

CCSR/NIES AGCM Ver. 5.6

マニュアル (解説編)

1995 年 1 月 19 日 初版

1997 年 3 月 14 日 1.1 版

## はしがき

本マニュアルは東京大学気候システム研究センター (CCSR) と国立環境研究所 (NIES) の共同で開発された大気大循環モデル (Atmospheric General Circulation Model, AGCM) について述べたものである。

本マニュアルは2冊構成となっている。第1冊となる利用編はCCSR/NIES AGCMの利用について、ソースの展開・コンパイルから必要な設定、実行、結果の表示、利用のヒントなどについて述べたものである。特に初心者のためにはソースコードの基礎知識や変数の一覧、GCMの出力の可視化に必要となるGTOOL3やGrADSの簡単な解説などが付録として整備されている。

第2冊となる解説編はCCSR/NIES AGCMの内部構造について、元となる方程式系や仮定、モデル化の詳細について、モデルの実行順にプロセスごとに述べたものである。

本マニュアルのうち、利用編は沼口 敦博士 (現・北海道大学) が作成した文書Using.docをもとに、井上孝洋氏 (三和総研) が加筆修正・LaTeXによる清書を行なったものであり、さらに渡部雅浩 (CCSR) が現在のバージョンに合わせて修正を加えた。一方、解説編については、やはりソースアーカイブに付属の文書「CCSR/NIES AGCMの解説」を元に井上氏が清書・語句修正を行なったものであるが、内容的な変更はほとんどない。ただし、解説編はバージョン5.4.02以降の更新がなされていないので、以降の変更はアーカイブのdoc/以下のREADME, ChangeLogも参照のこと。

# 目次

第 1 章	モデルの概要	1
1.1	CCSR/NIES AGCM の特徴	1
1.2	モデルの機能と構造	1
1.2.1	モデルの基本的な機能	1
1.2.2	モデル実行の流れ	3
1.2.3	予報変数	3
1.2.4	変数の時間発展の流れ	4
1.3	基本的な設定	7
1.3.1	座標系	7
1.3.2	物理定数	8
第 2 章	力学過程	10
2.1	基礎方程式	10
2.1.1	基礎方程式	10
2.1.2	境界条件	11
2.2	鉛直離散化	12
2.2.1	レベルのとりかた	12
2.2.2	鉛直離散化表現	12
2.3	水平離散化	14
2.3.1	スペクトル展開	14
2.3.2	水平拡散項	16
2.3.3	方程式のスペクトル表現	16
2.4	時間積分	18
2.4.1	leap frog による時間積分と時間フィルター	18
2.4.2	semi-implicit 時間積分	18
2.4.3	semi-implicit 時間積分の適用	19
2.4.4	時間スキームの特性と時間ステップの見積り	21
2.4.5	時間積分の開始における取扱い	22
2.5	力学部分のまとめ	22
2.5.1	力学部分の計算の概要	22
2.5.2	水平風の渦度・発散への変換	23
2.5.3	仮温度の計算	23
2.5.4	気圧傾度項の計算	23
2.5.5	鉛直流の診断的計算	24
2.5.6	移流による時間変化項	24
2.5.7	予報変数のスペクトルへの変換	25

2.5.8	時間変化項のスペクトルへの変換	25
2.5.9	スペクトル値時間積分	26
2.5.10	予報変数の格子点値への変換	26
2.5.11	疑似等 $p$ 面拡散補正	27
2.5.12	拡散による摩擦熱の考慮	27
2.5.13	質量の保存の補正	27
2.5.14	水平拡散とレーリー摩擦	28
2.5.15	時間フィルター	29
<b>第 3 章</b>	<b>物理過程</b>	<b>30</b>
3.1	物理過程の概要	30
3.1.1	基本方程式	30
3.1.2	地中の基本方程式	31
3.1.3	物理過程の時間積分法	32
3.1.4	各種の物理量	32
3.2	積雲対流	33
3.2.1	積雲対流スキームの概要	33
3.2.2	Arakawa-Schubert スキームの基本的枠組	34
3.2.3	雲モデル	35
3.2.4	雲仕事関数 (CWF)	37
3.2.5	雲底での雲質量フラックス	37
3.2.6	雲の質量フラックス、降水	38
3.2.7	平均場の時間変化	38
3.2.8	降水の蒸発とダウンドラフト	38
3.2.9	雲水量と雲量	39
3.3	大規模凝結	39
3.3.1	大規模凝結スキームの概要	39
3.3.2	雲水量の診断	40
3.3.3	逐次近似による決定	41
3.3.4	降水過程	41
3.3.5	氷の落下過程	42
3.3.6	降水の蒸発過程	42
3.3.7	その他の留意点	42
3.4	放射フラックス	43
3.4.1	放射フラックス計算の概要	43
3.4.2	波長域とサブチャネル	43
3.4.3	プランク関数の計算 [PLANKS]	44
3.4.4	気体吸収による光学的厚さの計算 [PTFIT]	44
3.4.5	連続吸収および CFC の吸収による光学的厚さ [CNTCFC]	45
3.4.6	散乱の光学的厚さと散乱モーメント [SCATMM]	45
3.4.7	海面のアルベド [SSRFC]	46
3.4.8	光学的厚さの総計	46
3.4.9	プランク関数の展開 [PLKEXP]	46
3.4.10	各層の透過・反射係数、放射源関数 [TWST]	47

3.4.11	各層の放射源関数の組み合わせ	48
3.4.12	各層境界での放射フラックス [ADDING]	49
3.4.13	フラックスの足し込み	50
3.4.14	フラックスの温度微分	50
3.4.15	雲量の取扱い	50
3.4.16	入射フラックスと入射角 [SHTINS]	51
3.4.17	その他の留意点	52
3.5	鉛直拡散	52
3.5.1	鉛直拡散スキームの概要	52
3.5.2	フラックス計算の基本式	53
3.5.3	Richardson 数	53
3.5.4	拡散係数	54
3.5.5	フラックスの計算	55
3.5.6	拡散係数の最小値	55
3.5.7	その他の留意点	55
3.6	地表フラックス	56
3.6.1	地表フラックススキームの概要	56
3.6.2	フラックス計算の基本式	56
3.6.3	Richardson 数	56
3.6.4	バルク係数	56
3.6.5	フラックスの計算	58
3.6.6	海面における取扱い	59
3.6.7	風速の補正	59
3.6.8	風速の最小値	59
3.7	地表過程	60
3.7.1	地表過程の概要	60
3.7.2	地表面の分類	62
3.7.3	地表熱バランス	63
3.7.4	離散座標系の設定 [SETGLV, SETWLV, SETSLV]	63
3.7.5	陸面の熱フラックスと熱容量の計算 [LNDFLX]	63
3.7.6	陸面の水フラックスの計算 [LNDWFX]	64
3.7.7	陸面の流出の計算 [LNDROF]	64
3.7.8	陸面でのアルベドの評価 [LNDALB]	66
3.7.9	陸面での粗度の評価 [LNDZO]	66
3.7.10	陸面での地表湿潤度の評価 [LNDKET]	66
3.7.11	海面の熱フラックスと熱容量の計算 [SEAFIX]	67
3.7.12	海面での地表湿潤度の評価 [SEABET]	68
3.7.13	海面でのアルベドと粗度	68
3.7.14	雪面熱フラックス補正 [SNWFLX]	68
3.7.15	積雪の昇華の計算 [SNWSUB]	69
3.7.16	降雪の計算 [SNWFLP]	69
3.7.17	融雪の計算 [SNWMLP]	69
3.7.18	積雪面の流出の計算 [SNWROF]	70
3.7.19	積雪面でのアルベドの評価 [SNWALB]	70

3.7.20	積雪面での地表粗度の評価 [SNWZO]	70
3.7.21	積雪面での地表湿潤度の評価 [SNWBET]	71
3.7.22	凍土過程の計算 [LNDFRZ]	71
3.7.23	海洋混合層モデル [SEAFRZ]	71
3.8	大気・地表系の拡散型収支式の解法	73
3.8.1	基本的な解法	73
3.8.2	基本方程式	74
3.8.3	implicit 時間差分	74
3.8.4	implicit 時間差分の結合	75
3.8.5	時間差分の結合式の解法	77
3.8.6	時間差分の結合式	78
3.8.7	implicit 時間差分における時間ステップの扱い	80
3.9	重力波抵抗	81
3.9.1	重力波抵抗スキームの概要	81
3.9.2	局所フルード数と運動量フラックスの関係	81
3.9.3	地表での運動量フラックス	81
3.9.4	上層での運動量フラックス	82
3.9.5	運動量収束による水平風の時間変化の大きさ	82
3.9.6	その他の留意点	82
3.10	乾燥対流調節	82
3.10.1	乾燥対流調節の概要	82
3.10.2	乾燥対流調節の手続き	83
第 4 章	参考文献	84

# 目 次

1.1	標準的に用いられるレベル . . . . .	8
3.1	総水量の分布、飽和比湿の分布と雲量 . . . . .	40
3.2	バルク Richardson 数とフラックス Richardson 数の関係 . . . . .	54
3.3	フラックス Richardson 数と $S_M, S_H$ の関係 . . . . .	55
3.4	運動量に対する粗度 . . . . .	57
3.5	熱に対する粗度 ( $z_{0H}/z_{0M} = 0.1$ の場合) . . . . .	58
3.6	$\beta$ の関数形 . . . . .	67

# 第1章 モデルの概要

## 1.1 CCSR/NIES AGCM の特徴

CCSR/NIES AGCM は、東京大学気候システム研究センター (CCSR) と国立環境研究所 (NIES) の共同研究によって作成された、全球 3 次元大気大循環モデルである。モデルの特徴を以下に示す。

方程式系	全球プリミティブ方程式系
予報変数	風速、温度、地表気圧、比湿、雲水量
水平離散化	スペクトル変換法
鉛直離散化	$\sigma$ 系 (Arakawa and Suarez, 1983)
放射	2 ストリーム DOM/adding 法 (Nakajima and Tanaka, 1986)
雲過程	雲水予報 (Le Treut and Li, 1991)
積雲対流	簡略化 Arakawa-Schubert スキーム
鉛直拡散	Mellor and Yamada(1974) level2
地表 flux	Louis(1979) バルク式 Miller et al. (1992) の対流効果
地表面過程	多層熱伝導 バケツモデル 新バケツモデル (オプション) 多層土壌水移動 (オプション) 海洋混合層 (オプション) 海氷過程 (オプション) 凍土過程 (オプション)
重力波抵抗	McFarlane(1987)

## 1.2 モデルの機能と構造

### 1.2.1 モデルの基本的な機能

CCSR/NIES AGCM は、全球 3 次元大気を物理的法則に基づいて記述し、初期値問題として系の時間発展を計算する数値モデルである。

入力するデータとしては、以下のようなものがある。

- 各予報変数 (水平風速、温度、地表気圧、比湿、雲水量、各地表量) の初期値データ
- 境界条件データ (地表標高、地表状態、海面水温など)
- モデルの各種パラメータ (大気成分、物理過程パラメータなど)

一方、出力されるものは、以下のようなものである。



- 各予報変数および診断変数の、各時刻または時間平均のデータ
- 継続して実行を行う場合の初期値となるデータ (再出発データ)
- 経過と各種診断メッセージ

ここで、予報変数とは、時間発展の微分方程式を時間積分することによって時系列として得られるデータであり、診断変数とは、予報変数と境界条件とパラメータから時間積分を含まない何らかの方法により計算される量である。

より具体的に言えば、モデルは、基本的に以下のような方程式 (予報方程式) の解を求めている。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (\mathcal{F}_x)_D + (\mathcal{F}_x)_P \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (\mathcal{F}_y)_D + (\mathcal{F}_y)_P \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = (Q)_D + (Q)_P \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = (M)_D + (M)_P \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = (S)_D + (S)_P \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} = (Q_g)_D + (Q_g)_P \quad (1.6)$$

ここで、 $u, v, T, p_s, q, T_g$  は、それぞれ東西風、南北風、気温、地表気圧、比湿など、地表面状態量といった2次元または3次元分布を持つ予報変数であり、右辺はその各予報変数の時間変化をもたらす項である。この時間変化をもたらす項  $\mathcal{F}_x, \mathcal{F}_y, Q, S, Q_g$  は、予報変数  $u, v, T, p_s, q, T_g$  を元に計算されるが、 $u, v$  で表される大気の運動による移流などの項 (上式で添字  $D$  の項) と、雲・放射などの各プロセスによる項 (添字  $P$  の項) とに大別される。前者を力学過程、後者を物理過程と呼んで区別する。

力学過程の時間変化項の主要部分は移流項であり、その計算においては空間微分の正確な見積りが重要である。CCSR/NIES AGCM においては、水平微分項の計算に球面調和関数展開を利用している。一方、物理過程は水の相変化や放射の吸収射出などによるエネルギー変換、それらと結びついた小規模な大気運動の効果、地表面のさまざまなプロセスの効果などを、簡単なモデルでパラメータを用いて表現すること (パラメタリゼーション) が重要となる。

予報方程式の時間積分は、(1.1) などの左辺を差分で近似することによって行う。例えば、

$$\frac{\partial q}{\partial t} \rightarrow \frac{q^{t+\Delta t} - q^t}{\Delta t} \quad (1.7)$$

とすることにより、

$$q^{t+\Delta t} = q^t + \Delta t [(S)_D + (S)_P] \quad (1.8)$$

となる。ここで、 $S$  は予報変数  $u, v, T, p_s, q$  などの関数であるが、その計算においてどの時刻の予報変数を用いて  $S$  を評価するかによって、いろいろな時間差分スキームが考えられる。CCSR/NIES AGCM では、 $t$  での値をそのまま用いる Euler 法、 $t + \Delta t/2$  での値を用いる leap frog 法、 $t + \Delta t$  における (近似的な) 値を用いる implicit 法を併用している。

CCSR/NIES AGCM では予報変数の時間積分は力学過程と物理過程とで別々に行っている。すなわち、まず力学の項は基本的に leap frog を用い、

$$\tilde{q}^{t+\Delta t} = q^{t-\Delta t} + 2\Delta t (S)_D^t \quad (1.9)$$

を解く。ただし一部の項は implicit 扱いをしている。物理過程では、力学の項を積分した結果に基づき、Euler 法と implicit 法を併用して、

$$q^{t+\Delta t} = \tilde{q}^{t+\Delta t} + 2\Delta t (S)_P \quad (1.10)$$

を求めている。ここで、(1.8) の  $\Delta t$  を  $2\Delta t$  におきかえていることに注意。

### 1.2.2 モデル実行の流れ

モデル実行の流れを簡単に示すと、以下のようになる。[ ] の中は該当するサブルーチン名である。

1. 実験のパラメータ、座標などを設定する [SETPAR, PCONST, SETCOR, SETZS]
2. 予報変数の初期値を読み込む [RDSTRT]
3. 時間ステップを開始する [TIMSTP]
4. 力学過程による時間積分を行う [DYNMCS]
5. 物理過程による時間積分を行う [PHYSCS]
6. 時刻を進める [STPTIM, TFILT]
7. 必要ならデータを出力する [HISTOU]
8. 必要なら再出発データを出力する [WRRSTR]
9. 3. に戻る

### 1.2.3 予報変数

予報変数は、以下の通りである。括弧内は座標系であり、 $\lambda, \varphi, \sigma, z$  はそれぞれ、経度、緯度、無次元気圧  $\sigma$ 、鉛直深を示す。[ ] 内は単位である。

予報変数	記号 (座標系)	単位
東西風速	$u (\lambda, \varphi, \sigma)$	[m/s]
南北風速	$v (\lambda, \varphi, \sigma)$	[m/s]
気温	$T (\lambda, \varphi, \sigma)$	[K]
地表気圧	$p_S (\lambda, \varphi)$	[hPa]
比湿	$q (\lambda, \varphi, \sigma)$	[kg/kg]
雲水混合比	$l (\lambda, \varphi, \sigma)$	[kg/kg]
地中温度	$T_g (\lambda, \varphi, z)$	[K]
地中水分	$W_g (\lambda, \varphi, z)$	[m/m]
積雪量	$W_y (\lambda, \varphi)$	[kg/m <sup>2</sup> ]
海氷厚	$h_I (\lambda, \varphi)$	[m]

