TÉCNICAS DE SIMULACIÓN
OCTUBRE 2021 – MARZO 2022
EXAMEN PARCIAL - CAPÍTULO II

NOMBRE: Aldo René Mazón Mazón
CODIGO: 6643

(2 PUNTOS)

Un promedio de 10 automóviles por hora llegan a un cajero con un solo servidor que proporciona servicio sin que uno descienda del automóvil. Suponga que el tiempo de servicio promedio por cada cliente es 4 minutos, y que tanto los tiempos entre llegadas y los tiempos de servicios son exponenciales. El cajero está habilitado 12 horas diarias. Determine:

a. ¿Cuál es la probabilidad que el cajero esté ocioso?
b. ¿Cuál es el número promedio de automóviles que están en la cola del cajero?
c. ¿Cuál es el tiempo promedio que los clientes pasan en el estacionamiento del banco?
d. Cantidad de autos diarios que deberán esperar para ser atendidos.
e. Costo total diario ocasionado en el sistema del cajero si el costo de funcionamiento del mismo es aproximado a 100 dólares diarios y por cada hora que los autos deben esperar representa una pérdida de 10 dólares.
f. Considerando los costos unitarios expuestos en el literal anterior y que sería factible mantener una única cola de automóviles a ser atendidos por varios cajeros. ¿Cuántos servidores deberían estar en funcionamiento para minimizar los costos?

EXPONGA LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- Desarrollo inicial del problema, identificación del tipo de problema, parámetros y datos del sistema, verificación de condición de estabilidad (si se requiere):

Parámetros

M	∞
k	1
λ	10 a/h
μ	15 a/h
hs	12

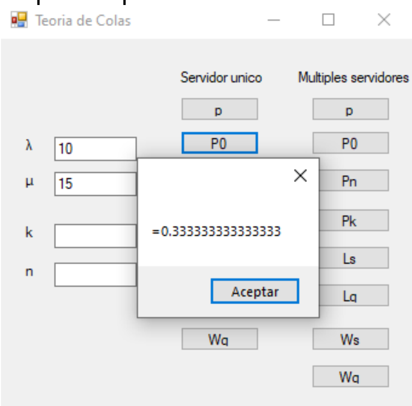
Tipo de problema: PICS
Condición de estabilidad: $\frac{10}{15} < 1 \rightarrow 0.66 < 1$, Cumple la condición de estabilidad

- Desarrollo del literal a):
Aplicamos la fórmula para encontrar la probabilidad de hallar el sistema ocioso.

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\boldsymbol{P_0} = 0.33$$

Captura Aplicación:



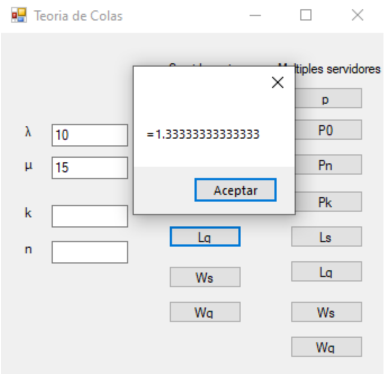
R. La probabilidad de hallar el sistema ocioso es de **0.33**

- Desarrollo del literal b):
  Aplicamos la fórmula para encontrar número esperado de clientes en la cola.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$\boldsymbol{L_q} = 1.33$$

Captura Aplicación:



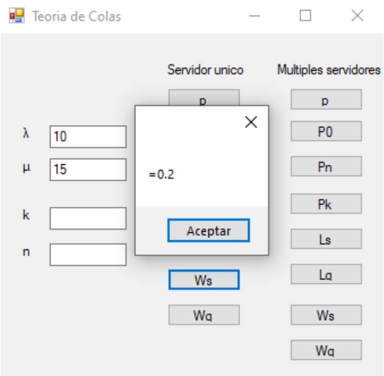
R. El número promedio de automóviles que están en la cola del cajero es de **1.33 automóviles**.

- Desarrollo del literal c):
  Aplicamos la fórmula que calcula el tiempo esperado en el sistema.

$$W = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

$$\boldsymbol{W} = 0.2 \text{ h}$$

Captura Aplicación:



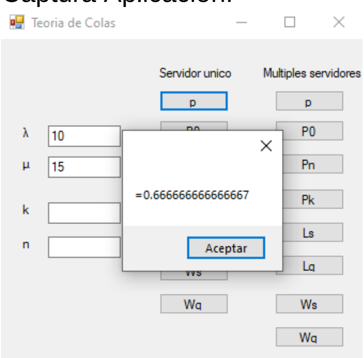
R. El tiempo promedio que los clientes pasan en el estacionamiento del banco es de 0.2 horas (12 minutos)

- Desarrollo del literal d):
  Cantidad de autos diarios que deberán esperar para ser atendidos.
  Para encontrar la respuesta, encontramos la probabilidad que tienen los usuarios para hallar el sistema ocupado

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\boldsymbol{\rho} = 0.66$$

Captura Aplicación:



Esta probabilidad la multiplicamos por lambda (probabilidad de automóviles que llegan por hora) y por la cantidad de horas servicio diarias.

$$\boldsymbol{CDE = \rho * \lambda * 12}$$

$$\boldsymbol{CDE} = 0.66 * 10\frac{a}{h} * 12h$$

$$\boldsymbol{CDE} = 79.99\ automóviles$$

R. La cantidad de autos diarios que deben esperar para ser atendidos es aproximadamente **80 automóviles**.

- Desarrollo del literal e):

