Таблица производных основных функций

$\left(x^{\alpha}\right)' = \alpha x^{\alpha-1} \quad (\alpha \neq 0)$	$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$	$(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$	$\left(a^x\right)' = a^x \ln a$
$\left(e^x\right)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

Основные правила нахождения производной:

$$(c)' = 0; \quad (x)' = 1; \quad (u \pm v)' = u' \pm v'; \quad (cu)' = cu'; \quad (uv)' = u'v + uv'; \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

Если $y = f(u)$ и $u = \varphi(x)$, т.е. $y = f(\varphi(x))$, то $y'_x = y'_u u'_x$, то есть $\left(f(\varphi(x))\right)' = f'(\varphi(x))\varphi'(x)$.

Несколько примеров вычисления производных высших порядков.

	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	………	$f^{(n)}(x)$
1	a^x	$a^x \ln a$	$a^x \ln^2 a$	………	$a^x \ln^n a$
2	e^x	e^x	e^x	………	e^x
3	$\sin x$	$\cos x$	$-\sin x$	………	$\sin\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
4	$\cos x$	$-\sin x$	$-\cos x$	………	$\cos\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
5	x^{α}	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2}$	………	$\alpha(\alpha-1)\cdot\ldots\cdot(\alpha-n+1)x^{\alpha-n}$
6	$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	………	$\frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{x^n}$

Формула Лейбница.

Теорема. *Пусть функции* $u(x)$ *и* $v(x)$ *имеют на интервале* (a,b) *производные до порядка* n *включительно. Тогда для* n*-й производной их произведения справедлива следующая формула Лейбница:* $(uv)^{(n)} = \sum_{m=0}^{n} C_n^m (u)^{(n-m)} (v)^{(m)}$.

Теорема. *Функция* $y = f(x)$ *дифференцируема в точке* x *тогда и только тогда, когда в этой точке существует производная* $f'(x)$, *и в этом случае* $df(x) = f'(x)dx$.

Для дифференциалов высших порядков справедлива формула $d^n f(x) = f^{(n)}(x)dx^n$.