ただし、海氷厚さは通常混合層結合モデルでのみ予報変数となる。また、地中温度も、海氷に覆われていない海洋上にあつては通常、予報変数ではない。また、CCSR/NIES AGCM では、 $q$  と  $l$  は独立な変数ではなく、実際には  $q + l$  が予報変数である。

このうち、地表・地中に関する量  $T_g, W_g, W_y, h_I$  は同時には1ステップの量のみを記憶するが、大気に関する量  $u, v, T, p_s, q, l$  は、同時に2ステップ分の量を記憶する必要がある。これは、大気に関する量の力学過程の時間積分において leap forg 法を用いているからである。

大気に関する量  $u, v, T, p_s, q, l$  は、メインルーチン [AGCM5] の管理する変数である。一方、地表・地中に関する量  $T_g, W_g, W_y, h_I$  はメインルーチンには現れず、物理過程のサブルーチン [PHYSCS] が管理している。

### 1.2.4 変数の時間発展の流れ

モデルの流れを、予報変数の時間発展を中心に簡単にまとめる。

#### 1. 初期値の読み込み [RDSTRT, PRSTRT]

初期値として、大気に関する量  $u, v, T, p_s, q, l$  は、本来、 $t$  および  $t - \Delta t$  における2組の量を用意しなくてはならない。これは、以前のモデルの出力結果から出発する場合には用意できるが、通常の観測値や気候値などから出発する際には用意することはできない。その際には、2つの時間ステップの値として同じ値から出発し、細かい  $\Delta t$  を用いて計算を立ち上げる（詳しくは後述）。

大気に関する量  $u, v, T, p_s, q, l$  の初期値読み込みは、メインルーチンから呼ばれる [RDSTRT] で行われる。一方、地表・地中に関する量  $T_g, W_g, W_y, h_I$  の初期値の読み込みは [PHYSCS] から呼ばれる [PRSTRT] で行われる。

#### 2. 時間ステップの開始 [TIMSTP]

時刻  $t$  (および一部は  $t - \Delta t$ ) における予報変数

$$u^t, u^{t-\Delta t}, v^t, v^{t-\Delta t}, T^t, T^{t-\Delta t}, p_s^t, p_s^{t-\Delta t}, q^t, q^{t-\Delta t}, l^t, l^{t-\Delta t}, T_g^t, W_g^t, W_y^t$$

が揃っているものとする。

$\Delta t$  は基本的には外部から与えられるパラメータであるが、一定時間ごとに計算の安定性の評価が行われ、計算が不安定になるおそれのある場合には  $\Delta t$  を小さくする [TIMSTP]。

#### 3. 予報変数の出力の設定 [AHSTIN]

大気の予報変数で、通常出力されるのは、この段階での、時刻  $t$  の値

$$u^t, v^t, T^t, p_s^t, q^t, l^t$$

である。実際に出力が行われるのは後の [HISTOU] のタイミングであるが、ここでバッファに送り込まれる。

#### 4. 力学過程 [DYNMCS]

力学過程による予報変数の時間変化を解く。

$$u^t, u^{t-\Delta t}, v^t, v^{t-\Delta t}, T^t, T^{t-\Delta t}, p_s^t, p_s^{t-\Delta t}, q^t, q^{t-\Delta t}, l^t, l^{t-\Delta t}$$

をもとに、力学過程のみを考慮した、 $t + \Delta t$  での予報変数の値

$$\hat{u}^{t+\Delta t}, \hat{v}^{t+\Delta t}, \hat{T}^{t+\Delta t}, \hat{p}_s^{t+\Delta t}, \hat{q}^{t+\Delta t}, \hat{l}^{t+\Delta t}$$

を求める。

##### (a) 渦度・発散等への変換 [UV2VDG, VIRTMD, HGRAD]

大気に関する予報変数  $u, v, T, p_s, q, l$  の力学過程による変化項を見積もるために、まず  $u^t, v^t$  を渦度と発散の格子点値  $\zeta^t, D^t$  に変換する。これは、力学の方程式が渦度と発散で書かれるためである。この変換は空間微分を含むが、球面調和関数展開を用いて行うことにより正確に行うことができる [UV2VDG]。

さらに、仮温度  $T_v^t$  を計算し [VIRTMD], やはり球面調和関数展開を用いて地表気圧の水平微分  $\nabla \ln p_S$  を計算する [HGRAD]。

(b) 移流による時間変化項の計算 [GRDDYN]

$u, v, T, p_S, q, l$  の  $t$  における値を用いて、水平および鉛直の移流による、各大気変数の時間変化項の一部を計算する。まず連続の方程式から鉛直速度  $\dot{\sigma}$  および  $p_S$  の時間変化項を診断的に求め、それを用いて  $u, v, T, q, l$  の鉛直移流項を計算する。さらに、 $u, v, T, q, l$  の水平移流フラックスを計算する。

(c) スペクトルへの変換 [GD2WD, TENG2W]

大気に関する予報変数の  $t - \Delta t$  での格子点の値

$$u^t, v^t, T^t, p_S^t, q^t, l^t$$

から球面調和関数展開におけるスペクトル空間での値 (ただし、渦度発散になおしたもの)

$$\zeta^t, \tilde{D}^t, \tilde{T}^t, \tilde{\pi}^t, \tilde{q}^t, \tilde{l}^t$$

を求める (ただし、 $\pi \equiv \ln p_S$ ) [GD2WD]。

さらに、 $u, v, T, p_S, q, l$  の鉛直移流等による時間変化項をスペクトルに展開する。また、スペクトル空間での微分を利用して、水平移流フラックスの収束を計算し、時間変化項のスペクトル表現に加える [TENG2W]。

これによって、 $\zeta, D, T, \pi, q, l$  の時間変化項のほとんどの項がスペクトルの値として求められる。ただし、 $\zeta, D, T, \pi$  の時間変化項のうち、水平発散  $D$  に線形に依存する項は semi-implicit 法によって時間積分を行うために、この時点では時間変化項に含まれていない。

(d) 時間積分 [TINTGR]

$\zeta, D, T, \pi$  の時間変化項のうち、水平発散  $D$  に線形に依存する項 (重力波項) を semi-implicit 法で扱い、さらに  $\zeta, D, T, q, l$  の水平拡散を implicit で取り入れることにより力学過程部分の時間積分を行う。これによって、力学過程のみを考慮した  $t + \Delta t$  の予報値のスペクトル表現

$$\zeta^{t+\Delta t}, \tilde{D}^{t+\Delta t}, \tilde{T}^{t+\Delta t}, \tilde{\pi}^{t+\Delta t}, \tilde{q}^{t+\Delta t}, \tilde{l}^{t+\Delta t}$$

が求められる。

(e) 格子点値への変換 [GENGD]

スペクトル表現の予報変数から、 $u, v, T, p_S, q, l$  の力学過程のみを考慮した  $t + \Delta t$  の予報値の格子点値

$$\hat{u}^{t+\Delta t}, \hat{v}^{t+\Delta t}, \hat{T}^{t+\Delta t}, \hat{p}_S^{t+\Delta t}, \hat{q}^{t+\Delta t}, \hat{l}^{t+\Delta t}$$

を生成する。

(f) 拡散の補正 [CORDIF, CORFRC]

水平拡散は等  $\sigma$  面上で適用されるが、山岳の傾斜の大きな領域では、山を上る方向に水蒸気が輸送され、山頂部での偽の降水をもたらすなどの問題を起こす。それを緩和するために、等  $p$  面の拡散に近くなるような補正を  $T, q, l$  について入れる [CORDIF]。

また、摩擦による熱を  $\hat{T}$  に加える [CORFRC]

(g) 質量保存の補正 [MASFIX]

$q$  および  $l$  の全球積分値の保存が満たされ、かつ  $q$  の負の値が無くなるように補正を行う。さらに、乾燥空気の質量が一定となるような補正を行う。

[DYNMCS] を出た時点では、 $t - \Delta t$  での予報変数の値は捨てられ、 $t$  での予報変数の値で上書きされる。 $t$  の予報変数の入っていた領域には、力学過程のみを考慮した  $t + \Delta t$  での予報変数の値が入る。

## 5. 物理過程 [PHYSCS]

力学過程のみを考慮した、 $t + \Delta t$  での予報変数の値

$$\hat{u}^{t+\Delta t}, \hat{v}^{t+\Delta t}, \hat{T}^{t+\Delta t}, \hat{p}_S^{t+\Delta t}, \hat{q}^{t+\Delta t}, \hat{l}^{t+\Delta t}$$

を用いて、それに物理過程による時間変化項を加えることにより  $t + \Delta t$  での予報変数の値

$$u^{t+\Delta t}, v^{t+\Delta t}, T^{t+\Delta t}, p_S^{t+\Delta t}, q^{t+\Delta t}, l^{t+\Delta t}$$

を求める。

## (a) 基本的な診断変数の計算 [PSETUP]

仮温度、各レベルでの気圧、高度などの基本的な診断変数を求める。

## (b) 積雲対流、大規模凝結 [CUMULUS, LSCOND]

積雲対流による  $T, q, l$  の時間変化項を求め [CUMULUS] その項だけで [GDINTG] で時間積分を行う。

また、大規模凝結による  $T, q, l$  の時間変化項を求め [LSCOND]、その項だけで [GDINTG] で時間積分を行う。積雲対流および大規模凝結による降水量  $P_c, P_l$  や雲量  $C_c, C_l$  などが求められる。これによって、 $T, q, l$  は、対流凝結過程に対し調節された値

$$\hat{T}^{t+\Delta t, a}, \hat{q}^{t+\Delta t, a}, \hat{l}^{t+\Delta t, a}$$

となる。

## (c) 地表境界条件の設定 [GNDSFC, GNDALB]

地表状態を与えられたデータにより設定する。地表状態インデックス、海面水温などが設定される [GNDSFC]。また、海面以外の地表アルベドが設定される [GNDALB] (海面のアルベドの計算は放射フラックスの計算ルーチンに組み込まれている)。

## (d) 放射フラックスの計算 [RADCON, RADFLX]

放射フラックス計算に用いる大気成分データを設定する [RADCON]。通常、オゾンはファイルから読み込む。雲水量および雲量は、積雲対流および大規模凝結で求められたものを用いるが、ここで外部から与えることもできる。これらと  $\hat{T}^{t+\Delta t, a}, \hat{q}^{t+\Delta t, a}$  を用いて短波および長波の放射フラックス  $F_R$  および implicit 計算に使用する地表温度に対する微分係数を求める [RADFLX]。

## (e) 鉛直拡散フラックスの計算 [VDFFLX, VFTND1]

$\hat{u}^{t+\Delta t}, \hat{v}^{t+\Delta t}, \hat{T}^{t+\Delta t, a}, \hat{q}^{t+\Delta t, a}, \hat{l}^{t+\Delta t, a}$  を用いて、鉛直拡散過程による  $u, v, T, q, l$  のフラックスと implicit 計算に使用する微分係数を求める [VDFFLX]。さらに、LU 分解による implicit 解法計算を途中まで行う [VFTND1]。

## (f) 地表過程の計算・地中変数の時間積分 [SURFCE]

地表大気間の  $u, v, T, q$  のフラックスを計算し、地中の熱の伝導を考慮して地表でのエネルギーバランスを implicit 解法を用いて解く。これによって、地表面温度  $T_s$  が診断的に求められ地中温度の  $t + \Delta t$  での値  $T_g^{t+\Delta t}$  が求められる。さらに、第1層の大気の予報変数の時間変化率  $F_{x,1}, F_{y,1}, Q_1, S_1$  を求める。

積雪・融雪過程が考慮され、積雪量の  $t + \Delta t$  での値  $W_y^{t+\Delta t}$  が求められ、地中の水の移動を考慮して地中水分  $W_g^{t+\Delta t}$  が求められる。

また、海洋混合層モデルを用いた場合には、海洋の温度ならびに海水厚の  $t + \Delta t$  での値が時間積分によって求められる。

## (g) 放射・鉛直拡散による時間変化の評価 [VFTND2, RADTND, FLXCOR]

放射フラックスおよび鉛直拡散を総合した大気各予報変数の時間変化率  $\mathcal{F}_x, \mathcal{F}_y, Q, S$  を求める [VFTND2]。さらに、その中から放射による寄与を分離する [RADTND]。これはモデルでは直接利用しないが、データ出力の便宜のために行う。

これらの計算においては、implicit 法を用いているため、地表温度および大気予報変数の変化によるフラックスの変化を考慮に入れている。そのことを勘定に入れて収支が合うフラックスを [FLXCOR] で計算する。これもデータ出力の便宜のためである。

(h) 重力波抵抗の評価 [GRAVITY]

地形起源の重力波による大気の運動量の変化を計算し、鉛直拡散による  $u, v$  の時間変化率  $\mathcal{F}_x, \mathcal{F}_y$  に加える。

(i) 気圧変化項の評価

降水と蒸発による気圧の変化を考慮し、気圧の変化項  $M$  を求める。

(j) 物理過程の時間積分 [GDINTG]

以上で求められた放射、鉛直拡散、地表過程、重力波抵抗等による大気の高予報変数の時間変化率  $\mathcal{F}_x, \mathcal{F}_y, Q, M, S$  を用いて、 $t + \Delta t$  での値を時間積分によって求める。

(k) 乾燥対流調節 [DADJST]

求められた  $T, q, l$  が乾燥対流に対して不安定の場合乾燥対流調節を施す。

以上の手続きにより、 $t + \Delta t$  での予報変数の値

$$u^{t+\Delta t}, v^{t+\Delta t}, T^{t+\Delta t}, p_s^{t+\Delta t}, q^{t+\Delta t}, l^{t+\Delta t}$$

が求められる。

## 6. 時間フィルタ [TFILT]

leap frog による計算モードの発生を抑えるため、時間フィルタを施す。 $u^{t-\Delta t}, u^t, u^{t+\Delta t}$  の3つの時刻のデータを用いて平滑操作を行った結果を  $u^t$  に置き換える操作を各変数について行う。(実際には、[TFILT] の段階では  $u^{t-\Delta t}$  の情報は消去されているため、この操作は2段階で行う。第1段階の操作は力学過程の中で行っている)。

## 1.3 基本的な設定

ここでは、モデルの基本的な設定を示す。

### 1.3.1 座標系

座標系は、基本的に、経度  $\lambda$ 、緯度  $\varphi$ 、正規化気圧  $\sigma = p/p_s$  ( $p_s(\lambda, \varphi)$  は地表気圧) を用い、それぞれは直交するとして扱う。ただし、地中の鉛直座標は  $z$  を用いる。

経度は等間隔に離散化される [ASETL]。

$$\lambda_i = 2\pi \frac{i-1}{I} \quad i = 1, \dots, I-1 \quad (1.11)$$

緯度は力学の項で述べる Gauss 緯度  $\varphi_j$  であり [ASETL]、Gauss-Legendre 積分公式から導かれる。これは、 $\mu = \sin \varphi$  を引数とする  $J$  次の Legendre 多項式の 0 点である [GAUSS]。

$J$  が大きい場合には、近似的に、

$$\varphi_j = \pi \left( \frac{1}{2} - \frac{j-1/2}{J} \right) \quad j = 1, \dots, J-1 \quad (1.12)$$

通常、経度・緯度の格子間隔はほぼ等しく  $J = I/2$  と取る。これは、スペクトル法の三角形切断に基づく。

## sigma levels

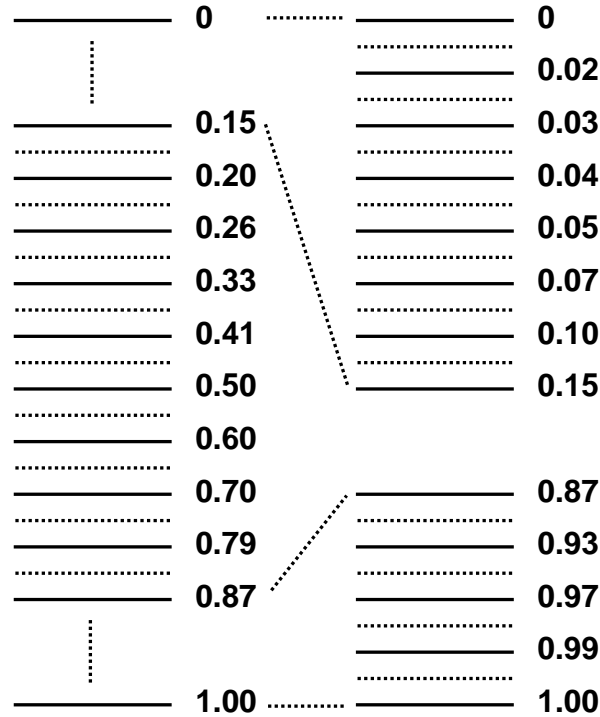


図 1.1: 標準的に用いられるレベル

正規化気圧  $\sigma$  は、大気鉛直構造を良く表現するように、不等間隔で適当に離散化される [ASETS]。後で力学の項で述べるように、層の境界の値  $\sigma_{k-1/2}$  を  $k = 1, \dots, K+1$  で定義してから、

$$\sigma_k = \left\{ \frac{1}{1 + \kappa} \left( \frac{\sigma_{k-1/2}^{\kappa+1} - \sigma_{k+1/2}^{\kappa+1}}{\sigma_{k-1/2} - \sigma_{k+1/2}} \right) \right\}^{1/\kappa} \quad (1.13)$$

