_{OL}}}{1 + a \cdot f} = \frac{R_2 // R_i}{1 + A_{VOL} \cdot \frac{R_2}{R_o + R_2} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_2}}}$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty \\ R_o \to 0}} R_{o_{CL}} \to 0$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty \\ R_o \to 0}} R_{i_{CL}} \to 0$$

Amplificador inversor de tensión con operacional no ideal.



$$i_i = \frac{V_i}{R_1 + R_{iCL_T}} \; ; \; V_O = A \cdot i_i \Rightarrow V_O = A \cdot \frac{V_i}{R_1 + R_{iCL_T}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{A_V = \frac{V_O}{V_i} = \frac{A}{R_1 + R_{iCL_T}} = -\frac{1}{R_1 + R_{iCL_T}} \cdot \frac{R_2}{1 + \frac{\left(1+\frac{R_O}{R_2}\right)\left(1+\frac{R_2}{R_i}\right)}{A_{VOL}}}}$$

$$R_{iCL_T} = \frac{R_2 /\!/ R_i}{1 + A_{VOL} \cdot \frac{R_2}{R_O + R_2} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_2}}$$

La resistencia de salida, es la del amplificador de transresistencia.

$$\boxed{R_{OCL} = \frac{R_O /\!/ R_2}{1 + A_{VOL} \cdot \frac{R_2}{R_O + R_2} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_2}}}$$

La resistencia de entrada que que ve el generador de tensión de entrada será la del amplificador de transresistencia en serie con R_1:

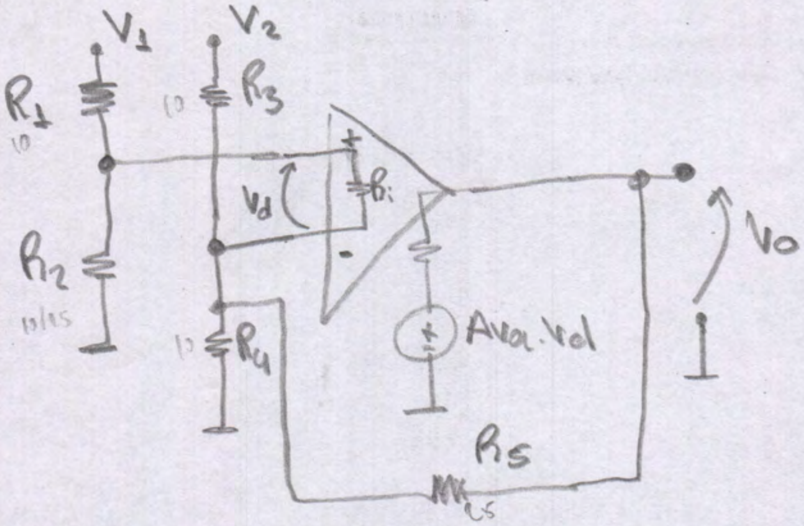
$$\boxed{R_{iCL} = R_1 + \frac{R_2 /\!/ R_i}{1 + A_{VOL} \cdot \frac{R_2}{R_O + R_2} \cdot \frac{R_i}{R_i + R_2}}}$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty \\ R_O \to 0}} A_V = -\frac{R_2}{R_1}$$

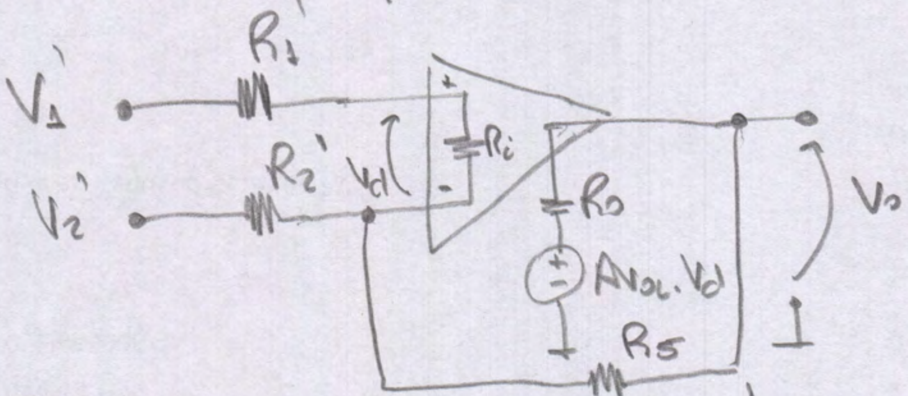
$$\lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty \\ R_O \to 0}} R_{OCL} = 0$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty \\ R_O \to 0}} R_{iCL} = R_1$$

Análisis de un amplificador diferencial en base a un amplificador operacional no ideal



Para simplificar el análisis, aplicamos el equivalente de Thevenin a los generadores y resistores a la entrada del operacional.

