# 浅い積雲のパラメタリゼーション

### 2021年2月25日

## 1 浅い積雲の概要

浅い積雲は熱帯や亜熱帯で対流雲の中では最も頻度が多く、大気放射によるエネルギー収支を介して気候に与える影響が重要視されている(Stevens, 2005). 浅い積雲は境界層の大気を自由大気へ輸送する役割を担っており、降水を伴わないことが多く、深い対流のように降水性の下降流が地表まで到達しないことが特徴である.

浅い積雲対流が発生する境界層の鉛直構造について簡単に説明する. 地表面が太陽光によって温められた,または上方から冷たい空気が流れ込んだとき,大気の最下層では対流不安定のエネルギーが乱流によって散逸し,海面からおよそ 600m から 800m の厚さで温位や水蒸気量がほぼ鉛直一様に分布する混合層を形成する. 混合層の上端には弱い安定成層の遷移層があり,ここに対流不安定による上昇流が凝結を始める高度 (lifting condensation level, LCL) が位置する. これより上では温度は湿潤断熱減率に従って変化し,上昇流は雲として観察される. さらに上昇して上向きの浮力を受けるようになる高度 (level of free convection, LFC) より上まで達する雲は周囲の空気と混合しながら成長を続ける. この対流雲の成長は自由大気下端の温度逆転層で制限され,地表から 2km 程度に雲頂を持つことが多い.

従来の MIROC では、Chikira and Sugiyama (2010) が提唱した積雲スキームが様々なタイプの積雲を広く表現することを理想としているが、低緯度域の海上で下層雲を過小評価する傾向がある.これに対処し現在気候の再現性を高めるため MIROC6 から浅い対流のパラメタリゼーションが導入された.(Tatebe et al., 2019, Ogura et al., 2017, Ogura, 2015).当該のパッケージ pshcn.F は PSHCN と DISTANCE のサブルーチンから成る.PSHCN の主な入力変数は気温、水蒸気量、雲水量、雲水量である.浅い積雲対流の鉛直輸送に応じた液滴温位、総水量、雲氷量、水平風速を予報し、さらに雲量および降水量を診断する.DISTANCE は PSHCN 内部で実行され、浅い対流の浮力上昇および環境場との混合の程度を計算するものである.様々な物理過程の中で浅い積雲が発生する条件の判定には深い対流のパラメタリゼーション (CUMULUS) で診断された変数の値を参照するため、PSHCN および DISTANCE は CUMULUS の後に雲量の診断を経て実行される.また、降水を陸面や海洋のモデルで参照するため、地表面過程 (SURFCE) よりも前に実行する必要がある.

## 2 雲モデルの基本

格子内の雲は主に Bretherton et al. (2004) や Park and Bretherton (2009) で考案された枠組みを元にモデル化する. このスキームではシンプルな雲のプルームモデルを採用し上昇流による保存量の鉛直輸送および

降水を計算する.一つの水平格子内の浅い積雲の集団を単一の上昇流プルームで表現し、これが周囲の環境と 水平方向の混合 (エントレインメント・デトレインメント) を起こすものとする. この上昇流の鉛直輸送のフ ラックスを以下の形で仮定する.

$$\rho \overline{w'\psi'} \approx M_u(\psi_u - \overline{\psi}) \tag{1}$$

ただし  $M_u = \rho_u \sigma_u w_u$  は上昇流のマスフラックス  $(\rho_u, \sigma_u, w_u)$  はそれぞれ上昇流内の密度, 格子内で上昇流 が占める面積比, 上昇流の速度),  $\psi_u$  は積雲対流で運ばれる何らかの保存量(液滴温位, 総水量, 運動量の水 平成分)の上昇流内の代表値, $\overline{\psi}$  は同じ保存量の環境場での代表値を表す.この式における未知数  $M_u$ ,  $\psi_u$  の 鉛直プロファイルを求めることで浅い積雲による鉛直輸送の効果を計算する。質量と保存量それぞれのフラッ クスの診断式は

$$\frac{\partial M_u}{\partial z} = E - D \tag{2}$$

$$\frac{\partial M_u}{\partial z} = E - D \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\psi_u M_u) = X_{\psi} + S_{\psi} M_u \tag{3}$$

