

# I Konkurs Facebookowego Kółka Olimpiady Matematycznej Juniorów

(27-28 stycznia 2024 r.)

1. W grupie 24 uczniów, każdy wysłał kartkę walentynkową dokładnie 12 innym uczniom. Udowodnij że istnieje para uczniów taka że wysłali sobie kartki nawzajem (czyli uczeń A wysłał kartkę uczniowi B i uczeń wysłał kartkę uczniowi A).

2. Czy istnieje liczba całkowita  $a$  taka że  $a^{2024}$  ma sumę cyfr równą 2024?

3. W trójkącie  $ABC$  wybrano punkt  $N$  na środkowej  $BM$  taki że  $AN = BC$ . Punkt  $K$  to przecięcie  $AN$  i  $BC$ . Udowodnij że  $BK = KN$

4. Dane są liczby całkowite  $x$  i  $y$  takie że  $x + y \neq 0$ . Znajdź wszystkie pary  $(x, y)$  takie że

$$\frac{x^2 + y^2}{x + y} = 6.$$

5. W trójkącie  $ABC$  punkty  $M$  i  $N$  to środki odpowiednio  $AB$  i  $BC$ . Punkt  $P$  to środek  $AM$ . Udowodnij że  $CM$  przecina  $PN$  w połowie

Informacje dla uczestnika:

1. Na rozwiązywanie zadań i zapisanie rozwiązań należy poświęcić co najwyżej trzy godziny zegarowe.
2. Zadania należy rozwiązywać samodzielnie, bez korzystania z pomocy osób trzecich, komputera (w tym forów internetowych) oraz innych urządzeń elektronicznych i pomocy naukowych (w tym książek oraz zeszytów).
3. Rozwiązania zadań należy przesłać na adres:

email@gmail.com:

najpóźniej do dnia **28 stycznia 2023 r. (niedziela), godz. 23:59.**