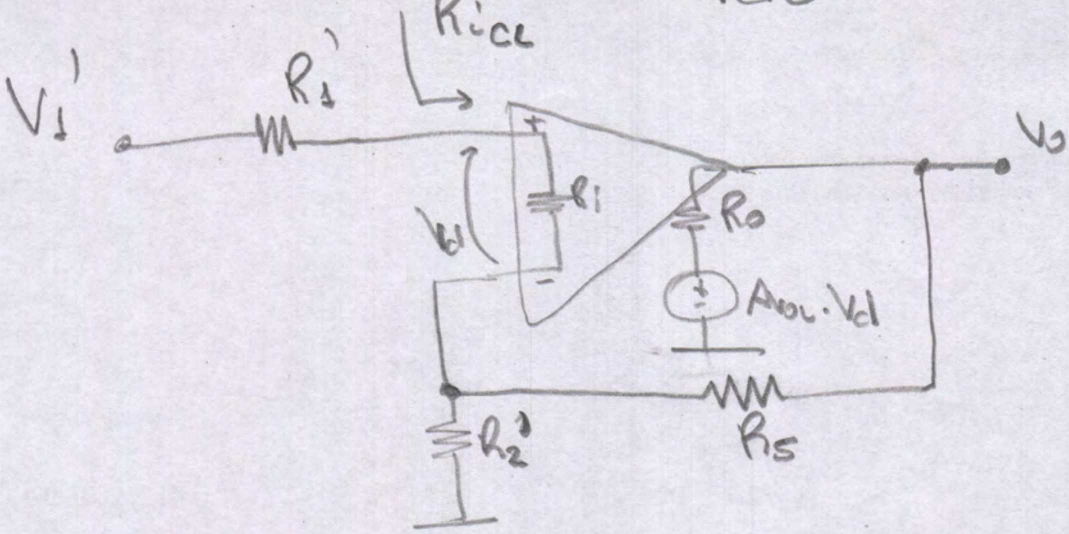


Donde: $V_1' = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2}$; $R_1' = R_1 // R_2$

$V_2' = V_2 \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4}$; $R_2' = R_3 // R_4$

Para analizar la ganancia del amplificador realimentado, aplicamos superposición, para obtener la ganancia con respecto a V_1 y V_2, esto es válido por tratarse de un circuito lineal.

Para V_1



Vemos que se trata de un amplificador no inversor, como el que ya analizamos, al cual se agrega R_i', teniendo un divisor extra en la entrada, tenemos entonces:

$$A_1' = \frac{R_{iCL}}{R_i + R_1'} \cdot \frac{R_2' + R_5}{\left(1 + \frac{R_2' // R_5}{R_i}\right)\left(\frac{R_o + R_2' + R_5}{A_{VOL}}\right) + R_2'}$$

Con respecto a V_1, tenemos:

$$\boxed{A_1 = \frac{R_{iCL}}{R_i + (R_1 // R_2)} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_3 // R_4 + R_5}{\left(1 + \frac{R_3 // R_4 // R_5}{R_i}\right)\left(\frac{R_o + R_3 // R_4 + R_5}{A_{VOL}}\right) + R_3 // R_4}}$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty\ (R_{iCL} \to \infty) \\ R_o \to 0}} A_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_3 // R_4 + R_5}{R_3 // R_4} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(1 + \frac{R_5}{R_3 // R_4}\right)$$