によって層を代表する  $\sigma$  を求める。図 1.1 に、標準的に用いられる 20 層のレベルを示す。

各予報変数は全て、 $(\lambda_i, \varphi_j, \sigma_k)$  または  $(\lambda_i, \varphi_j, z_l)$  の格子上で定義される（地中のレベル  $z_l$  については物理過程の項で述べる）。

時間方向には、等間隔  $\Delta t$  で離散化され、予報方程式の時間積分が行われる。ただし、時間積分の安定性が損なわれるおそれのあるときには  $\Delta t$  は変化する。

## 1.3.2 物理定数

基本的な物理定数を以下に示す [APCON]。

定数	記号	単位	値
地球半径	$a$	m	$6.37 \times 10^6$
重力加速度	$g$	m s <sup>-2</sup>	9.8
大気定圧比熱	$C_p$	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	1004.6
大気気体定数	$R$	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	287.04

定数	記号	単位	値
水の蒸発潜熱	$L$	$\text{J kg}^{-1}$	$2.5 \times 10^6$
水蒸気定圧比熱	$C_v$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1810.
水の気体定数	$R_v$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	461.
液体水の密度	$d_{H_2O}$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1000.
0°での飽和蒸気	$e^*(273\text{K})$	Pa	611
Stefan Boltzman 定数	$\sigma_{SB}$	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$	$5.67 \times 10^{-8}$
Kármán 定数	$k$		0.4
氷の融解潜熱	$L_M$	$\text{J kg}^{-1}$	$3.4 \times 10^5$
水の氷点	$T_M$	K	273.15
水の定圧比熱	$C_w$	$\text{J kg}^{-1}$	4200.
海水の氷点	$T_I$	K	271.35
氷の定圧比熱比	$C_I = C_w - L_M/T_M$		2397.
水蒸気分子量比	$\epsilon = R/R_v$		0.622
仮温度の係数	$\epsilon_v = \epsilon^{-1} - 1$		0.606
比熱と気体定数の比	$\kappa = R/C_p$		0.286



## 第2章 力学過程

### 2.1 基礎方程式

#### 2.1.1 基礎方程式

基礎方程式は、球面  $(\lambda, \varphi)$ 、 $\sigma$  座標におけるプリミティブ方程式系であり、以下のように与えられる (Haltiner and Williams, 1980)。

##### 1. 連続の式

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \mathbf{v}_H \cdot \nabla_\sigma \pi = -\nabla_\sigma \cdot \mathbf{v}_H - \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} \quad (2.1)$$

##### 2. 静水圧の式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{RT_v}{\sigma} \quad (2.2)$$

##### 3. 運動方程式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial A_v}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_u \cos \varphi) - \mathcal{D}(\zeta) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial A_u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_v \cos \varphi) - \nabla_\sigma^2 (\Phi + R\bar{T}\pi + E) - \mathcal{D}(D) \quad (2.4)$$

##### 4. 熱力学の式

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} = & -\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial uT'}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} (vT' \cos \varphi) + T'D \\ & -\dot{\sigma} \frac{\partial T}{\partial \sigma} + \kappa T \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} + \mathbf{v}_H \cdot \nabla_\sigma \pi + \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} \right) + \frac{Q}{C_p} + \frac{Q_{diff}}{C_p} - \mathcal{D}(T) \end{aligned} \quad (2.5)$$

##### 5. 水蒸気の式

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} = & -\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial uq}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (vq \cos \varphi) + qD \\ & -\dot{\sigma} \frac{\partial q}{\partial \sigma} + S_q - \mathcal{D}(q) \end{aligned} \quad (2.6)$$

ここで、

$$\theta \equiv T(p/p_0)^{-\kappa} \quad (2.7)$$

$$\kappa \equiv R/C_p \quad (2.8)$$

$$\Phi \equiv gz \quad (2.9)$$

$$\pi \equiv \ln p_S \quad (2.10)$$

$$\dot{\sigma} \equiv \frac{d\sigma}{dt} \quad (2.11)$$

$$T_v \equiv T(1 + \epsilon_v q) \quad (2.12)$$

$$T \equiv \bar{T}(\sigma) + T' \quad (2.13)$$

$$\zeta \equiv \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (u \cos \varphi) \quad (2.14)$$

$$D \equiv \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (v \cos \varphi) \quad (2.15)$$

$$A_u \equiv (\zeta + f)v - \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} - \frac{RT'}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \mathcal{F}_x \quad (2.16)$$

$$A_v \equiv -(\zeta + f)u - \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} - \frac{RT'}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} + \mathcal{F}_y \quad (2.17)$$

$$E \equiv \frac{u^2 + v^2}{2} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_H \cdot \nabla &\equiv \frac{u}{a \cos \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} \right)_\sigma + \frac{v}{a} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)_\sigma \\ \nabla_\sigma^2 &\equiv \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{a^2 \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right]. \end{aligned} \quad (2.19)$$

$\mathcal{D}(\zeta), \mathcal{D}(D), \mathcal{D}(T), \mathcal{D}(q)$  は水平拡散項、 $\mathcal{F}_\lambda, \mathcal{F}_\varphi$  は小規模運動過程（‘物理過程’として扱う）による力、 $Q$  は放射・凝結、小規模運動過程等の‘物理過程’による加熱・温度変化、 $S_q$  は凝結、小規模運動過程等の‘物理過程’による水蒸気ソース項である。また、 $Q_{diff}$  は摩擦熱であり、

$$Q_{diff} = -\mathbf{v} \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right)_{diff}. \quad (2.20)$$

$\left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right)_{diff}$  は、水平および鉛直の拡散による  $u, v$  の時間変化項である。

### 2.1.2 境界条件

鉛直流に関する境界条件は

$$\dot{\sigma} = 0 \quad \text{at } \sigma = 0, 1. \quad (2.21)$$

である。よって (2.1) から、地表気圧の時間変化式と  $\sigma$  系での鉛直速度  $\dot{\sigma}$  を求める診断式

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = - \int_0^1 \mathbf{v}_H \cdot \nabla_\sigma \pi d\sigma - \int_0^1 D d\sigma, \quad (2.22)$$

$$\dot{\sigma} = -\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} - \int_0^\sigma D d\sigma - \int_0^\sigma \mathbf{v}_H \cdot \nabla_\sigma \pi d\sigma, \quad (2.23)$$

が導かれる。

## 2.2 鉛直離散化

Arakawa and Suarez(1983)に従って、基礎方程式を鉛直方向に差分によって離散化する。このスキームは次のような特徴をもつ。

- 全領域積分した質量を保存
- 全領域積分したエネルギーを保存
- 全領域積分の角運動量を保存
- 全質量積分した温位を保存
- 静水圧の式が local にきまる (下層の高度が上層の温度に依存しない)
- 水平方向に一定のある特定の温度分布について、静水圧の式が正確になり、気圧傾度力が0になる。
- 等温位大気はいつまでも等温位に留まる

### 2.2.1 レベルのとりかた

下の層から上へと層の番号をつける。 $\zeta, D, T, q$  の物理量は整数レベル (layer) で定義されとする。一方、 $\sigma$  は半整数レベル (level) で定義される。まず、半整数レベルでの  $\sigma$  の値  $\sigma_{k-1/2}, (k = 1, 2, \dots, K)$  を定義する。ただし、レベル  $\frac{1}{2}$  は下端 ( $\sigma = 1$ )、レベル  $K + \frac{1}{2}$  は上端 ( $\sigma = 0$ ) とする。

整数レベルの  $\sigma$  の値  $\sigma_k, (k = 1, 2, \dots, K)$  は次の式から求められる。

$$\sigma_k = \left\{ \frac{1}{1 + \kappa} \left( \frac{\sigma_{k-1/2}^{\kappa+1} - \sigma_{k+1/2}^{\kappa+1}}{\sigma_{k-1/2} - \sigma_{k+1/2}} \right) \right\}^{1/\kappa} \quad (2.24)$$

さらに、

$$\Delta\sigma_k \equiv \sigma_{k-1/2} - \sigma_{k+1/2} \quad (2.25)$$

を定義しておく。

### 2.2.2 鉛直離散化表現

各方程式の離散化表現は次のようになる。

#### 1. 連続の式、鉛直速度

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = - \sum_{k=1}^K (D_k + \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi) \Delta\sigma_k \quad (2.26)$$

$$\dot{\sigma}_{k-1/2} = -\sigma_{k-1/2} \frac{\partial \pi}{\partial t} - \sum_{l=k}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta\sigma_l \quad (2.27)$$

$$\dot{\sigma}_{1/2} = \dot{\sigma}_{K+1/2} = 0 \quad (2.28)$$

## 2. 静水圧の式

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \Phi_s + C_p(\sigma_1^{-\kappa} - 1)T_{v,1} \\ &= \Phi_s + C_p\alpha_1 T_{v,1}\end{aligned}\quad (2.29)$$

$$\begin{aligned}\Phi_k - \Phi_{k-1} &= C_p \left[ \left( \frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_k} \right)^\kappa - 1 \right] T_{v,k} + C_p \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_{k-1}} \right)^\kappa \right] T_{v,k-1} \\ &= C_p\alpha_k T_{v,k} + C_p\beta_{k-1} T_{v,k-1}\end{aligned}\quad (2.30)$$

ここで、

$$\alpha_k = \left( \frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_k} \right)^\kappa - 1 \quad (2.31)$$

$$\beta_k = 1 - \left( \frac{\sigma_{k+1/2}}{\sigma_k} \right)^\kappa. \quad (2.32)$$

## 3. 運動方程式

$$\frac{\partial \zeta_k}{\partial t} = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial (A_v)_k}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_u \cos \varphi)_k - \mathcal{D}(\zeta_k) \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial (A_u)_k}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_v \cos \varphi)_k - \nabla_\sigma^2 (\Phi_k + C_p \hat{\kappa}_k \bar{T}_k \pi + (KE)_k) - \mathcal{D}(D_k) \quad (2.34)$$

ここで、

$$\begin{aligned}(A_u)_k &= (\zeta_k + f)v_k - \frac{1}{2\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(u_{k-1} - u_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(u_k - u_{k+1})] \\ &\quad - \frac{C_p \hat{\kappa}_k T'_{v,k}}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \mathcal{F}_x\end{aligned}\quad (2.35)$$

$$\begin{aligned}(A_v)_k &= -(\zeta_k + f)u_k - \frac{1}{2\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(v_{k-1} - v_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(v_k - v_{k+1})] \\ &\quad - \frac{C_p \hat{\kappa}_k T'_{v,k}}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} + \mathcal{F}_y\end{aligned}\quad (2.36)$$

$$\begin{aligned}\hat{\kappa}_k &= \frac{\sigma_{k-1/2}(\sigma_{k-1/2}^\kappa - \sigma_k^\kappa) + \sigma_{k+1/2}(\sigma_k^\kappa - \sigma_{k+1/2}^\kappa)}{\sigma_k^\kappa(\sigma_{k-1/2} - \sigma_{k+1/2})} \\ &= \frac{\sigma_{k-1/2}\alpha_k + \sigma_{k+1/2}\beta_k}{\Delta\sigma_k}\end{aligned}\quad (2.37)$$

$$T'_{v,k} = T_{v,k} - \bar{T}_k \quad (2.38)$$

## 4. 熱力学の式

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_k}{\partial t} &= -\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u_k T'_k}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (v_k T'_k \cos \varphi) + H_k \\ &\quad + \frac{Q_k}{C_p} + \frac{(Q_{diff})_k}{C_p} - \mathcal{D}(T_k)\end{aligned}\quad (2.39)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
H_k &\equiv T'_k D_k - \frac{1}{\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2} (\hat{T}_{k-1/2} - T_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2} (T_k - \hat{T}_{k+1/2})] \\
&\quad + \left\{ \alpha_k \left[ \sigma_{k-1/2} \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi - \sum_{l=k}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta\sigma_l \right] \right. \\
&\quad \left. + \beta_k \left[ \sigma_{k+1/2} \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi - \sum_{l=k+1}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta\sigma_l \right] \right\} \frac{1}{\Delta\sigma_k} T_{v,k} \\
&= T'_k D_k - \frac{1}{\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2} (\hat{T}_{k-1/2} - T_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2} (T_k - \hat{T}_{k+1/2})] \\
&\quad + \hat{\kappa}_k \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi T_{v,k} \\
&\quad - \alpha_k \sum_{l=k}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta\sigma_l \frac{T_{v,k}}{\Delta\sigma_k} \\
&\quad - \beta_k \sum_{l=k+1}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta\sigma_l \frac{T_{v,k}}{\Delta\sigma_k} \tag{2.40}
\end{aligned}$$

$$\hat{T}_{k-1/2} = \frac{\left[ \left( \frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_k} \right)^\kappa - 1 \right] \sigma_{k-1}^\kappa T_k + \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_{k-1}} \right)^\kappa \right] \sigma_k^\kappa T_{k-1}}{\sigma_{k-1}^\kappa - \sigma_k^\kappa} \tag{2.41}$$

$$= a_k T_k + b_{k-1} T_{k-1} \tag{2.42}$$

$$a_k = \alpha_k \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_k}{\sigma_{k-1}} \right)^\kappa \right]^{-1} \tag{2.43}$$

$$b_k = \beta_k \left[ \left( \frac{\sigma_k}{\sigma_{k+1}} \right)^\kappa - 1 \right]^{-1}. \tag{2.44}$$

## 5. 水蒸気の式

$$\frac{\partial q_k}{\partial t} = -\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u_k q_k}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (v_k q_k \cos \varphi) + R_k + S_{q,k} - \mathcal{D}(q_k) \tag{2.45}$$

$$R_k = q_k D_k - \frac{1}{2\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2} (q_{k-1} - q_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2} (q_k - q_{k+1})] \tag{2.46}$$

## 2.3 水平離散化

水平方向の離散化はスペクトル変換法を用いる (Bourke, 1988)。経度、緯度に関する微分の項は直交関数展開によって評価し、一方、非線型項は格子点上で計算する。

### 2.3.1 スペクトル展開

展開関数系としては球面上の Laplacian の固有関数系である球面調和関数  $Y_n^m(\lambda, \mu)$  を用いる。ただし、 $\mu \equiv \sin \varphi$  である。 $Y_n^m$  は次のような方程式を満たし、

$$\nabla_\sigma^2 Y_n^m(\lambda, \mu) = -\frac{n(n+1)}{a^2} Y_n^m(\lambda, \mu) \tag{2.47}$$

Legendre 陪関数  $P_n^m$  を用いて次のように書き表される。

$$Y_n^m(\lambda, \mu) = P_n^m(\mu)e^{im\lambda} \quad (2.48)$$

ただし、 $n \geq |m|$  である。

球面調和関数による展開は<sup>1</sup>,

$$Y_{n \ ij}^m \equiv Y_n^m(\lambda_i, \mu_j) \quad (2.49)$$

と書くと、

$$X_{ij} \equiv X(\lambda_i, \mu_j) = \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^N X_n^m Y_{n \ ij}^m, \quad (2.50)$$

その逆変換は、

$$X_n^m = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\pi d\lambda X(\lambda, \mu) Y_n^{m*}(\lambda, \mu) \quad (2.51)$$

$$= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J X_{ij} Y_{n \ ij}^{m*} w_j \quad (2.52)$$

のように表される。積分を和に置き換えて評価する際には、 $\lambda$  積分については Gauss の台形公式を、 $\mu$  積分については Gauss-Legendre 積分公式を用いる。 $\mu_j$  は Gauss 緯度、 $w_j$  は Gauss 荷重である。また、 $\lambda_i$  は等間隔の格子である。