$\boldsymbol{CT_S} = 100\ \$/d$

$\boldsymbol{C_{TE}} = 10\ \$/h$

$$\boldsymbol{CT} = CT_S + CT_{TE}$$

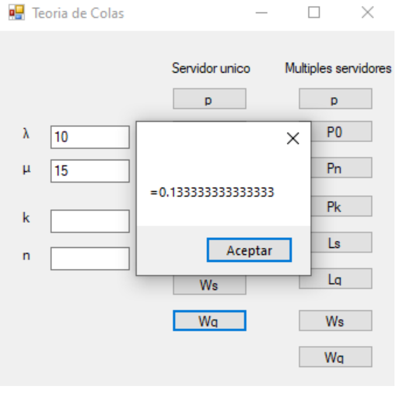
$\boldsymbol{CT_{TE} = \lambda * 12 * W_q * C_{TE}}$

Encontramos W_q:

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$\boldsymbol{W_q} = 0.133$$

Captura Aplicación:



Encontramos el Costo diario por el tiempo de espera en cola:

$$\boldsymbol{CT_{TE} = \lambda * 12 * W_q * C_{TE}}$$

$$\boldsymbol{CT_{TE}} = 10\frac{a}{h} * 12 * 0.133\frac{h}{a} * 10\frac{\$}{h}$$

$$\boldsymbol{CT_{TE}} = 159.6\frac{\$}{d}$$

Encontramos el Costo total diario:

$$\boldsymbol{CT} = CT_S + CT_{TE}$$

$$\boldsymbol{CT} = 100\frac{\$}{d} + 159.6\frac{\$}{d}$$

$$\boldsymbol{CT} = 259.6\frac{\$}{d}$$

R. El costo total diario ocasionado por el cajero es **259.6 dólares por día**.

- Desarrollo del literal f):

PICM
k = 2

$\boldsymbol{CT_S} = 100\frac{\$}{d} * 2 = 200\frac{\$}{d}$

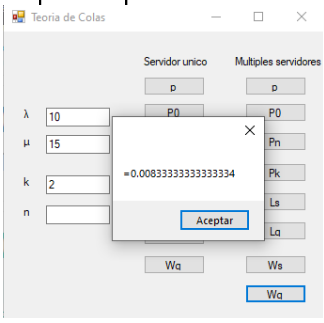
$\boldsymbol{C_{TE}} = 10\ \$/h$

Encontramos W_q:

$$W_q = \frac{\mu(\lambda/\mu)^k P_0}{(k-1)!(k\mu-\lambda)^2}$$

$$\boldsymbol{W_q} = 0.0083$$

Captura Aplicación:



Encontramos el Costo diario por el tiempo de espera en cola:

$$\boldsymbol{CT_{TE}} = \lambda * \mathbf{12} * \boldsymbol{W_q} * \boldsymbol{C_{TE}}$$

$$\boldsymbol{CT_{TE}} = 10\frac{a}{h} * 12 * 0.0083\frac{h}{a} * 10\frac{\$}{h}$$

$$\boldsymbol{CT_{TE}} = 9.96\frac{\$}{d}$$

Encontramos el Costo total diario:

$$\boldsymbol{CT} = CT_S + CT_{TE}$$

$$\boldsymbol{CT} = 200\frac{\$}{d} + 9.96\frac{\$}{d}$$

$$\boldsymbol{CT} = 209.96\frac{\$}{d}$$

Tener 2 servidores en funcionamiento es más económico

k = 3

$\boldsymbol{CT_S} = 100\frac{\$}{d} * 3 = 300\frac{\$}{d}$

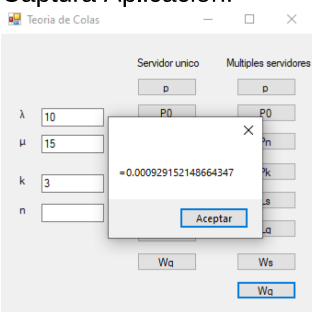
$\boldsymbol{C_{TE}} = 10\ \$/h$

Encontramos W_q:

$$W_q = \frac{\mu(\lambda/\mu)^k P_0}{(k-1)!(k\mu-\lambda)^2}$$

$$\boldsymbol{W_q} = 0.00092$$

Captura Aplicación:



Encontramos el Costo diario por el tiempo de espera en cola:

$$\boldsymbol{CT_{TE}} = \lambda * \mathbf{12} * \boldsymbol{W_q} * \boldsymbol{C_{TE}}$$

$$\boldsymbol{CT_{TE}} = 10\frac{a}{h} * 12 * 0.00092\frac{h}{a} * 10\frac{\$}{h}$$

$$\boldsymbol{CT_{TE}} = 1.10\frac{\$}{d}$$

Encontramos el Costo total diario:

$$\boldsymbol{CT} = CT_S + CT_{TE}$$

$$\boldsymbol{CT} = 300\frac{\$}{d} + 1.10\frac{\$}{d}$$

$$\boldsymbol{CT} = 301.10\frac{\$}{d}$$

Tener 3 servidores en funcionamiento es más costoso que tener 2 servidores

R. Tener **2 servidores** en funcionamiento es la forma más efectiva de minimizar los costos.