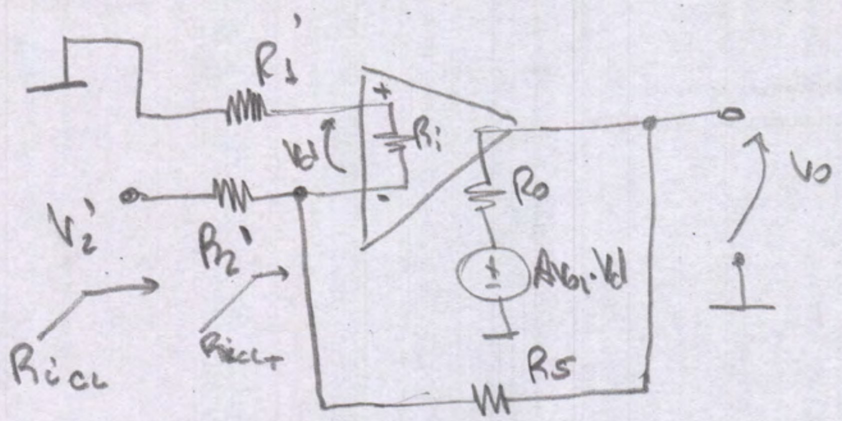
Para la resistencia de entrada usamos los resultados anteriores, obteniendo.

$$R_{iCL} = (R_i + R_1 // R_2 // R_5)\left[1 + \frac{A_{VOL} \cdot (R_1 // R_2) R_i}{(R_i + R_1 // R_2 // R_5)(R_o + R_1 // R_2 + R_5)}\right] + R_1 // R_2$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty \\ R_o \to 0}} R_{iCL} \to \infty$$

$$A_{V1} = A_1$$

Para V_2



Vemos que se trata de un amplificador inversor como el que ya analizamos, al que se agrega R_1'.

$$A_{V_2}' = -\frac{1}{R_2' + R_{iCL_T}} \cdot \frac{R_5}{1 + \frac{\left(1+\frac{R_o}{R_5}\right)\left(1+\frac{R_5}{R_i+R_1'}\right)}{A_{VOL}}}$$

$$R_{iCL_T} = \frac{R_5 /\!/ (R_i + R_1')}{1 + A_{VOL} \cdot \frac{R_5}{R_o+R_5} \cdot \frac{R_i+R_1'}{R_i+R_5+R_1'}}$$

Con respecto a V_2, tenemos:

$$\boxed{A_{V_2} = -\frac{R_4}{R_3+R_4} \cdot \frac{1}{R_3 /\!/ R_4 + R_{iCL_T}} \cdot \frac{R_5}{1 + \frac{\left(1+\frac{R_o}{R_5}\right)\left(1+\frac{R_5}{R_i+R_1/\!/R_2}\right)}{A_{VOL}}}}$$

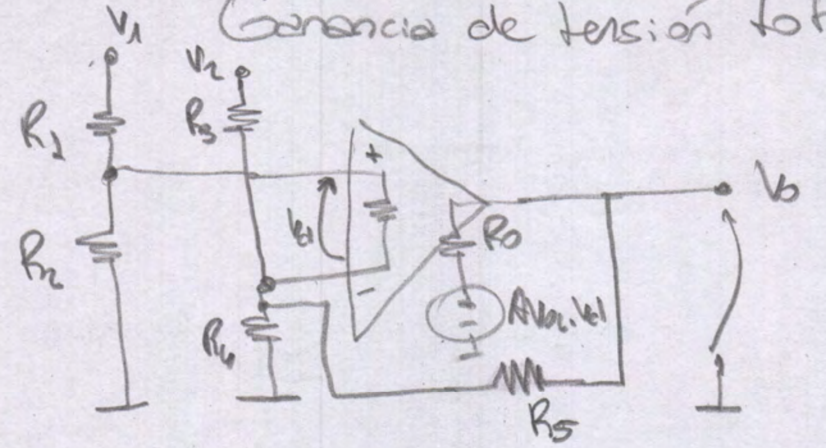
$$\lim_{\substack{A_{VOL}\to\infty \\ R_i\to\infty \\ R_o\to 0}} A_{V_2} = -\frac{R_4}{R_3+R_4} \cdot \frac{R_5}{R_3 /\!/ R_4}$$