スペクトル展開を用いれば、微分を含む項の格子点値は次のように求められる。

$$\left( \frac{\partial X}{\partial \lambda} \right)_{ij} = \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^N im X_n^m Y_{n \ ij}^m \quad (2.53)$$

$$\left( \cos \varphi \frac{\partial X}{\partial \varphi} \right)_{ij} = \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^N X_n^m (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_{n \ ij}^m \quad (2.54)$$

さらに、 $\zeta$ ,  $D$  のスペクトル成分から、 $u, v$  の格子点値が以下のように得られる。

$$u_{ij} = \frac{1}{\cos \varphi} \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{\substack{n=|m| \\ n \neq 0}}^N \left\{ \frac{a}{n(n+1)} \zeta_n^m (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_{n \ ij}^m - \frac{ima}{n(n+1)} D_n^m Y_{n \ ij}^m \right\} \quad (2.55)$$

$$v_{ij} = \frac{1}{\cos \varphi} \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{\substack{n=|m| \\ n \neq 0}}^N \left\{ -\frac{ima}{n(n+1)} \zeta_n^m Y_{n \ ij}^m - \frac{a}{n(n+1)} D_n^m (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_{n \ ij}^m \right\} \quad (2.56)$$

方程式の移流項に現れる微分は、次のように求められる。

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial A}{\partial \lambda} \right)_n^m &= \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\pi d\lambda \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial A}{\partial \lambda} Y_n^{m*} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\pi d\lambda im A \cos \varphi \frac{1}{a(1 - \mu^2)} Y_n^{m*} \\ &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im A_{ij} \cos \varphi_j Y_{n \ ij}^{m*} \frac{w_j}{a(1 - \mu_j^2)} \end{aligned} \quad (2.57)$$

<sup>1</sup>ここでは三角形切断を用いている。平行四辺形切断の場合には、 $\sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^N \rightarrow \sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^{N+|m|}$  と置き換えること。

$$\begin{aligned}
\left( \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A \cos \varphi) \right)_n^m &= \frac{1}{4\pi a} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\pi d\lambda \frac{\partial}{\partial \mu} (A \cos \varphi) Y_n^{m*} \\
&= -\frac{1}{4\pi a} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\pi d\lambda A \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*} \\
&= -\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J A_{ij} \cos \varphi_j (1 - \mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*} \frac{w_j}{a(1 - \mu_j^2)} \quad (2.58)
\end{aligned}$$

さらに、

$$(\nabla_\sigma^2 X)_n^m = -\frac{n(n+1)}{a^2} X_n^m \quad (2.59)$$

を  $\nabla^2$  の項の評価のために用いる。

### 2.3.2 水平拡散項

水平拡散項は、次のように  $\nabla^{N_D}$  の形で入れる。

$$\mathcal{D}(\zeta) = K_{MH} \left[ (-1)^{N_D/2} \nabla^{N_D} - \left( \frac{2}{a^2} \right)^{N_D/2} \right] \zeta, \quad (2.60)$$

$$\mathcal{D}(D) = K_{MH} \left[ (-1)^{N_D/2} \nabla^{N_D} - \left( \frac{2}{a^2} \right)^{N_D/2} \right] D, \quad (2.61)$$

$$\mathcal{D}(T) = (-1)^{N_D/2} K_{HH} \nabla^{N_D} T, \quad (2.62)$$

$$\mathcal{D}(q) = (-1)^{N_D/2} K_{EH} \nabla^{N_D} q. \quad (2.63)$$

この水平拡散項は計算の安定化のための意味合いが強い。小さなスケールに選択的な水平拡散を表すため、 $N_D$  としては、4~16 を用いる。ここで、渦度および発散の拡散についている余分な項は、 $n=1$  の剛体回転の項が減衰しないことを表したものである。

### 2.3.3 方程式のスペクトル表現

#### 1. 連続の式

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_m^m}{\partial t} &= -\sum_{k=1}^K (D_n^m)_k \Delta \sigma_k \\
&\quad + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J Z_{ij} Y_n^{m*} w_j, \quad (2.64)
\end{aligned}$$

ここで、

$$Z \equiv -\sum_{k=1}^K \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi. \quad (2.65)$$

#### 2. 運動方程式

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \zeta_n^m}{\partial t} &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im(A_v)_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (A_u)_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
&- (\mathcal{D}_M)_n^m \zeta_n^m,
\end{aligned} \tag{2.66}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{D}_n^m}{\partial t} &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im(A_u)_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
&- \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (A_v)_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
&- \frac{n(n+1)}{a^2} \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J E_{ij} Y_n^{m*} w_j \\
&+ \frac{n(n+1)}{a^2} (\Phi_n^m + C_p \hat{\kappa}_k \bar{T}_k \pi_n^m) - (\mathcal{D}_M)_n^m D_n^m,
\end{aligned} \tag{2.67}$$

ただし、

$$(\mathcal{D}_M)_n^m = K_{MH} \left[ \left( \frac{n(n+1)}{a^2} \right)^{N_D/2} - \left( \frac{2}{a^2} \right)^{N_D/2} \right]. \tag{2.68}$$

### 3. 熱力学の式

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T_n^m}{\partial t} &= -\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im u_{ij} T'_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_{ij} T'_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left( H_{ij} + \frac{Q_{ij} + Q_{diff}}{C_p} \right) Y_n^{m*} w_j \\
&- (\tilde{\mathcal{D}}_H)_n^m T_n^m,
\end{aligned} \tag{2.69}$$

ただし、

$$(\mathcal{D}_H)_n^m = K_{HH} \left( \frac{n(n+1)}{a^2} \right)^{N_D/2}. \tag{2.70}$$

### 4. 水蒸気の式

$$\begin{aligned}
\frac{\partial q_n^m}{\partial t} &= -\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im u_{ij} q_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_{ij} q_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left( \hat{R}_{ij} + S_{q,ij} \right) Y_n^{m*} w_j \\
&+ (\mathcal{D}_H)_n^m q_n^m
\end{aligned} \tag{2.71}$$



ただし、

$$(\mathcal{D}_E)_n^m = K_{EH} \left( \frac{n(n+1)}{a^2} \right)^{N_D/2}. \quad (2.72)$$

## 2.4 時間積分

時間差分スキームは基本的に leap frog である。ただし、拡散項および物理過程の項は後方差分もしくは前方差分とする。計算モードを抑えるために時間フィルター (Asselin, 1972) を用いる。さらに  $\Delta t$  を大きくとるために、重力波の項に semi-implicit の手法を適用する (Bourke, 1988)。

### 2.4.1 leap frog による時間積分と時間フィルター

移流項等の時間積分スキームとして leap frog を用いる。水平拡散項には  $2\Delta t$  の後方差分を使用する。また、拡散項の疑似  $p$  面補正と水平拡散による摩擦熱の項とは補正として扱い、 $2\Delta t$  の前方差分となる。物理過程の項 ( $\mathcal{F}_\lambda, \mathcal{F}_\varphi, Q, S_q$ ) は、やはり  $2\Delta t$  の前方差分を使用する。(ただし、鉛直拡散の時間変化項の計算に関しては後方差分的な取扱いをする。詳しくは第3章を参照のこと)。

各予報変数を代表して  $X$  と表すと、

$$\hat{X}^{t+\Delta t} = \bar{X}^{t-\Delta t} + 2\Delta t \dot{X}_{adv}(X^t) + 2\Delta t \dot{X}_{dif}(\hat{X}^{t+\Delta t}) \quad (2.73)$$

$\dot{X}_{adv}$  は移流項等、 $\dot{X}_{dif}$  は水平拡散項である。

$\hat{X}^{t+\Delta t}$  には、疑似等  $p$  面拡散と水平拡散による摩擦熱 ( $\dot{X}_{dis}$ ) の補正および物理過程 ( $\dot{X}_{phy}$ ) の項が加えられ、 $X^{t+\Delta t}$  となる。

$$X^{t+\Delta t} = \hat{X}^{t+\Delta t} + 2\Delta t \dot{X}_{dis}(\hat{X}^{t+\Delta t}) + 2\Delta t \dot{X}_{phy}(\hat{X}^{t+\Delta t}) \quad (2.74)$$

leap frog における計算モードの除去のために Asselin(1972) の時間フィルターを毎ステップごとに適用する。すなわち、

$$\bar{X}^t = (1 - 2\epsilon_f)X^t + \epsilon_f(\bar{X}^{t-\Delta t} + X^{t+\Delta t}) \quad (2.75)$$

と  $\bar{X}$  を求める。 $\epsilon_f$  としては標準的に 0.05 を使用する。

### 2.4.2 semi-implicit 時間積分

力学の計算では、基本的に leap frog を用いるが、一部の項を implicit 扱いで計算する。ここで、implicit は、台形 implicit を考える。ベクトル量  $q$  に関して、 $t$  での値を  $q$ 、 $t + \Delta t$  での値を  $q^+$ 、 $t - \Delta t$  での値を  $q^-$  と書くと、台形 implicit とは、 $(q^+ + q^-)/2$  を用いて評価した時間変化項を用いて解くことにあたる。今、 $q$  の時間変化項として、leap frog 法で扱う項  $A$  と台形 implicit 法で扱う項  $B$  とに分けて考える。 $A$  は  $q$  に対して非線形であるが、 $B$  は線形であるとする。すなわち、

$$q^+ = q^- + 2\Delta t A(q) + 2\Delta t B(q^+ + q^-)/2 \quad (2.76)$$

ただし、 $B$  は正方行列である。すると、 $\Delta q \equiv q^+ - q$  と書けば、

$$(I - \Delta t B)\Delta q = 2\Delta t (A(q) + Bq) \quad (2.77)$$

これは、行列演算で簡単に解くことができる。

### 2.4.3 semi-implicit 時間積分の適用

そこで、この方法を適用し、線形重力波の項を implicit 扱いする。これにより、時間ステップ  $\Delta t$  を大きくとることができる。

方程式系において、 $T = \bar{T}_k$  であるような静止場を基本場とする線型重力波項とそれ以外の項 (添字  $NG$  を付ける) に分離する。鉛直方向のベクトル表現  $\mathbf{D} = \{D_k\}$ ,  $\mathbf{T} = \{T_k\}$  を用いて、

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} \right)_{NG} - \mathbf{C} \cdot \mathbf{D}, \quad (2.78)$$

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right)_{NG} - \nabla_\sigma^2 (\Phi_S + \underline{W}\mathbf{T} + \mathbf{G}\pi) - \mathcal{D}_M \mathbf{D}, \quad (2.79)$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} = \left( \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \right)_{NG} - \underline{h}\mathbf{D} - \mathcal{D}_H \mathbf{T}, \quad (2.80)$$

ここで、非重力波項は、

$$\left( \frac{\partial \pi}{\partial t} \right)^{NG} = - \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_k = Z_k \quad (2.81)$$

$$\dot{\sigma}_{k-1/2}^{NG} = -\sigma_{k-1/2} \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} \right)^{NG} - \sum_{l=k}^K \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_l \quad (2.82)$$

$$\left( \frac{\partial D}{\partial t} \right)^{NG} = \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial (A_u)_k}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (A_v \cos \varphi)_k - \nabla_\sigma^2 \hat{E}_k - \mathcal{D}(D_k) \quad (2.83)$$

$$\left( \frac{\partial T_k}{\partial t} \right)^{NG} = - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u_k T'_k}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} (v_k T'_k \cos \varphi) + \hat{H}_k - \mathcal{D}(T_k) \quad (2.84)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_k &= T'_k D_k \\ &\quad - \frac{1}{\Delta \sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2} (\hat{T}'_{k-1/2} - T'_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2} (T'_k - \hat{T}'_{k+1/2})] \\ &\quad - \frac{1}{\Delta \sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}^{NG} (\hat{\bar{T}}_{k-1/2} - \bar{T}_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}^{NG} (\bar{T}_k - \hat{\bar{T}}_{k+1/2})] \\ &\quad + \hat{\kappa}_k T_{v,k} \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi \\ &\quad - \frac{\alpha_k}{\Delta \sigma_k} T_{v,k} \sum_{l=k}^K \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_l - \frac{\beta_k}{\Delta \sigma_k} T_{v,k} \sum_{l=k+1}^K \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_l \\ &\quad - \frac{\alpha_k}{\Delta \sigma_k} T'_{v,k} \sum_{l=k}^K D_l \Delta \sigma_l - \frac{\beta_k}{\Delta \sigma_k} T'_{v,k} \sum_{l=k+1}^K D_l \Delta \sigma_l \\ &\quad + \frac{Q_k + (Q_{diff})_k}{C_p} \end{aligned} \quad (2.85)$$

$$\hat{E}_k = E_k + \sum_{k=1}^K W_{kl} (T_{v,l} - T_l) \quad (2.86)$$

ここで、重力波項のベクトルおよび行列 (下線で表示) は、

$$C_k = \Delta \sigma_k \quad (2.87)$$

$$W_{kl} = C_p \alpha_l \delta_{k \geq l} + C_p \beta_l \delta_{k-1 \geq l} \quad (2.88)$$

$$G_k = \hat{\kappa}_k C_p \bar{T}_k \quad (2.89)$$

$$\underline{h} = \underline{Q}\underline{S} - \underline{R} \quad (2.90)$$

$$Q_{kl} = \frac{1}{\Delta\sigma_k} (\hat{T}_{k-1/2} - \bar{T}_k) \delta_{k=l} + \frac{1}{\Delta\sigma_k} (\bar{T}_k - \hat{T}_{k+1/2}) \delta_{k+1=l} \quad (2.91)$$

$$S_{kl} = \sigma_{k-1/2} \Delta\sigma_l - \Delta\sigma_l \delta_{k \leq l} \quad (2.92)$$

$$R_{kl} = - \left( \frac{\alpha_k}{\Delta\sigma_k} \Delta\sigma_l \delta_{k \leq l} + \frac{\beta_k}{\Delta\sigma_k} \Delta\sigma_l \delta_{k+1 \leq l} \right) \bar{T}_k. \quad (2.93)$$

ここで、例えば  $\delta_{k \leq l}$  は、 $k \leq l$  が成り立つとき 1、そうでないとき 0 となる関数である。

次のような表現を使用して、

$$\delta_t X \equiv \frac{1}{2\Delta t} (X^{t+\Delta t} - X^{t-\Delta t}) \quad (2.94)$$

$$\begin{aligned} \overline{X}^t &\equiv \frac{1}{2} (X^{t+\Delta t} + X^{t-\Delta t}) \\ &= X^{t-\Delta t} + \delta_t X \Delta t, \end{aligned} \quad (2.95)$$

方程式系に semi-implicit 法を適用すると、

$$\delta_t \pi = \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} \right)_{NG} - \underline{C} \cdot \overline{\underline{D}}^t \quad (2.96)$$

$$\delta_t \underline{D} = \left( \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \right)_{NG} - \nabla_\sigma^2 (\underline{\Phi}_S + \underline{W} \overline{\underline{T}}^t + \underline{G} \overline{\pi}^t) - \mathcal{D}_M (\underline{D}^{t-\Delta t} + 2\Delta t \delta_t \underline{D}) \quad (2.97)$$

$$\delta_t \underline{T} = \left( \frac{\partial \underline{T}}{\partial t} \right)_{NG} - \underline{h} \overline{\underline{D}}^t - \mathcal{D}_H (\underline{T}^{t-\Delta t} + 2\Delta t \delta_t \underline{T}) \quad (2.98)$$

すると、

$$\begin{aligned} &\left\{ (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_H)(1 + 2\Delta t \mathcal{D}_M) \underline{I} - (\Delta t)^2 (\underline{W} \underline{h} + (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_M) \underline{G} \underline{C}^T) \nabla_\sigma^2 \right\} \overline{\underline{D}}^t \\ &= (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_H)(1 + \Delta t \mathcal{D}_M) \underline{D}^{t-\Delta t} + \Delta t \left( \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \right)_{NG} \\ &\quad - \Delta t \nabla_\sigma^2 \left\{ (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_H) \underline{\Phi}_S + \underline{W} \left[ (1 - 2\Delta t \mathcal{D}_H) \underline{T}^{t-\Delta t} + \Delta t \left( \frac{\partial \underline{T}}{\partial t} \right)_{NG} \right] \right. \\ &\quad \left. + (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_H) \underline{G} \left[ \pi^{t-\Delta t} + \Delta t \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} \right)_{NG} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.99)$$