のように書ける.ただし $X_{\psi}$  は環境場との水平方向の混合, $S_{\psi}$  はソース項,E および D はエントレインメ ント割合で,

$$E = \tilde{E}M_u \tag{4}$$

$$D = \tilde{D}M_u \tag{5}$$

として質量フラックスに対する比の形で記述する.  $\overline{\psi}$  を格子平均値で代表させ, 水平混合の項を  $X_{\psi}=$  $E\overline{\psi} - D\psi_u$  でパラメタライズすることで、上記のフラックス診断式は

$$\frac{\partial M_u}{\partial z} = M_u(\tilde{E} - \tilde{D}) \tag{6}$$

$$\frac{\partial \tilde{\psi}_u}{\partial z} = \tilde{E}(\overline{\psi} - \psi_u) + S_{\psi} \tag{7}$$

となる。 ${
m MIROC6}$  では  $S_{\psi}$  として降水に伴う液滴温位の変化や,サブグリッドの気圧傾度が水平運動量に及 ぼす影響を別途計算している. (6),(7) の連立方程式は  $\tilde{D}$  と  $\tilde{E}$  の二つのパラメーターについてのクロージャー 問題に帰着する.3.4 節の方法で  $\tilde{D}$  と  $\tilde{E}$  を求め,雲底での境界条件とともに微分方程式を解くことで  $M_u$  と  $\psi_u$  の鉛直プロファイルを求める.

## PSHCN での計算

計算手順の概略は以下の通り.

- 温度 T,水蒸気量  $q_v$ ,雲水量  $q_l$ ,雲氷量  $q_i$  の入力から液滴温位  $\theta_l$  と総水量  $q_t$  を診断する
- 雲底における上昇流のマスフラックス Mu を診断する
- 雲底高度を診断する
- 浅い積雲の有無を診断する
- 上昇流内での  $M_u$ ,  $\theta_l$ ,  $q_t$ 、水平風速 u、v の鉛直プロファイルを診断する
- $\theta_l$ ,  $q_t$ ,  $q_i$ , u, v, 液滴温度  $T_l$  を予報する
- $T_l$  と  $q_t$  から T,  $q_v$ ,  $q_l$  を診断する

#### 3.1 下部境界条件:雲底での質量フラックスの診断

雲底での質量フラックスは、境界層内部の乱流運動エネルギーと境界層上部の対流抑制(convective inhibition, CIN)に依存するように定式化する。まず浅い積雲が存在する層全体で上昇流速の鉛直分布について

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial z}w_u^2 = aB_u - b\tilde{E}w_u^2 \tag{8}$$

が成り立つものとする。 $B_u$  は上昇流内の浮力,a,b は経験的な定数であり,右辺第一項は浮力による加速,第二項はエントレインメントによるドラッグを意味する。LFC より下ではエントレインメントは起こらないものと仮定し,上の式を雲底から LFC まで積分することにより,上昇プルームが混合層から LFC まで達するための雲底での上昇流速の臨界値  $w_c$  が次のように求められる

$$w_c = \sqrt{2a(CIN)}. (9)$$

この臨界値  $w_c$  を超えた上昇流が雲底から入ってくることになる. CIN の導出は Bretherton et al. (2004) Appendix C にならい,

$$CIN = [B_u(p_{base}) + B_u(p_{LCL})] \frac{p_{LCL} - p_{base}}{g(\rho_{LCL} + \rho_{base})} + B_u(p_{LCL}) \frac{p_{LFC} - p_{LCL}}{g(\rho_{LFC} + \rho_{LCL})}$$
(10)

とする.以降の式でも添字 base は混合層上端での値であることを示す.なお MIROC6 では実装に際して簡略化のため  $B_u(p_{base})$  はゼロとして計算している.