Las resistencias de entrada y salida son:

$$\boxed{R_{i_2CL} = R_3 /\!/ R_4 + \frac{R_5 /\!/ (R_i + R_1/\!/R_2)}{1 + A_{VOL} \cdot \frac{R_5}{R_o+R_5} \cdot \frac{R_i+R_1/\!/R_2}{R_i+R_1/\!/R_2+R_5}}} \; ; \quad \lim_{\substack{A_{VOL}\to\infty \\ R_i\to\infty \\ R_o\to 0}} R_{iCL} = R_3 /\!/ R_4$$

$$\boxed{R_{oCL} = \frac{R_o /\!/ R_5}{1 + A_{VOL} \cdot \frac{R_5}{R_o+R_5} \cdot \frac{R_i+R_1/\!/R_2}{R_i+R_1/\!/R_2+R_5}}} \; ; \quad \lim_{\substack{A_{VOL}\to\infty \\ R_i\to\infty \\ R_o\to 0}} R_{oCL} = 0$$

Ganancia de tensión total



Por superposición:

$$V_o = A_{V1} \cdot V_1 + A_{V2} V_2$$

$$V_o = \frac{R_{iCL}}{R_i + (R_1 /\!/ R_2)} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_3 /\!/ R_4 + R_5}{\left(1 + \frac{R_3 /\!/ R_4 /\!/ R_5}{R_i}\right)\left(\frac{R_o + R_3 /\!/ R_4 + R_5}{A_{VOL}}\right) + R_3 /\!/ R_4} \cdot V_1 -$$

$$- \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{1}{R_3 /\!/ R_4 + R_{iCLT}} \cdot \frac{R_5}{1 + \frac{\left(1 + \frac{R_o}{R_5}\right)\left(1 + \frac{R_5}{R_i + R_1 /\!/ R_2}\right)}{A_{VOL}}} \cdot V_2$$

$$V_{OL} = \lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty \\ R_o \to 0}} V_O \quad \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left(1 + \frac{R_5}{R_3 /\!/ R_4}\right) \cdot V_1 - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_5}{R_3 /\!/ R_4} \cdot V_2$$

$$V_{OL} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left(1 + \frac{R_5}{R_3} + \frac{R_5}{R_4}\right) \cdot V_1 - \frac{R_5}{R_3} \cdot V_2$$

En el caso que: $\frac{R_2}{R_1 + R_2}\left(1 + \frac{R_5}{R_3} + \frac{R_5}{R_4}\right) = \frac{R_5}{R_3} = A_{Vd} \Rightarrow$

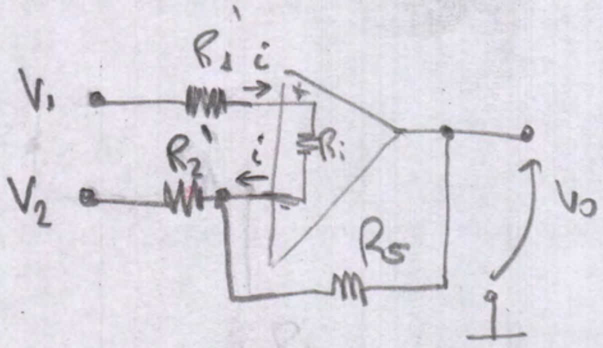
$$\Rightarrow \boxed{V_{OL} = A_{Vd} \cdot (V_1 - V_2)}$$

$$R_{id} = R_{i1\,CL} + R_{i2\,CL}$$

$$\lim_{\substack{A_{VOL} \to \infty \\ R_i \to \infty \\ R_o \to 0}} R_{id} \to \infty$$

Análisis de offset

Además del offset de tensión que el operacional tenga por su circuito interno, hay que tener en cuenta el causado por la caída en los resistores que se encuentran conectados a sus entradas.



Si asumimos $V_c = V_1 = V_2$, deberíamos tener en el caso ideal $V_0 = 0$ (no será el caso con un operacional real), pero a las entradas se les superpone entradas debidas a la caída en las resistencias vistas por las entradas, esta corriente se debe a la resistencia finita de entrada del operacional. La resistencia vista en estas condiciones por la entrada no-inversora es R_1', para la resistencia vista por la entrada inversora es $R_2' // R_5$ ($V_0 \approx 0$), con lo que se debe buscar que

$R_1' = R_2' // R_5$ para minimizar este efecto.

Ancho de banda

Los operacionales reales suelen proveer el parámetro GP (producto ganancia x ancho de banda), que se obtiene a lazo cerrado, dado que están compensados para comportarse en forma aproximada como un sistema de un solo polo. Para calcular el ancho de banda que se obtiene se debe hacer el siguiente cálculo:

$$BW = \frac{GP}{A_v}$$