球面調和関数展開を用いているので、

$$\nabla_\sigma^2 = -\frac{n(n+1)}{a^2}$$

であり上式を  $\overline{\underline{D}}_n^{m,t}$  について解くことができる。その後、

$$\underline{D}^{t+\Delta t} = 2\overline{\underline{D}}^t - \underline{D}^{t-\Delta t} \quad (2.100)$$

および、(2.96), (2.98) により  $t + \Delta t$  における値  $\hat{X}^{t+\Delta t}$  が求められる。

### 2.4.4 時間スキームの特性と時間ステップの見積り

移流型方程式

$$\frac{\partial X}{\partial t} = c \frac{\partial X}{\partial x} \quad (2.101)$$

において、leap frog で離散化した場合の安定性を考える。今、

$$X = X_0 \exp(ikx)$$

と置き差分化すると、上式は、

$$X^{n+1} = X^{n-1} + 2ik\Delta t X^n \quad (2.102)$$

となる。ここで、

$$\lambda = X^{n+1}/X^n = X^n/X^{n-1}$$

とすると、

$$\lambda^2 = 1 + 2ikc\Delta t \lambda. \quad (2.103)$$

この解は  $kc\Delta t = p$  において、

$$\lambda = -ip \pm \sqrt{1 - p^2} \quad (2.104)$$

この絶対値は

$$|\lambda| = \begin{cases} 1 & |p| \leq 1 \\ p \pm \sqrt{p^2 - 1} & |p| > 1 \end{cases} \quad (2.105)$$

であり、 $|p| > 1$  の場合には、 $|\lambda| > 1$  となり、時間とともに絶対値が指数的に大きくなる解となる。これは計算が不安定であることを示す。

一方、 $|p| \leq 1$  の場合は  $|\lambda| = 1$  であるため、計算は中立である。ただし、 $\lambda$  の値として2つの解があり、そのうち一方は、 $\Delta t \rightarrow 1$  としたときに  $\lambda \rightarrow 1$  であるが、他方は  $\lambda \rightarrow -1$  となる。これは、時間的に大きく振動する解を示す。このモードは計算モードと呼ばれ、leap frog 法の問題点の一つである。このモードは時間フィルターを施すことによって減衰させることができる。

$|p| = kc\Delta t \leq 1$  の条件は、水平離散化の格子間隔  $\Delta x$  が与えられている場合にはそれによって  $k$  の最大値が

$$\max k = \frac{\pi}{\Delta x}$$

となることより、

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\pi c} \quad (2.106)$$

となる。スペクトルモデルの場合は、最大波数  $N$  により、地球半径を  $a$  として、

$$\Delta t \leq \frac{a}{Nc} \quad (2.107)$$

これが安定性の条件である。

積分の安定性を保証するには、 $c$  としては、もっとも速い移流・伝播の速度をとり、それによって決まる  $\Delta t$  よりも小さな時間ステップを用いればよい。semi-implicit を用いない場合には、重力波の伝播速度 ( $c \sim 300m/s$ ) が安定性の基準となるが、semi-implicit を用いた場合には、通常、東西風による移流が制限要因となる。従って、 $\Delta t$  は  $U_{max}$  を東西風の最大値として、

$$\Delta t \leq \frac{a}{NU_{max}} \quad (2.108)$$

を満たすようにとる。実際にはこれに安全のための係数をかけたものを用いる。

### 2.4.5 時間積分の開始における取扱い

AGCM で計算されたものではない適当な初期値から始める場合には、モデルに整合的な  $t$  および  $t - \Delta t$  の2つの時刻の物理量を与えることはできない。しかし、 $t - \Delta t$  の値として不整合な値を与えると、大きな計算モードが発生する。

そこで、まず  $X^{\Delta t/4} = X^0$  として、 $1/4$  の時間ステップで

$$X^{\Delta t/2} = X^0 + \Delta t/2 \dot{X}^{\Delta t/4} = X^0 + \Delta t/2 \dot{X}^0$$

を求め、さらに、 $1/2$  の時間ステップで、

$$X^{\Delta t} = X^0 + \Delta t \dot{X}^{\Delta t/2}$$

そして、本来の時間ステップで、

$$X^{2\Delta t} = X^0 + 2\Delta t \dot{X}^{\Delta t}$$

として、以後普通に leap frog で計算を行うようにすると、計算モードの発生が抑えられる。

## 2.5 力学部分のまとめ

ここでは、これまでの記述と重複するが、力学過程部で行われる計算を列挙する。

### 2.5.1 力学部分の計算の概要

力学過程は、以下のような順序で計算が行われる。ここで [ ] 内はサブルーチン名 (ファイル名) である。

1. 水平風の渦度・発散への変換 [UV2VDG(dvect)]
2. 仮温度の計算 [VIRTMD(dvtmp)]
3. 気圧傾度項の計算 [HGRAD(dvect)]
4. 鉛直流の診断的計算 [GRDDYN/PSDOT(dgdyn)]
5. 移流による時間変化項 [GRDDYN(dgdyn)]
6. 予報変数のスペクトルへの変換 [GD2WD(dg2wd)]
7. 時間変化項のスペクトルへの変換 [TENG2W(dg2wd)]
8. スペクトル値時間積分 [TINTGR(dintg)]
9. 予報変数の格子点値への変換 [GENGD(dgeng)]
10. 疑似等  $p$  面拡散補正 [CORDIF(ddifc)]
11. 拡散による摩擦熱の考慮 [CORFRC(ddifc)]
12. 質量の保存の補正 [MASFIX(dmfix)]
13. (物理過程) [PHYSCS(padmn)]
14. (時間フィルター) [TFILT(aadvn)]

### 2.5.2 水平風の渦度・発散への変換

水平風の格子点値  $u_{ij}, v_{ij}$  から渦度・発散の格子点値  $\zeta_{ij}, D_{ij}$  を求める。まず、渦度・発散のスペクトル  $\zeta_n^m, D_n^m$  を求める、

$$\begin{aligned}\zeta_n^m &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J i m v_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\ &+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J u_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)},\end{aligned}\quad (2.109)$$

$$\begin{aligned}D_n^m &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J i m u_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\ &- \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)};\end{aligned}\quad (2.110)$$

それをさらに、

$$\zeta_{ij} = \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^N \zeta_n^m Y_n^m{}_{ij}, \quad (2.111)$$

等を用いて格子点値に変換する。

### 2.5.3 仮温度の計算

仮温度  $T_v$  は、

$$T_v = T(1 + \epsilon_v q - l), \quad (2.112)$$

ただし、 $\epsilon_v = R_v/R - 1$  であり、 $R_v$  は水蒸気の気体定数 ( $461 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )、 $R$  は空気の気体定数 ( $287.04 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) である。

### 2.5.4 気圧傾度項の計算

気圧傾度項  $\nabla \pi = \frac{1}{p_S} \nabla p_S$  は、まず、 $\pi_n^m$  を

$$\pi_n^m = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (\ln p_S)_{ij} Y_n^{m*}{}_{ij} w_j, \quad (2.113)$$

でスペクトル表現に直してから、

$$\frac{1}{a \cos \varphi} \left( \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \right)_{ij} = \frac{1}{a \cos \varphi} \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^N i m \tilde{X}_n^m Y_n^m{}_{ij}, \quad (2.114)$$

$$\frac{1}{a} \left( \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \right)_{ij} = \frac{1}{a \cos \varphi} \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^N \pi_n^m (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^m{}_{ij}. \quad (2.115)$$

## 2.5.5 鉛直流の診断的計算

気圧変化項、および鉛直流、

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = - \sum_{k=1}^K (D_k + \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi) \Delta \sigma_k \quad (2.116)$$

$$\dot{\sigma}_{k-1/2} = -\sigma_{k-1/2} \frac{\partial \pi}{\partial t} - \sum_{l=k}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta \sigma_l \quad (2.117)$$

ならびにその非重力波成分を計算する。

$$\left( \frac{\partial \pi}{\partial t} \right)^{NG} = - \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_k \quad (2.118)$$

$$\dot{\sigma}_{k-1/2}^{NG} = -\sigma_{k-1/2} \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} \right)^{NG} - \sum_{l=k}^K \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_l \quad (2.119)$$

## 2.5.6 移流による時間変化項

運動量移流項:

$$\begin{aligned} (A_u)_k &= (\zeta_k + f)v_k - \frac{1}{2\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(u_{k-1} - u_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(u_k - u_{k+1})] \\ &\quad - \frac{C_p \hat{\kappa}_k T'_{v,k}}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} \end{aligned} \quad (2.120)$$

$$\begin{aligned} (A_v)_k &= -(\zeta_k + f)u_k - \frac{1}{2\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(v_{k-1} - v_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(v_k - v_{k+1})] \\ &\quad - \frac{C_p \hat{\kappa}_k T'_{v,k}}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (2.121)$$

$$\hat{E}_k = \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \sum_{k'=1}^k [C_p \alpha_k (T_v - T)_{k'} + C_p \beta_k (T_v - T)_{k'-1}] \quad (2.122)$$

温度移流項:

$$(uT')_k = u_k(T_k - \bar{T}) \quad (2.123)$$

$$(vT')_k = v_k(T_k - \bar{T}) \quad (2.124)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_k &= T'_k D_k \\ &\quad - \frac{1}{\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(\hat{T}'_{k-1/2} - T'_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(T'_k - \hat{T}'_{k+1/2})] \\ &\quad - \frac{1}{\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}^{NG}(\hat{\bar{T}}_{k-1/2} - \bar{T}_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}^{NG}(\bar{T}_k - \hat{\bar{T}}_{k+1/2})] \\ &\quad + \hat{\kappa}_k T_{v,k} \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi \\ &\quad - \frac{\alpha_k}{\Delta\sigma_k} T_{v,k} \sum_{l=k}^K \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_l - \frac{\beta_k}{\Delta\sigma_k} T_{v,k} \sum_{l=k+1}^K \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_l \\ &\quad - \frac{\alpha_k}{\Delta\sigma_k} T'_{v,k} \sum_{l=k}^K D_l \Delta \sigma_l - \frac{\beta_k}{\Delta\sigma_k} T'_{v,k} \sum_{l=k+1}^K D_l \Delta \sigma_l \end{aligned} \quad (2.125)$$

水蒸気移流項:

$$(uq)_k = u_k q_k \quad (2.126)$$

$$(vq)_k = v_k q_k \quad (2.127)$$

$$R_k = q_k D_k - \frac{1}{2\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(q_{k-1} - q_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(q_k - q_{k+1})] \quad (2.128)$$

### 2.5.7 予報変数のスペクトルへの変換

(2.109) および (2.110) を用いて

$u_{ij}^{t-\Delta t}, v_{ij}^{t-\Delta t}$  を渦度・発散のスペクトル表現  $\zeta_n^m, D_n^m$  に変換する。さらに、温度  $T^{t-\Delta t}$ 、比湿  $q^{t-\Delta t}$ 、 $\pi = \ln p_S^{t-\Delta t}$  を

$$X_n^m = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J X_{ij} Y_n^{m*}{}_{ij} w_j, \quad (2.129)$$

でスペクトル表現に変換する。

### 2.5.8 時間変化項のスペクトルへの変換

渦度の時間変化項:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_n^m}{\partial t} &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im(A_v)_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\ &+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (A_u)_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \end{aligned} \quad (2.130)$$

発散の時間変化項の非重力波成分:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial D_n^m}{\partial t} \right)^{NG} &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im(A_u)_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\ &- \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (A_v)_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\ &- \frac{n(n+1)}{a^2} \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \hat{E}_{ij} Y_n^{m*}{}_{ij} w_j \end{aligned} \quad (2.131)$$

温度の時間変化項の非重力波成分

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial T_n^m}{\partial t} \right)^{NG} &= -\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im(uT')_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\ &+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (vT')_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\ &+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \hat{H}_{ij} Y_n^{m*}{}_{ij} w_j \end{aligned} \quad (2.132)$$



## 水蒸気の時間変化項

$$\begin{aligned}
\frac{\partial q_n^m}{\partial t} = & -\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im(uq)_{ij} \cos \varphi_j Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
& + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (vq)_{ij} \cos \varphi_j (1-\mu_j^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^{m*}{}_{ij} \frac{w_j}{a(1-\mu_j^2)} \\
& + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J R_{ij} Y_n^{m*}{}_{ij} w_j
\end{aligned} \tag{2.133}$$

## 2.5.9 スペクトル値時間積分

行列形式の方程式

$$\begin{aligned}
& \left\{ (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_H)(1 + 2\Delta t \mathcal{D}_M) \underline{I} - (\Delta t)^2 (\underline{W} \underline{h} + (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_M) \underline{G} \underline{C}^T) \nabla_\sigma^2 \right\} \bar{\underline{D}}^t \\
& = (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_H)(1 - \Delta t \mathcal{D}_M) \underline{D}^{t-\Delta t} + \Delta t \left( \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \right)_{NG} \\
& - \Delta t \nabla_\sigma^2 \left\{ (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_H) \underline{\Phi}_S + \underline{W} \left[ (1 - 2\Delta t \mathcal{D}_H) \underline{T}^{t-\Delta t} + \Delta t \left( \frac{\partial \underline{T}}{\partial t} \right)_{NG} \right] \right. \\
& \quad \left. + (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_H) \underline{G} \left[ \pi^{t-\Delta t} + \Delta t \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} \right)_{NG} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{2.134}$$

をLU分解を用いて解くことによって  $\bar{\underline{D}}$  を求め、

$$\frac{\partial \underline{T}}{\partial t} = \left( \frac{\partial \underline{T}}{\partial t} \right)_{NG} - \underline{h} \underline{D} \tag{2.135}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = \left( \frac{\partial \pi}{\partial t} \right)_{NG} - \underline{C} \cdot \underline{D} \tag{2.136}$$

によって  $\partial \underline{T} / \partial t$ ,  $\partial \pi / \partial t$  を求めて、 $t + \Delta t$  におけるスペクトルの値を計算する。

$$\zeta^{t+\Delta t} = \left( \zeta^{t-\Delta t} + 2\Delta t \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right) (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_M)^{-1} \tag{2.137}$$

$$D^{t+\Delta t} = 2\bar{D} - D^{t-\Delta t} \tag{2.138}$$

$$T^{t+\Delta t} = \left( T^{t-\Delta t} + 2\Delta t \frac{\partial T}{\partial t} \right) (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_H)^{-1} \tag{2.139}$$

$$q^{t+\Delta t} = \left( q^{t-\Delta t} + 2\Delta t \frac{\partial q}{\partial t} \right) (1 + 2\Delta t \mathcal{D}_E)^{-1} \tag{2.140}$$

$$\pi^{t+\Delta t} = \pi^{t-\Delta t} + 2\Delta t \frac{\partial \pi}{\partial t} \tag{2.141}$$

## 2.5.10 予報変数の格子点値への変換

渦度・発散のスペクトル値  $\zeta_n^m, D_n^m$  から水平風速の格子点値  $u_{ij}, v_{ij}$  を求める。

$$u_{ij} = \frac{1}{\cos \varphi_j} \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{\substack{n=|m| \\ n \neq 0}}^N \left\{ \frac{a}{n(n+1)} \zeta_n^m (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_n^m{}_{ij} - \frac{ima}{n(n+1)} D_n^m Y_n^m{}_{ij} \right\} \tag{2.142}$$

$$v_{ij} = \frac{1}{\cos \varphi_j} \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{\substack{n=|m| \\ n \neq 0}}^N \left\{ -\frac{ima}{n(n+1)} \zeta_n^m Y_{n\ ij}^m - \frac{a}{n(n+1)} \tilde{D}_n^m (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} Y_{n\ ij}^m \right\} \quad (2.143)$$

さらに、

$$T_{ij} = \mathcal{R}e \sum_{m=-N}^N \sum_{n=|m|}^N T_n^m Y_{n\ ij}^m, \quad (2.144)$$

などによって、 $T_{ij}, \pi_{ij}, q_{ij}$  を求め、

$$p_{S_{ij}} = \exp \pi_{ij} \quad (2.145)$$

を計算する。

### 2.5.11 疑似等 $p$ 面拡散補正

水平拡散は等  $\sigma$  面上で適用されるが、山岳の傾斜の大きな領域では、山を上る方向に水蒸気が輸送され、山頂部での偽の降水をもたらすなどの問題を起こす。それを緩和するために、等  $p$  面の拡散に近くなるような補正を  $T, q, l$  について入れる。