次に雲底での鉛直流についての情報を得るため,wの分布は $k_f e_{avg}$ に等しい分散を持つガウス分布

$$f(w) = \frac{1}{2\pi k_f e_{avg}} \exp\left[-\frac{w^2}{2k_f e_{avg}}\right]$$
(11)

であると仮定する。 $e_{avg}$  は MIROC の乱流・鉛直拡散スキームで診断された平均の乱流運動エネルギー, $k_f$  は乱流運動エネルギーが鉛直と水平の各方向に分配される比率で,LES での検証に基づく推奨値は 0.5 である。 臨界値  $w_c$  を超える全ての範囲で上記の分布に従う上昇流速の期待値を取ることで,雲底における質量フラックス  $M_{u,base}$  を次のように診断する

$$M_{u,base} = \overline{\rho_{base}} \int_{w_c}^{\infty} w f(w) dw$$
 (12)

$$= \overline{\rho_{base}} \sqrt{\frac{k_f e_{avg}}{2\pi}} \exp\left[-\frac{w_c^2}{2k_f e_{avg}}\right]. \tag{13}$$

ここで  $\overline{\rho_{base}}$  は自由対流高度での大気の密度である.この質量フラックスは境界層の乱流運動エネルギーが大きいほど大きく,CIN が大きいほど小さくなるようになっている.

#### 3.2 雲底高度の診断

雲底高度は境界層上端と LCL の間に設定することになっており、CIN が大きいほど雲底が低くなる形を取る. 境界層の上端は相対湿度の鉛直勾配が最大になる高度として診断し、これと LCL とのうち高い方を  $z_{Hi}$ 、低い方を  $z_{Lo}$  とすれば、雲底高度  $z_{base}$  は

$$z_{base} = z_{Hi} - (z_{Hi} - z_{Lo}) \frac{CIN - CIN_{Lo}}{CIN_{Hi} - CIN_{Lo}}$$
(14)

とする. ただし  $CIN_{Hi}$ ,  $CIN_{Lo}$  はそれぞれ CIN の典型的な値に対して  $CIN_{Lo} \leq CIN \leq CIN_{Hi}$  となるような定数である.

## 3.3 浅い積雲の有無の判定

各水平格子について、以下の条件によって浅い積雲対流が発生するかどうかを判定する.

- 推定逆転層強度 (estimated inversion strength, EIS; Wood and Bretherton, 2006) がある閾値を超える場合は、層積雲が卓越する環境場であると判断し、浅い積雲は発生させない。この基準は、気候モデルの鉛直解像度では境界層の上にできる薄く強い逆転層を十分に表現できず、CIN の過小評価により浅い積雲が過大に表現される問題があるため導入されている。EIS は  $EIS = \theta_{700} \theta_0 \Gamma_m^{850}(z_{700} LCL)$ で求める。ただし  $\theta_{700}$ 、 $\theta_0$  はそれぞれ 700hPa と地表面での温位、 $\Gamma_m^{850}$  は 850hPa 高度の湿潤断熱減率、 $z_{700}$  は 700hPa 高度である。
- 深い積雲のスキームで診断された積雲対流の深さが特定の閾値を超えた場合,深い対流が卓越する環境場であるとし、浅い積雲は発生させない.
- 浅い積雲に伴う上昇流の面積が或る閾値を越えない場合浅い積雲の計算を省略する.

