**Метод Якоби**

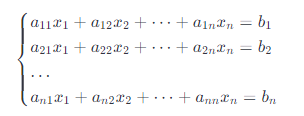
Метод Якоби является одним из итерационных методов решения системы линейных алгебраических уравнений вида:

**Ax**=**b**

где A — матрица коэффициентов, x— вектор переменных, b— вектор свободных членов.

**Итерационный процесс**

Рассмотрим систему линейных уравнений, заданную в виде:



Для применения метода Якоби мы можем выразить каждую переменную *xi*​ через остальные переменные. Это можно записать следующим образом:

Теперь, чтобы провести итерационный процесс, мы обозначим текущие значения переменных на k*k*-ой итерации как xi(k)*xi*(*k*)​. Тогда для получения новых значений на (k+1)(*k*+1)-ой итерации мы можем записать:

Таким образом, на каждой итерации мы обновляем значения переменных, используя старые значения из предыдущей итерации.

**Итерационная формулировка**

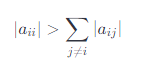
В более компактной форме итерационный процесс можно записать как:

где:

* **D** — диагональная матрица, составленная из диагональных элементов матрицы **A**,
* **L** — нижняя треугольная матрица, содержащая элементы ниже главной диагонали,
* **U** — верхняя треугольная матрица, содержащая элементы выше главной диагонали.

**Условие сходимости**

Матрица **A** должна быть строго диагонально преобладающей, то есть для каждой строки *i* должно выполняться:

****

**Вычислительная сложность**

Вычислительная сложность метода Якоби составляет *O*(*n*2) на каждую итерацию, где *n* — размерность системы. Это связано с необходимостью вычисления новых значений для всех компонент вектора **x**(*k*+1) на основе значений вектора **x**(*k*).

**Условие остановки**



где *ϵ* — заданная положительная константа, а ∥⋅∥ — выбранная норма

**Достоинства**:

Простота реализации.

Возможность параллельного вычисления неизвестных.

**Недостатки**:

Сходимость может быть медленной, особенно для плохо обусловленных систем.

Не всегда сходится для произвольных матриц **A**.