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_p(T) &= (-1)^{N_D/2} K \nabla_p^{N_D} T \simeq (-1)^{N_D/2} K \nabla_\sigma^{N_D} T - \frac{\partial \sigma}{\partial p} (-1)^{N_D/2} K \nabla_\sigma^{N_D} p \cdot \frac{\partial T}{\partial \sigma} \\ &= (-1)^{N_D/2} K \nabla_\sigma^{N_D} T - (-1)^{N_D/2} K \nabla_\sigma^{N_D} \pi \cdot \sigma \frac{\partial T}{\partial \sigma} \\ &= \mathcal{D}(T) - \mathcal{D}(\pi) \sigma \frac{\partial T}{\partial \sigma} \end{aligned} \quad (2.146)$$

であるから、

$$T_k \leftarrow T_k - 2\Delta t \sigma_k \frac{T_{k+1} - T_{k-1}}{\sigma_{k+1} - \sigma_{k-1}} \mathcal{D}(\pi) \quad (2.147)$$

などとする。 $\mathcal{D}(\pi)$  は、 $\pi$  のスペクトル値  $\pi_n^m$  に拡散係数のスペクトル表現をかけたものを格子の値に変換して用いる。

### 2.5.12 拡散による摩擦熱の考慮

拡散による摩擦熱は、

$$Q_{DIF} = -(u_{ij} \mathcal{D}(u)_{ij} + v_{ij} \mathcal{D}(v)_{ij}) \quad (2.148)$$

と見積もられる。したがって、

$$T_k \leftarrow T_k - \frac{2\Delta t}{C_p} (u_{ij} \mathcal{D}(u)_{ij} + v_{ij} \mathcal{D}(v)_{ij}) \quad (2.149)$$

### 2.5.13 質量の保存の補正

スペクトル法による取扱いは、 $\pi = \ln p_S$  の全球積分は丸め誤差を除いて保存するが、質量、すなわち  $p_S$  の全球積分の保存は保証されない。また、スペクトルの波数打ちきりにともない、水蒸気の格子点値に負の値が出ることがある。これらの事情から、乾燥大気の質量と水蒸気、雲水の質量を保存させ、さらに負の水蒸気量となる領域を除去するための補正を行う。

まず、力学の計算の最初に [FIXMAS], 水蒸気、雲水の各成分の全球積分値  $M_q, M_l$  を計算しておく。

$$M_q^0 = \sum_{ijk} qp_S \Delta \lambda_i w_j \Delta \sigma_k \quad (2.150)$$

$$M_l^0 = \sum_{ijk} lp_S \Delta \lambda_i w_j \Delta \sigma_k \quad (2.151)$$

また、計算の最初のステップで乾燥質量  $M_d$  を計算し、記憶する。

$$M_d^0 = \sum_{ijk} (1 - q - l) p_S \Delta \lambda_i w_j \Delta \sigma_k \quad (2.152)$$

力学計算の終りには [MASFIX], 以下のような手順で補正を行う。

1. まず、負の水蒸気量となる格子点について、直下の格子点から水蒸気を分配して負の水蒸気を除去する。 $q_k < 0$  であるとすると、

$$q'_k = 0 \quad (2.153)$$

$$q'_{k-1} = q_{k-1} + \frac{\Delta p_k}{\Delta p_{k-1}} q_k \quad (2.154)$$

ただし、これは  $q'_{k-1} \geq 0$  となる場合にのみ行う。

2. 次に上の手続きで除去されなかった格子点について値を 0 とする。
3. 全球積分値  $M_q$  を計算し、これが  $M_q^0$  と一致するように、全球の水蒸気量に一定割合をかける。

$$q'' = \frac{M_q^0}{M_q} q' \quad (2.155)$$

4. 乾燥空気質量の補正を行う。同様に  $M_d$  を計算し、

$$p''_S = \frac{M_d^0}{M_d} p_S \quad (2.156)$$

### 2.5.14 水平拡散とレーリー摩擦

水平拡散の係数をスペクトル表現すると、

$$\mathcal{D}_{M_n}^m = K_M \left[ \left( \frac{n(n+1)}{a^2} \right)^{N_D/2} - \left( \frac{2}{a^2} \right)^{N_D/2} \right] + K_R \quad (2.157)$$

$$\mathcal{D}_{H_n}^m = K_M \left( \frac{n(n+1)}{a^2} \right)^{N_D/2} \quad (2.158)$$

$$\mathcal{D}_{E_n}^m = K_E \left( \frac{n(n+1)}{a^2} \right)^{N_D/2} \quad (2.159)$$

$K_R$  はレーリー摩擦係数である。レーリー摩擦係数は

$$K_R = K_R^0 \left[ 1 + \tanh \left( \frac{z - z_R}{H_R} \right) \right] \quad (2.160)$$

のようなプロファイルで与える。ただし、

$$z = -H \ln \sigma \quad (2.161)$$

と近似する。標準値は、 $K_R^0 = (30\text{day})^{-1}$ ,  $z_R = -H \ln \sigma_{top}$  ( $\sigma_{top}$ : モデルの最上レベル),  $H = 8000\text{m}$ ,  $H_R = 7000\text{m}$  である。

## 2.5.15 時間フィルター

leap frog における計算モードの除去のために Asselin(1972) の時間フィルターを毎ステップ適用する。

$$\bar{T}^t = (1 - 2\epsilon_f)T^t + \epsilon_f (\bar{T}^{t-\Delta t} + T^{t+\Delta t}) \quad (2.162)$$

と  $\bar{T}$  を求める。次のステップの力学過程で用いる  $T^{t-\Delta t}$  としては、この  $\bar{T}^t$  を用いる。 $\epsilon_f$  としては標準的に 0.05 を使用する。

実際にはまず、予報変数の格子点値への変換 [GENGD] の箇所で、

$$\bar{T}^{t*} = (1 - \epsilon_f)^{-1} [(1 - 2\epsilon_f)T^t + \epsilon_f \bar{T}^{t-\Delta t}] \quad (2.163)$$

を求めておき、物理過程の処理が終わり  $T^{t+\Delta t}$  の値が確定した後で [TFILT] で、

$$\bar{T}^t = (1 - \epsilon_f)\bar{T}^{t*} + \epsilon_f \bar{T}^{t+\Delta t} \quad (2.164)$$

とする。

## 第3章 物理過程

### 3.1 物理過程の概要

物理過程として、以下のような過程を考える

- 積雲対流過程
- 大規模凝結過程
- 放射過程
- 鉛直拡散過程
- 地表フラックス
- 地表面・地中過程
- 重力波抵抗

これらの過程による予報変数の時間変化項  $F_x, F_y, Q, M, S$  を計算し、時間積分を行う。また、大気・地表フラックスを評価するために地表面サブモデルを利用する。地表面サブモデルにおいては、地中温度  $T_g$ 、地中水分  $W_g$ 、積雪量  $W_y$  などを予報変数として用いている。

#### 3.1.1 基本方程式

$\sigma$  座標系の大気の運動方程式、熱力学の式、水蒸気などの物質の連続の式を考える。運動量、熱、水蒸気等の鉛直方向のフラックスを考慮し、その収束による時間変化を求める。鉛直フラックスは全て上向きを正とする。

##### 1. 運動方程式

$$\rho \frac{du}{dt} = \frac{\partial F_u}{\partial \sigma} \quad (3.1)$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = \frac{\partial F_v}{\partial \sigma} \quad (3.2)$$

$u, v$ : 東西、南北風;  $F_u, F_v$ : それらの鉛直フラックス。

##### 2. 熱力学の式

$$\rho \frac{dc_p T}{dt} = \frac{T}{\theta} \frac{\partial F_\theta}{\partial \sigma} + \frac{\partial F_R}{\partial \sigma} \quad (3.3)$$

$T$ : 温度;  $c_p$ : 定圧比熱;  $\theta = T(p/p_0)^{-R/c_p} = T(p/p_0)^{-\kappa}$ : 温位;  $F_\theta$ : 鉛直顕熱フラックス;  $F_R$ : 鉛直放射フラックス。

ここで、 $\theta' = T(p/p_s)^{-\kappa} = T\sigma^{-\kappa}$  とおくと、これは、

$$\rho \frac{dc_p T}{dt} = \sigma^\kappa \frac{\partial F_{\theta'}}{\partial \sigma} + \frac{\partial F_R}{\partial \sigma} \quad (3.4)$$

鉛直1次元過程を考える限りにおいては、 $\theta$ の代わりに $\theta'$ を考えればよい。以下、簡単のために、混同のおそれがない限り、 $\theta'$ を $\theta$ と書く。

### 3. 水蒸気の連続の式

$$\rho \frac{dq}{dt} = \frac{\partial F_q}{\partial \sigma} \quad (3.5)$$

$q$ :比湿;  $F_q$ :鉛直水蒸気フラックス。

### 3.1.2 地中の基本方程式

下向きを正とした $z$ 座標で考える。やはり鉛直フラックスは全て上向きを正とする。

### 4. 熱の式

$$\frac{\partial C_g G}{\partial t} = \frac{\partial F_g}{\partial z} + S_g \quad (3.6)$$

$G$ :地中温度;  $C_g$ :定圧比熱;  $F_g$ :鉛直熱フラックス;  $S_g$ :加熱項(相変化などによる)。

### 5. 地中水分の式

$$C_w \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial F_w}{\partial z} + S_w \quad (3.7)$$

$w$ :地中水分;  $F_w$ :鉛直水フラックス;  $S_w$ :水のソース(流出など)。

### 6. エネルギーの収支式

地表表面で、エネルギーのバランスが成立する。

$$F_\theta + LF_q + F_R - F_g = \Delta s \quad (\sigma = 1, z = 0) \quad (3.8)$$

$L$ :蒸発の潜熱;  $\Delta s$ :地表エネルギーバランス(相変化などにもなう)。

### 7. 地表の水の収支

$$P_g + F_w - R_g = 0 \quad (3.9)$$

$P_g$ :降水;  $R_g$ :表面流出。

### 8. 雪の収支

$$\frac{\partial W_y}{\partial t} = P_y - F_y - M_y \quad (3.10)$$

$W_y$ :積雪量 ( $\text{kg}/\text{m}^2$ );  $P_y$ :降雪;  $F_y$ :昇華;  $M_y$ :融雪。

### 3.1.3 物理過程の時間積分法

予報変数の時間積分の観点から物理過程を分類すると、実行順に以下の3つに分けることができる。

1. 積雲対流および大規模凝結
2. 放射、鉛直拡散、接地境界層・地表過程
3. 重力波抵抗、質量調節、乾燥対流調節

積雲対流および大規模凝結は、

$$\hat{T}^{t+\Delta t,(1)} = \hat{T}^{t+\Delta t} + 2\Delta t Q_{CUM}(\hat{T}^{t+\Delta t}) \quad (3.11)$$

$$\hat{T}^{t+\Delta t,(2)} = \hat{T}^{t+\Delta t,(1)} + 2\Delta t Q_{LSC}(\hat{T}^{t+\Delta t,(1)}) \quad (3.12)$$

のように、通常の Euler 差分によって値を順次更新する。大規模凝結スキームには、積雲対流スキームによって更新された値が受け渡されることに注意。実際には、積雲対流や大規模凝結のルーチンでは加熱率等が出力され、時間積分はその直後の [GDINTG] によって行われる。

次のグループの放射、鉛直拡散、接地境界層・地表過程の計算は、基本的には全てこの更新された値 ( $\hat{T}^{t+\Delta t,(1)}, \hat{q}^{t+\Delta t,(2)}$  等) を用いて行われる。ただし、一部の項を implicit 扱いで計算するために、これらの項を全て一括して加熱率等を計算して、最後に時間積分を行う。すなわち、シンボリックに書けば、

$$\hat{T}^{t+\Delta t,(3)} = \hat{T}^{t+\Delta t,(2)} + 2\Delta t Q_{RAD,DIF,SFC}(\hat{T}^{t+\Delta t,(2)}, \hat{T}^{t+\Delta t,(3)}) \quad (3.13)$$

となる。

重力波抵抗、質量調節、乾燥対流調節に関しては、積雲対流および大規模凝結と同様である。

$$\hat{T}^{t+\Delta t,(4)} = \hat{T}^{t+\Delta t,(3)} + 2\Delta t Q_{ADJ}(\hat{T}^{t+\Delta t,(3)}) \quad (3.14)$$

### 3.1.4 各種の物理量

予報変数から簡単な計算で求められる各種の物理量の定義を示す。このうちいくつかは、[PSETUP] で計算される。

1. 仮温度

仮温度  $T_v$  は、

$$T_v = T(1 + \epsilon_v q - l) \quad (3.15)$$

2. 大気密度

大気密度  $\rho$  は、以下のように計算される。

$$\rho = \frac{p}{RT_v} \quad (3.16)$$

3. 高度

高度  $z$  は、力学過程でのジオポテンシャルの計算と同じ方式によって評価する。

$$z = \frac{\Phi}{g} \quad (3.17)$$

$$\Phi_1 = \Phi_s + C_p(\sigma_1^{-\kappa} - 1)T_{v,1} \quad (3.18)$$

$$\Phi_k - \Phi_{k-1} = C_p \left[ \left( \frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_k} \right)^\kappa - 1 \right] T_{v,k} + C_p \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_{k-1}} \right)^\kappa \right] T_{v,k-1} \quad (3.19)$$

## 4. 層の境界の温度

層の境界の温度は、 $\ln p$  すなわち  $\ln \sigma$  に対する線形補間を行って計算する。

$$T_{k-1/2} = \frac{\ln \sigma_{k-1} - \ln \sigma_{k-1/2}}{\ln \sigma_{k-1} - \ln \sigma_k} T_k + \frac{\ln \sigma_{k-1/2} - \ln \sigma_k}{\ln \sigma_{k-1} - \ln \sigma_k} T_{k-1} \quad (3.20)$$

## 5. 飽和比湿

飽和比湿  $q^*(T, p)$  は飽和蒸気圧  $e^*(T)$  を用いて近似的に、

$$q^*(T, p) = \frac{\epsilon e^*(T)}{p}. \quad (3.21)$$

ここで、 $\epsilon = 0.622$  であり、

$$\frac{1}{e_v^*} \frac{\partial e_v^*}{\partial T} = \frac{L}{R_v T^2} \quad (3.22)$$

よって、蒸発の潜熱  $L$ 、水蒸気の気体定数  $R_v$  を一定とすれば、

$$e^*(T) = e^*(T = 273\text{K}) \exp \left[ \frac{L}{R_v} \left( \frac{1}{273} - \frac{1}{T} \right) \right], \quad (3.23)$$

$e^*(T = 273\text{K}) = 611 \text{ [Pa]}$  である。

(3.22) より、

$$\frac{\partial q^*}{\partial T} = \frac{L}{R_v T^2} q^*(T, p). \quad (3.24)$$

ここで、温度が氷点  $273.15\text{K}$  よりも低い場合には、潜熱  $L$  として昇華の潜熱  $L + L_M$  を用いる。

## 6. 乾燥静的エネルギー、湿潤静的エネルギー

乾燥静的エネルギー  $s$  は

$$s = C_p T + gz, \quad (3.25)$$

湿潤静的エネルギー  $h$  は

$$h = C_p T + gz + Lq, \quad (3.26)$$

で定義される。

## 3.2 積雲対流

## 3.2.1 積雲対流スキームの概要

積雲対流スキームは、積雲対流にかかわる凝結・降水・対流過程を表現し、潜熱の放出とそれにもなう対流運動による温度と水蒸気量の変化と降水を計算する。また、放射に關与する雲水量と雲の被覆率を計算する。主な入力データは、気温  $T$ 、比湿  $q$  であり、出力データは気温と比湿の時間変化率  $\partial T / \partial t$ ,  $\partial q / \partial t$ ,  $\partial l / \partial t$  や放射に用いられる積雲の雲水量  $l^c R$ 、雲量  $C^c$  である。

積雲対流スキームの枠組は基本的に Arakawa and Schubert (1974) に基づく。1つの水平格子での鉛直気柱をパラメタリゼーションの基本単位として考える。雲は雲内の温度、比湿、雲水量と鉛直上向き質量フラックスで特徴づけられ、一つの鉛直気柱内で雲頂の違う複数の雲を考慮する。雲は水平格子の中の一部を占め、残りの周囲領域には雲の質量フラックスに等しい下降流（補償下降流）が存在する。この補償下降流と雲の中の空気の周囲領域への流出（デトレインメント）によって、周囲領域の温度・比湿場が変化する。