### 3.4 上昇流フラックスの鉛直プロファイルの診断

浅い積雲が発生すると判定された格子では,上述の雲底高度に輸送される量  $\psi_u$  の境界層格子平均値と雲底の質量フラックス  $M_{u,base}$  を与え,エントレインメントとデトレインメントを計算していく.エントレインメントとデトレインメントの比率  $\tilde{E}$ , $\tilde{D}$  を決定するプロセスは Kain and Fritsch (1990) などでも用いられている浮力ソートの考え方を利用する.厚さ  $\delta z$  の層内で,環境場の空気  $\delta M_e$  と上昇流内の空気  $\delta M_u$  が等しく  $\tilde{E}_0 M_u \delta z$  ずつ水平混合に関与して様々な混合状態のスペクトルを成す状況を考える.混合に関与する全質量フラックスは  $2\tilde{E}_0 M_u \delta z$  である.ただし  $\tilde{E}_0$  は  $\tilde{E}_0 = c_0/H$  で与えられる量で  $c_0$  は経験定数,H は地表からの高さである.混合空気内では,環境場からの空気が比率  $\chi$  を占めるような混合状態が確率密度  $q(\chi)$  で存在しており,ここでは計算を簡単にするため  $\chi=0$  の純粋な湿潤空気から  $\chi=1$  の純粋な環境場の空気までの混合状態が一様な確率で分布していると考える (Kain-Fritsch スキームではガウス分布を仮定している).この混合空気にはたらく浮力を元にエントレインメントまたはデトレインメントが判定され,この過程で PSHCNの内部でサブルーチン DISTANCE が呼び出される.上昇流の液水温位 (THETLU) とエントレインメント・デトレインメントの判定のブール値 (JUDGE) が出力変数である.

エントレインメントの条件は以下のように判定される。まず上昇流が飽和しているかを判断し、飽和していなければエントレインメントは起こらない。次にパーセルに働く浮力を環境場の仮温位  $\overline{\theta_v}$ , 上昇流内の仮温 位  $\theta_{vu}$  を用いて

$$B_u = g \frac{\theta_{vu} - \overline{\theta_v}}{\overline{\theta_v}} \tag{15}$$

で計算し,正の浮力を持つ場合にはエントレインメントが起こるとする. さらに,浮力が負の場合でも慣性によってある渦混合距離  $l_c$  を超えて上昇し続けることができる場合にはエントレインメントが起こるものとする. 混合距離は  $l_c \equiv c_1 H$  で定義する. ただし定数  $c_1 = 0.1$  は貿易風帯のケースに最適化した値を使用してい

#### る. 上昇流内の浮力 $B_u$ が臨界値

$$B_c = -\frac{1}{2} \frac{w_u^2}{l_c} \tag{16}$$

を超えていればエントレインメントが起こると判定され、それ以外の混合空気はすべてデトレインされる. 負 の浮力を受けながら距離  $l_c$  だけ上昇できるような混合状態の臨界値  $\chi_c$  が求まれば,エントレインメントに よって上昇流内に取り込まれる環境場の空気とデトレインメントによって環境場へ放出される上昇流内の空気 はそれぞれ

$$M_u \tilde{E} = 2\tilde{E}_0 M_u \int_0^{\chi_c} \chi q(\chi) d\chi = \tilde{E}_0 M_u \chi_c^2$$
(17)

$$M_u \tilde{D} = 2\tilde{E}_0 M_u \int_{\chi_c}^{1} (1 - \chi) q(\chi) d\chi = \tilde{E}_0 M_u (1 - \chi_c)^2$$
(18)

のようになる. これにより

$$\tilde{E} = \tilde{E}_0 \chi_c^2 \tag{19}$$

$$\tilde{D} = \tilde{E}_0 (1 - \chi_c)^2 \tag{20}$$

(21)

として(6),(7)の連立方程式を以下のように求めることができる.

$$\frac{1}{M_u} \frac{\partial M_u}{\partial z} = \tilde{E} - \tilde{D} = \tilde{E}_0(2\chi_c - 1) 
\frac{\partial \psi_u}{\partial z} = \tilde{E}(\overline{\psi} - \psi_u) + S_{\psi} = \tilde{E}_0\chi_c^2(\overline{\psi} - \psi_u) + S_{\psi}.$$
(22)

$$\frac{\partial \psi_u}{\partial z} = \tilde{E}(\overline{\psi} - \psi_u) + S_{\psi} = \tilde{E}_0 \chi_c^2(\overline{\psi} - \psi_u) + S_{\psi}. \tag{23}$$

(24)

ただし  $\chi_c$  は混合空気の仮温位

$$\theta_v(\chi) = \theta_{vu} + \chi \left[ \beta(\overline{\theta_l} - \theta_{lu}) - \left( \frac{\beta L}{c_p \Pi} - \theta_u \right) (\overline{q_t} - q_{tu}) \right]$$
(25)

