## Первая интерполяционная формула Ньютона

Интерполирующий полином ищется в виде

*Pn* (*x*)  *a*0  *a*1(*x*  *x*0 )  *a*2 (*x*  *x*0 )(*x*  *x*1)  ...  *an* (*x*  *x*0 )*...*(*x*  *xn*1). (5)

Построение многочлена сводится к определению коэффициентов *аi*.. При записи коэффициентов пользуются конечными разностями.

Конечные разности первого порядка запишутся в виде:

*y*0 = *y*1 – *y*0;

*y*1 = *y*2 – *y*1;

…

*yn*-1 = *yn* – *yn*-1,

где *yi* – значения функции при соответствующих значениях *xi*.

Конечные разности второго порядка:

2*y*0 = *y*1 – *y*0;

2*y*1 = *y*2 – *y*1;

…

2*yn*-2 = *yn*-1 – *yn*-2.

Конечные разности высших порядков найдутся аналогично:

*ky*0 = *k*-1*y*1 – *k*-1*y*0;

*ky*1 = *k*-1*y*2 – *k*-1*y*1;

…

*kyn*-2 = *k*-1*yn-1* – *k*-1*yn*-2.

Коэффициенты *а*0, *а*1,..., *аn* находятся из условия *Pn* (*xi*) = *yi*. Находим *a*0, полагая *x*=*x*0,

*a*0=*P*(*x*0)=*y*0.

Далее подставляя значения *x*=*x*1, получим:

*Pn* (*x*1) = *y*1 = *y*0 +*a*1(*x*1 – *x*0),

*a*1 

*y*1  *y*0 *x*1  *x*0

 *y*0 .

*h*

Для определения *а*2, полагая *x*=*x*2, получим

*y*0

*Pn*(*x*2) = *y*2 = *y*0+ *h* (*x*

2 – *x*0)+*a*2(*x*2

– *x*0)(*x*2 – *x*1) = *y*0+2*y*0+*a*22*h*2;

*a*2 =

*y*2  *y*0  2*y*0 2*h*2

= *y*2  *y*0  2 *y*1  2 *y*0 =

2*h*2

*y*2  2 *y*1  *y*0 =

2*h*2

= ( *y*2  *y*1)  ( *y*1  *y*0 ) 2*h*2

= *y*1  *y*0

2*h*2

2 *y*0

= 2!*h*2 .

Общая формула для нахождения всех коэффициентов имеет вид

*i y*0

где *i*=1…*n*.

В результате (5) примет вид

Δ*y*0

*ai* 

*i*!*hi*

,

Δ 2 *y*0

*Pn* (*x*)  *y*0 

1!*h*

(*x*  *x*0 ) 

2!*h* 2

(*x*  *x*0 )(*x*  *x*1)  *...*

(6)

* + - * Δ *n y*0

*n*!*h n*

(*x*  *x*0 )...(*x*  *xn*1 ).

Данный многочлен называют первым полиномом Ньютона