積雲対流の上昇流域の面積は小さいとし、格子平均の温度・比湿場と周囲領域の温度・比湿場を同一視して扱うので、これによって格子平均の温度・比湿の変化が求まる。

雲内の温度、比湿、雲水量を決めるのは雲モデルである。ここでは、エントレイン・プリューム型のモデルを用い、Moorthi and Suarez (1992) と同様に、高さに関して直線的な質量フラックスの増大を仮定する。雲底は、地表大気を持ち上げ凝結高度とし、周囲領域の空気を取り込み (エントレインメント) の割合の違いによって複数の雲頂高度の雲を考慮する。ただし、その雲底を持つ雲が存在し得ないような場合には、より高い雲底を持つ雲の可能性も考慮する。

各雲の質量フラックスは雲仕事関数を用いて診断的に求める。雲仕事関数は、単位質量フラックスあたりの浮力による仕事の鉛直積分として定義される。この雲仕事関数が、積雲の補償下降流等の作用によってある緩和時間で 0 に近付けるような質量フラックスを与える。

さらに、降水の蒸発とそれともなうダウンドラフトの効果を非常に簡単な形で考慮する。

計算手順の概略は以下の通りである。括弧内は対応するサブルーチン名である。

1. 雲底高度を地表大気を持ち上げ凝結高度として評価する。
2. 雲モデルを用いて、各雲頂高度に対応する雲の温度、比湿、雲水量、質量フラックス (相対値) の鉛直分布を求める [UPDRF]。
3. 雲仕事関数を計算する [CWF]。
4. 単位質量フラックスの雲による周囲領域の温度・比湿の仮想的な変化を求める [CLDTST]。
5. 仮想変化した温度・比湿に対する雲仕事関数を計算する [CWF]。
6. 仮想変化前後の雲仕事関数を用いて雲底での雲質量フラックスを計算する [CBFLX]。
7. 雲質量フラックス・デトレインメントの鉛直分布と降水量を計算する [CMFLX]。
8. 積雲による雲水量・雲量を評価する [CMCLD]。
9. デトレインメントによる温度・比湿の変化を求める [CLDDET]。
10. 補償下降流による温度・比湿の変化を求める [CLDSBH]。
11. 降水の蒸発とダウンドラフトの雲の温度、比湿、質量フラックスの鉛直分布を求める [DWNEVP]。
12. ダウンドラフトのデトレインメントによる温度・比湿の変化を求める [CLDDDE]。
13. ダウンドラフトの補償上昇流による温度・比湿の変化を求める [CLDSBH]。

### 3.2.2 Arakawa-Schubert スキームの基本的枠組

雲の質量フラックス  $M$ 、デトレインメント  $D$  は、

$$M(z) = M_B \eta(z), \quad (3.27)$$

$$D(z) = M_B \eta(z_T) \delta(z - z_T). \quad (3.28)$$

と表される。 $M_B$  は雲底  $z_B$  での質量フラックスであり、 $\eta$  はそれで無次元化された質量フラックスである。

これにより、平均場の時間変化は、以下のように求められる。

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} = M \frac{\partial \bar{h}}{\partial z} + D(h^t - \bar{h}) , \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = M \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} + D(q^t + l^t - \bar{q}) . \quad (3.30)$$

ただし、 $\bar{h}, \bar{q}$  は平均場の湿潤静的エネルギーと比湿、 $h^t, q^t, l^t$  はデトレイメントに含まれる空気の湿潤静的エネルギー、比湿、雲水量である。

$\eta, h^t, q^t, l^t$  は雲モデルによって求められる。 $M_B$  は雲仕事関数を用いたクロージャの仮定によって求める。

### 3.2.3 雲モデル

雲モデルは、基本的にエントレイン・プリュームモデルである。各種の雲はエントレインメント率で特徴づけられ、それに応じてさまざまな雲頂高度を持つことになる。ただし、後の計算の都合のため、ここではまず雲頂高度を指定し、それに対応するエントレインメント率を求めることにより雲の鉛直構造を求める。高さに関して直線的な質量フラックスの増大を仮定することにより、この計算は逐次近似を含まない形に簡単化される。

雲底高度  $z_T$  を、地表大気の持ち上げ凝結高度、すなわち、

$$\bar{q}(0) \geq \bar{q}^*(z) + \frac{\gamma}{L(1+\gamma)} (\bar{h}(0) - \bar{h}(z)) , \quad (3.31)$$

をみたす最低の  $z$  として定義する。

無次元化された質量フラックス  $\eta$  は、エントレインメント率を  $\lambda$  として、

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} = \lambda , \quad (3.32)$$

すなわち、

$$\begin{aligned} \eta(z) &= 1 + \lambda(z - z_B) \\ &\equiv 1 + \lambda \hat{\eta}(z) . \end{aligned} \quad (3.33)$$

雲の中の湿潤静的エネルギー  $h^c$ 、総水量  $w^c$  に関する収支は、

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta h^c) = \lambda \bar{h} , \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta w^c) = \lambda \bar{q} - \pi . \quad (3.35)$$

ここで、 $\bar{h}, \bar{q}, \pi$  はそれぞれ、平均場の  $h, q$  および降水生成である。

積分すると、

$$\begin{aligned} \eta(z) h^c(z) &= h^c(z_B) + \lambda \int_{z_B}^z \bar{h}(\xi) d\xi \\ &\equiv h^c(z_B) + \lambda \hat{h}^c(z) , \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \eta(z) w^c(z) &= w^c(z_B) + \lambda \int_{z_B}^z \bar{q}(\xi) d\xi - R(z) \\ &\equiv w^c(z_B) + \lambda \hat{w}^c(z) - R(z) \\ &\equiv \eta(z) w^a(z) - R(z) . \end{aligned} \quad (3.37)$$

質量フラックスは地表で0であるとし、雲底より下においても直線的に増大すると仮定する、

$$\eta(z) = \frac{z}{z_B} \quad (z < z_B) . \quad (3.38)$$

この雲底より下のエントレインメントを計算することにより、雲底での  $h^c, w^c$  が求められる。すなわち、

$$h^c(z_B) = \frac{1}{z_B} \int_0^{z_B} \bar{h}(z) dz , \quad (3.39)$$

$$w^c(z_B) = \frac{1}{z_B} \int_0^{z_B} \bar{q}(z) dz . \quad (3.40)$$

雲による単位質量フラックスあたりの浮力は、

$$\begin{aligned} B &= \frac{g}{\bar{T}} (T_v^c - \bar{T}_v) \\ &= \frac{g}{\bar{T}} [T^c (1 + \epsilon q^c - l^c) - \bar{T} (1 + \epsilon \bar{q})] \\ &\simeq \frac{g}{\bar{T}} [(T^c - \bar{T}) - \bar{T} (\epsilon (q^c - \bar{q}) - l^c)] \\ &\simeq \frac{g}{\bar{T}} \left[ \frac{1}{C_p (1 + \gamma)} (h^c - \bar{h}^*) + \bar{T} \left( \epsilon \frac{\gamma}{L(1 + \gamma)} (h^c - \bar{h}^*) + \epsilon (\bar{q}^* - \bar{q}) - l^c \right) \right] . \end{aligned} \quad (3.41)$$

ここで、 $T_v$  は仮温度、 $q^*$  は飽和比湿、 $\epsilon = R_{\text{H}_2\text{O}}/R_{\text{air}} - 1$ ,  $\gamma = L/C_p \partial q^*/\partial T$  であり、 $\bar{q}^*, \bar{h}^*$  は、それぞれ平均場の飽和時の値を示す。また、 $q^c, l^c$  は雲の水蒸気量、雲水量であり、

$$q^c = q^*(T^c) \simeq \bar{q}^* + \frac{1}{L(1 + \gamma)} (h^c - \bar{h}^*) , \quad (3.42)$$

$$l^c = w^c - q^c . \quad (3.43)$$

雲頂  $z_T$  においては、浮力  $B$  が0であるとする。従って、 $B(z_T) = 0$  を解けば、与えられた雲頂高度  $z_T$  に対応する  $\lambda$  を求めることができる。ここで、地表面から上に積分した降水率  $R(z)$  に関しては、既知の関数  $r(z)$  を用いて以下のように表されると仮定する。

$$R(z) = \eta(z) r(z) [w^a(z) - q^c(z)] . \quad (3.44)$$

すると、

$$\frac{\bar{T}}{g} B \simeq \frac{1}{1 + \gamma} \left[ \frac{1}{C_p} + \bar{T} (\epsilon + 1 - r) \frac{\gamma}{L} \right] (h^c - \bar{h}^*) + (\epsilon + 1 - r) \bar{T} \bar{q}^* - \epsilon \bar{T} \bar{q} - \bar{T} (1 - r) w^a . \quad (3.45)$$

$B(z_T) = 0$  は簡単に解くことができ、

$$\lambda = \frac{a [h^c(z_B) - \bar{h}^*(z_T)] + \bar{T}(z_T) [b - (1 - r(z_T)) q^c(z_B)]}{a [\hat{\eta}(z_T) \bar{h}^*(z_T) - \hat{h}^c(z_T)] - \bar{T}(z_T) [b \hat{\eta}(z_T) - (1 - r(z_T)) \hat{q}_t^c(z_T)]} \quad (3.46)$$

ただし、

$$a \equiv \frac{1}{1 + \gamma} \left[ \frac{1}{C_p} + \bar{T}(z_T) (\epsilon + 1 - r(z_T)) \frac{\gamma}{L} \right] , \quad (3.47)$$

$$b \equiv (\epsilon + 1 - r(z_T)) \bar{q}^*(z_T) - \epsilon \bar{q}(z_T) . \quad (3.48)$$

前述のように本来は  $\lambda$  を指定して  $z_T$  を求めるのであり、ある  $z_T$  に対して物理的に意味のある  $\lambda$  が求まるかどうかの保証はない。その吟味が必要であるが、ここでは、 $\lambda$  が小さくなるほど  $z_T$  が低くなるべきであることを考慮に入れる。

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z_T} < 0 \quad (3.49)$$

が満たされるかどうかの吟味を行い、満たされない場合は雲頂  $z_T$  を持つ雲は存在しないとして処理を行う。また、 $\lambda$  に最小値を設け、これより小さい  $\lambda$  の雲は存在しないとする。これは、エントレインメント率がブリュームの大きさに反比例することから考えると、ブリュームの大きさに最大があることに相当する。

雲水量  $l^c(z)$  は、

$$\begin{aligned} l^c(z) &= w^a(z) - q^c(z) - R(z)/\eta(z) \\ &= (1 - r(z)) [w^a(z) - q^c(z)] . \end{aligned} \quad (3.50)$$

ただし、 $w^a(z) < q^c(z)$  の場合には  $l^c(z) = 0$  である。さらに、一度降水したものが上昇後雲水になることは考えられないので、 $R(z)$  は  $z$  の増加関数でなければならない。これにより  $r(z)$  に制限がつくことになる。

デトレインメントの空気特性値は、

$$h^t = h^c(z_T) , \quad (3.51)$$

$$q^t = q^c(z_T) , \quad (3.52)$$

$$l^t = l^c(z_T) . \quad (3.53)$$

$h^c(z_B) < \bar{h}^*(z_T)$  の場合は、雲は存在しないとする。この場合、

$$\bar{h}(z'_B) > \bar{h}^*(z_T) , \quad z_B < z < z_T \quad (3.54)$$

を満たす  $z'_B$  が存在するときには、その直上を新たに  $z_B$  とし、

$$h^c(z_B) = \bar{h}(z'_B) , \quad (3.55)$$

$$w^c(z_B) = \bar{q}(z'_B) \quad (3.56)$$

として求める。

### 3.2.4 雲仕事関数 (CWF)

雲仕事関数 (CWF),  $A$  は、

$$A \equiv \int_{z_B}^{z_T} B \eta dz \quad (3.57)$$

であり、

$$A = \int_{z_B}^{z_T} \frac{g}{T} [(T^c - \bar{T}) + \bar{T} \{\epsilon(q^c - \bar{q}) - l^c\}] \eta dz . \quad (3.58)$$

本来は、後述するダウンドラフトにともなう仕事も勘定に入れるべきだが、ここでは簡単のために無視する。

この計算の際、下から出発して一度正の浮力を持った雲が負の浮力を持つ場合には、本来負になるところで雲頂が存在するべきであるので、現在考慮している雲頂を持つ雲は存在しないとして処理を行う。

### 3.2.5 雲底での雲質量フラックス

雲底での雲質量フラックスは、ある時間スケール  $\tau_a$  で、雲の作用によって雲仕事関数が 0 に近付くように決まるという仮定を置く。

それを見積もるために、まず、単位雲底質量フラックス  $M_0$  の雲による平均場の時間変化を求める。

$$\frac{\partial \bar{h}'}{\partial t} = M_0 \eta \frac{\partial \bar{h}}{\partial z} + \eta(z_T) \delta(z - z_T) (h^t - \bar{h}) , \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial \bar{q}'}{\partial t} = M_0 \eta \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} + \eta(z_T) \delta(z - z_T) (q^t + l^t - \bar{q}) . \quad (3.60)$$

これにより、

$$\bar{h}' = \bar{h} + \frac{\partial \bar{h}'}{\partial t} \delta t, \quad (3.61)$$

$$\bar{q}' = \bar{q} + \frac{\partial \bar{q}'}{\partial t} \delta t \quad (3.62)$$

を計算し、 $\bar{h}', \bar{q}'$  を用いて (3.58) から雲仕事関数を計算したものを  $A'$  とおく。

すると、

$$M_B = \frac{A}{A - A'} \frac{\delta t}{\tau_a} M_0 \quad (3.63)$$

となる。ここで、 $A'$  を求める際に本来は  $\bar{h}', \bar{q}'$  に対応した雲の鉛直構造を計算しなおすべきであるが、現在は同じ雲の構造を用いて行っている。

### 3.2.6 雲の質量フラックス、降水

各雲頂高度の雲の総和の、雲の質量フラックス  $M$  は

$$M(z) = \int_i^i M_B^i \eta^i(z). \quad (3.64)$$

また、降水のフラックス  $P(z)$  は、

$$P(z) = \int_i M_B^i [R^i(z_T) - R^i(z)] . \quad (3.65)$$

### 3.2.7 平均場の時間変化

補償下降流およびデトレインメントによる平均場の時間変化は、以下のように求められる。

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} = M \frac{\partial \bar{h}}{\partial z} + \int_i D^i ((h^t)^i - \bar{h}), \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = M \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} + \int_i D^i ((q^t)^i + (l^t)^i - \bar{q}(z_T^i)). \quad (3.67)$$

ただし、 $D^i = M_B^i \eta^i(z_T^i)$  である。

### 3.2.8 降水の蒸発とダウンドラフト

降水は未飽和の大気中を落下し、その間に一部が蒸発する。さらにその一部は、ダウンドラフトを形成する。

蒸発率  $E$  は、

$$E = \rho a_e \rho_p^{b_e} (\bar{q}_w - \bar{q}), \quad (3.68)$$

ただし、 $\bar{q}_w$  は湿球温度に対応する飽和比湿であり、

$$\bar{q}_w = \bar{q} + \frac{\bar{q}^* - \bar{q}}{1 + \frac{L}{C_p} \frac{\partial \bar{q}^*}{\partial T}}. \quad (3.69)$$

$a_e, b_e$  は微物理のパラメータである。 $\rho_p$  は降水粒子の密度であり、 $V_T$  を降水の終端速度として、

$$\rho_p = \frac{P}{V_T}. \quad (3.70)$$

現在の標準値は  $a_e = 0.25$ ,  $b_e = 1$ ,  $V_T = 10 \text{m/s}$  である。

ダウンドラフトについては、次の様な仮定を行う。

- 雲底の上で  $\bar{h}$  が高度とともに単調減少する領域の上端を  $z_d$  とすると、ダウンドラフトは、 $z < z_d$  なる領域で起こる。
- 各高度で起こる降水蒸発の一定割合がダウンドラフトの形成に用いられる。降水の蒸発によってちょうど飽和状態となった周囲領域の空気がダウンドラフトに取り込まれる (エントレインメント)。
- $z < z_B$  ではデトレインメントが起き、質量フラックスは直線的に減少する。