(Bretherton et al., 2004) をもとに導出する. ただし  $\beta$  は Randall (1980) で定義された温度と圧力に依存す る熱力学パラメーター, $\overline{\theta_l}$  は環境場の液滴温位, $\theta_{lu}$  は上昇流内の液滴温位, $\theta_u$  は上昇流内の温位, $\overline{q_t}$  は環境 場の総水量, $q_{tu}$  は上昇流内の総水量,L は水の蒸発熱, $c_p$  は乾燥空気の定圧比熱, $\Pi$  はエクスナー関数.

以上によって $w_u$ ,  $M_u$ ,  $\psi_u$  の鉛直プロファイルについての支配方程式(8), (21), (22) が揃う. これを離散 化し、3.1 の下部境界条件を用いて上方に一層ずつ積分していくことで各物理量の鉛直プロファイルを求める.

さらに  $\psi_u$  の中の液滴温位と総水量から雲水量  $q_l$  と水蒸気量  $q_v$  を診断する. 閾値を上回った雲水は雨水  $q_r$ として落下させ, $q_r$  の生成量に応じて液滴温位を更新する.これが (22) の  $S_\psi$  に相当する.続いて  $w_u$  およ び  $M_{u,base}$  と整合するように上昇流の面積を各層で診断する.雲頂高度は  $w_u$  または上昇流面積が下限値の定 数を下回る高さとする.

なお、本パラメタリゼーションでの保存量の鉛直フラックスの定式化は、格子の下端から流入する上昇流は 時間ステップ  $\Delta t$  で格子内の大気を全て入れ替えるほど大きくないと仮定しているに等しい. よって上昇流の 質量フラックスを求める際には次のような上限を課して数値不安定を防いでいる.

$$M_u = min. \left( M_u, \frac{\rho \Delta z}{\Delta t} \right) \tag{26}$$

## 参考文献

- [1] Bretherton, C. S., J. R. McCaa, and H. Grenier, 2004: A new parameterization for shallow cumulus convection and its application to marine subtropical cloud-topped boundary layers. Part I: description and 1D results, *Mon. Wea. Rev.*, 132, 864-882.
- [2] Kain, J. S., and J. M. Fritsch, 1990: A one-dimensional entraining/detraining plume model and its application in convective parameterization, J. Atmos. Sci., 47, 2784-2802.
- [3] Park, S. and C. S. Bretherton, 2009: The University of Washington shallow convection and moist turbulence schemes and their impact on climate simulations with the Community Atmosphere Model, J. Clim, 22, 3449-3469.
- [4] Randall, D. A., 1980: Conditional instability of the first kind upside-down. *J. Atmos. Sci.*, 37, 125–130.
- [5] Ogura, T., 2015: Implementation of a shallow convection parameterization. Program for Risk Information on Climate Change, Progress report 2014, 126-131.
- [6] Wood, R. and C. S. Bretherton, 2006: On the relationship between stratiform low cloud cover and lower-tropospheric stability. *J. Clim*, 19, 6425–6432.
- [7] Stevens, B., 2005: Atmospheric Moist Convection, Annu. Rev. Earth Planet. Sci., 33, 605-643.
- [8] Tatebe, H., T. Ogura, T. Nitta, et al., 2019: Description and basic evaluation of simulated mean state, internal variability, and climate sensitivity in MIROC6. Geosci. Model Dev., 12, 2727-2765.
- [9] Ogura, T., H. Shiogama, M. Watanabe, et al., 2017: Effectiveness and limitations of parameter tuning in reducing biases of top-of-atmosphere radiation and clouds in MIROC version 5. Geosci. Model Dev., 10, 4647-4664.
- [10] Chikira, M. and M. Sugiyama, 2010: A cumulus parameterization with state-dependent entrainment rate. Part I: Description and sensitivity to temperature and humidity profiles. J. Atmos. Sci., 67, 2171–2193