すなわち、 $z_B < z < z_d$  において、質量フラックス  $M^d(z)$ 、ダウンドラフトの空気塊の  $h^d(z)$ 、 $q^d(z)$  は以下の式に従う。降水の蒸発時には湿潤静的エネルギーは保存すること、ならびに蒸発によって飽和になったときの比湿が  $\bar{q}_w$  であることに注意。

$$\frac{\partial M^d}{\partial z} = -f_d \frac{E}{\bar{q}_w - \bar{q}}, \quad (3.71)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(M^d h^d) = \bar{h} \frac{\partial M^d}{\partial z}, \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(M^d q^d) = \bar{q}_w \frac{\partial M^d}{\partial z}. \quad (3.73)$$

上式で、 $f_d$  は蒸発のうちダウンドラフトにとりこまれる分であり、 $(1 - f_d)$  は平均場に直接蒸発する。ただし、ダウンドラフトの質量フラックス  $M^d$  は雲底の質量フラックスの合計  $M$  の  $f_m$  倍を越えないとする。現在の標準値は  $f_d = 0.5$ ,  $f_m = 1.0$  である。

### 3.2.9 雲水量と雲量

放射に用いる格子平均の雲水量  $l^{cR}$  は、雲水  $l^c$  を含む積雲の強い上昇域の占める割合を  $\delta^c$  とすると、

$$l^{cR} = \delta^c l^c. \quad (3.74)$$

質量フラックス  $M^c$  は、この  $\delta^c$  と上昇流の鉛直速度  $v^c$  を用いて

$$M = \delta^c \rho v^c \quad (3.75)$$

となるから、結局、

$$l^{cR} = \frac{M^c}{\rho v^c} l^c = \alpha M^c l^c. \quad (3.76)$$

放射の見積りに用いられる雲量  $C^c$  は、実際には上昇流や雲水の分布に水平方向の広がりがあることを考えると、この  $\delta^c$  よりはかなり大きな値をとるのが妥当である。ここでは、簡単に、

$$C^c = \beta M_B \quad (3.77)$$

とする。現在の標準値は、 $\alpha = 0.3$ ,  $\beta = 20$  である。

## 3.3 大規模凝結

### 3.3.1 大規模凝結スキームの概要

大規模凝結スキームは、積雲対流以外の雲にかかわる凝結過程を表現し、潜熱の放出と水蒸気の減少、降水を計算する。また、放射に関連する雲水量と雲の被覆率を計算する。主な入力データは、気温  $T$ 、比湿  $q$ 、雲水量  $l$  であり、出力データは気温・比湿・雲水量の時間変化率  $\partial T / \partial t$ ,  $\partial q / \partial t$ ,  $\partial l / \partial t$  および雲量  $C$  である。

CCSR/NIES AGCM では、水蒸気混合比 (比湿  $q$ ) に加えて雲水量 ( $l$ ) もモデルの予報変数となっている。実際には、この大規模凝結のルーチンの中でまずその和である総水量 ( $q^t = q + l$ ) を計算し、それを再び雲水と水蒸気に分けることを行っているの、事実上は予報変数は総水量 ( $q^t$ ) 一つである。格子内の  $q^t$  の変動の分布を仮定することにより、各格子内での雲量 (雲の水平被覆率) と雲水量を診断する。また、雲水の降水への変換と降水の落下途中の蒸発を考慮する。

計算手順の概略は以下の通りである。

1. 水蒸気量  $q$  雲水量  $l$  とを加え、総水量  $q^t$  とする。気温は雲水を蒸発させた、liquid water temperature  $T_l$  とする。
2.  $q^t$  の変動の分布を仮定し、雲量を求め、雲水と水蒸気に再び分離する。
3. 凝結による温度の変化を考慮し、逐次近似によって雲量、雲水量、水蒸気の配分を決定する。
4. 雲水量の降水への変換を評価する。
5. 氷の落下を評価する。
6. 降水と落下氷の蒸発を評価する。

### 3.3.2 雲水量の診断

格子平均の総水量  $\bar{q}^t = \bar{q} + \bar{l}$  が与えられたとき、総水量  $q^t$  の格子内での分布を、 $(1-b)\bar{q}^t$  から  $(1+b)\bar{q}^t$  の間の一様分布であると仮定する。すなわち確率密度関数は、

$$F(q^t) = \begin{cases} (2b\bar{q}^t)^{-1} & (1-b)\bar{q}^t < q^t < (1+b)\bar{q}^t \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \quad (3.78)$$

この分布は、水平方向の分布であると考え。一方、飽和比湿は格子平均の値  $\bar{q}^*$  を用いる。

格子点の中で、 $q^t > q^*$  である領域に雲が存在すると考える (図 3.1)。

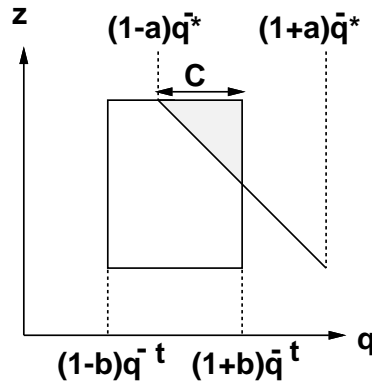


図 3.1: 総水量の分布、飽和比湿の分布と雲量

すると、図の陰影で示すような、総水量が飽和を越える部分の水平方向の比率  $C$  は、

$$C = \begin{cases} 0 & (1+b)\bar{q}^t \leq \bar{q}^* \\ \frac{(1+b)\bar{q}^t - \bar{q}^*}{2b\bar{q}^t} & (1-b)\bar{q}^t < \bar{q}^* < (1+b)\bar{q}^t \\ 1 & (1-b)\bar{q}^t \leq \bar{q}^* \end{cases} \quad (3.79)$$

となり、これが雲量 (水平雲被覆率) である。

また、雲水量  $l$  は、 $q^t > q^*$  である領域で  $q^t - q^*$  を積分したもので、

$$l = \begin{cases} 0 & (1+b)\bar{q}^t \leq \bar{q}^* \\ \frac{[(1+b)\bar{q}^t - \bar{q}^*]^2}{4b\bar{q}^t} & (1-b)\bar{q}^t \leq \bar{q}^* \leq (1+b)\bar{q}^t \\ \bar{q}^t - \bar{q}^* & (1-b)\bar{q}^t \geq \bar{q}^* \end{cases} \quad (3.80)$$

### 3.3.3 逐次近似による決定

まず、水蒸気  $q$  と雲水  $l$ 、温度  $T$  から、総水量  $q^t$  と liquid water temperature  $T_l$  を求める。

$$q^t = q + l, \quad (3.81)$$

$$T_l = T - \frac{L}{C_P} l. \quad (3.82)$$

$T_l$  は、雲水を全て蒸発させたときの温度に対応する。 $T^{(0)} = T_l$ ,  $l^{(0)} = 0$  と置く。

温度  $T_l$  に対する飽和比湿によって、前述の方法で評価した雲水量を  $l^{(1)}$  とすると、それによって温度が変わり、

$$T^{(1)} = T_l + \frac{L}{C_P} l^{(1)}. \quad (3.83)$$

この温度に対する飽和比湿によって、評価した雲水量を  $l^{(2)}$ 、それによって変化した温度を  $T^{(2)} \dots$  として逐次近似で解く。この逐次収束を速めるために、Newton 法の取扱いを行う。すなわち、(3.83) の代わりに

$$T^{(1)} = T_l + \frac{L}{C_P} l^{(1)} \left( 1 - \frac{L}{C_P} \frac{dl}{dT} \right)^{-1} \quad (3.84)$$

とする。 $dl/dT$  は、(3.80) を用いて解析的に求めることができる。

### 3.3.4 降水過程

降水は診断された雲水量に依存して起こる。降水率 (単位 1/s) を  $P$  とすると、

$$P = l/\tau_P. \quad (3.85)$$

$\tau_P$  は降水の時間スケールであり、

$$\tau_P = \tau_0 \left\{ 1 - \exp \left[ - \left( \frac{l}{l_C} \right)^2 \right] \right\}^{-1}. \quad (3.86)$$

ここで、 $l_C$  は臨界雲水量であり、Bergeron-Findeisen 効果を考慮して、

$$l_C = \begin{cases} l_C^0 & T \geq T_0 \\ l_C^0 \{ 1 + \alpha \exp [-\beta(T - T_c)^2] \}^{-1} & T_0 > T > T_c \\ l_C^0 (1 + \alpha)^{-1} & T \leq T_c \end{cases}. \quad (3.87)$$

$l_C^0 = 10^{-4}$ ,  $\alpha = 50$ ,  $\beta = 0.03$ ,  $T_0 = 273.15\text{K}$ ,  $T_c = 258.15\text{K}$  である。

降水は  $l$  の減少をもたらす。

$$P = l/\tau_P, \quad (3.88)$$

$$\frac{\partial l}{\partial t} = -P. \quad (3.89)$$



これを  $\Delta t$  の間積分すると、

$$P \Delta t = \{1 - \exp(-\Delta t / \tau_P)\} l. \quad (3.90)$$

ある高さ  $p$  での降水フラックス (単位  $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ) を  $F_P$  とすると、

$$F_P(p) = \int_0^p P \frac{dp}{g}. \quad (3.91)$$

### 3.3.5 氷の落下過程

雲水は、温度に応じて氷雲、水雲に分かれる。氷雲の比率は

$$f_I = \frac{T_0 - T}{T_0 - T_1} \quad (3.92)$$

(ただし、最大値 1、最小値 0) である。また、 $T_0 = 273.15\text{K}$ ,  $T_1 = 258.15\text{K}$ 。氷雲は、ゆっくりとした速度で降下するとして、その効果を考える。降下速度  $V_S$  は、

$$V_S = V_S^0 (\rho_a f_I l)^\gamma. \quad (3.93)$$

ただし、 $V_S^0 = 3\text{m/s}$ ,  $\gamma = 0.17$ 。すると、

$$\tau_S = \frac{\Delta p}{\rho g V_S} \quad (3.94)$$

として、降水と同様に処理できる。

### 3.3.6 降水の蒸発過程

降水の蒸発  $E$  は、次のように見積もる。

$$E = k_E (q^w - q) \frac{F_P}{V_T}. \quad (3.95)$$

ただし、 $q^w < q$  のときは 0 とする。 $q^w$  は湿球温度に対応する飽和比湿で、

$$q^w = q + \frac{q^* - q}{1 + \frac{L}{C_P} \frac{\partial q^*}{\partial T}}. \quad (3.96)$$

これにより、降水は

$$F_P(p) = \int_0^p (P - E) \frac{dp}{g} \quad (3.97)$$

となる。また、蒸発による温度の下降を見積もる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{L}{C_P} E. \quad (3.98)$$

### 3.3.7 その他の留意点

1. 計算は最上層から下に向かって行う。便宜上、計算はその上の層起源の降水のその層での蒸発を評価するところからはじめる。
2. 落下した氷はすぐ下の層でその層に既に存在する雲水と同じ扱いとなり、総水量に組み入れられる。

## 3.4 放射フラックス

### 3.4.1 放射フラックス計算の概要

CCSR/NIES AGCM の放射計算スキームは、Discrete Ordinate Method および k-Distribution Method に基づいて作成されたものである。気体および雲・エアロゾルによる太陽放射および地球放射の吸収・射出・散乱過程を考慮し、放射フラックスの各レベルでの値を計算する。主な入力データは、気温  $T$ 、比湿  $q$ 、雲水量  $l$ 、雲量  $C$  であり、出力データは、上向きおよび下向きの放射フラックス  $F^-$ ,  $F^+$  および上向き放射フラックスの地表温度に対する微分係数  $dF^-/dT_g$  である。

計算は複数の波長域に分けて行われる。各波長域は k-distribution 法に基づき、さらに複数のサブチャンネルに分かれる。気体吸収としては、 $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_3$ ,  $N_2O$ ,  $CH_4$  のバンド吸収と、 $H_2O$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  の連続吸収および CFC の吸収を取り入れている。また、散乱としては、気体のレーリー散乱と雲・エアロゾル粒子による散乱を取り入れている。

計算手順の概略は以下の通りである ([ ] 内はサブルーチン名)。

1. 大気温度からプランク関数を計算する [PLANKS]。
2. 各サブチャンネルにおける、気体吸収による光学的厚さを計算する [PTFIT]。
3. 連続吸収および CFC の吸収による光学的厚さを計算する [CNTCFC]。
4. レーリー散乱および粒子散乱の光学的厚さと散乱モーメントを計算する [SCATMM]。
5. 散乱の光学的厚さと太陽天頂角から、海面のアルベドを求める [SSRFC]。
6. 各サブチャンネルごとに、プランク関数を光学的厚さで展開する [PLKEXP]。
7. 各サブチャンネルごとに、各層の透過係数、反射係数、放射源関数を計算する [TWST]
8. adding 法によって、各層の境界での放射フラックスを計算する [ADDING]

雲の partial の被覆率を考慮するために、各層の透過係数、反射係数、放射源関数は雲に覆われた場合と雲がない場合とを別々に計算し、雲量の重みをかけて平均をとる。また、積雲の雲量の考慮も行っている。さらに、adding も複数回行い、晴天放射フラックスを計算する。

### 3.4.2 波長域とサブチャンネル

放射フラックス計算の基本は、Beer-Lambert の法則

$$F^\lambda(z) = F^\lambda(0) \exp(-k^\lambda z) \quad (3.99)$$

に表される。 $F^\lambda$  は波長  $\lambda$  の放射フラックス密度であり。 $k^\lambda$  は吸収係数である。加熱率にかかわる放射フラックスを計算するためには、波長に対する積分操作が必要である。

$$F(z) = \int F^\lambda(z) d\lambda = \int F^\lambda(0) \exp(-k^\lambda z) d\lambda \quad (3.100)$$

しかし、気体分子による放射の吸収・射出は、分子の吸収線構造により、非常に複雑な波長依存性を持つため、この積分を精密に評価することは容易ではない。その比較的精密な計算を容易に行うために考案された方法が k-distribution 法である。ある波長域の中で、吸収係数  $k$  の、 $\lambda$  に関する密度関数  $F(k)$  を考え、(3.100) を

$$\int F^\lambda(0) \exp(-k^\lambda z) d\lambda \simeq \int \bar{F}^k(0) \exp(-kz) F(k) dk \quad (3.101)$$

で近似する。ここで、 $\bar{F}^k(0)$  は  $z = 0$  における、この波長域で吸収係数  $k$  をもつ波長で平均したフラックスである。この式は、 $\bar{F}_k, F(k)$  が  $k$  の比較的滑らかな関数であれば、

$$\int F^\lambda(0) \exp(-k^\lambda z) d\lambda \simeq \sum \bar{F}^i(0) \exp(-k^i z) F^i \quad (3.102)$$

のように、指数関数項の有限個 (サブチャネル) の足しあわせで比較的精密に計算可能である。この方法はさらに、吸収と散乱を同時に考慮することが容易であるという利点を持つ。

CCSR/NIES AGCM では、放射パラメータデータを変えることによりいろいろな波長分割数で計算を行うことができる。現在標準で用いられるものでは、波長域は 18 に分割されている。さらに各波長域は 1 から 6 個のサブチャネル (上式の  $i$  に対応) に分割され、全体で 37 チャネルとなる。波長域は、波数 ( $\text{cm}^{-1}$ ) で 50, 250, 400, 550, 770, 990, 1100, 1400, 2000, 2500, 4000, 14500, 31500, 33000, 34500, 36000, 43000, 46000, 50000 で分割されている。

### 3.4.3 プランク関数の計算 [PLANKS]

各波長域で積分したプランク関数  $\bar{B}^w(T)$  は、以下の式で評価する。

$$\bar{B}^w(T) = \lambda^{-2} T \exp \left\{ \sum_{n=0} 4B_n^w (\bar{\lambda}^w T)^{-n} \right\} \quad (3.103)$$

$\bar{\lambda}^w$  は波長域の平均波長、 $B_n^w$  は function fitting によって定められたパラメータである。これは、各層の大気温度  $T_l$ 、各層の境界の大気温度  $T_{l+1/2}$  と地表面温度  $T_g$  に対し計算する。

以下、波長域に関する添字  $w$  は基本的に省略する。

### 3.4.4 気体吸収による光学的厚さの計算 [PTFIT]

気体吸収による光学的厚さは、添字  $m$  を分子の種類として、以下のようになる。

$$\tau^g = \sum_{m=1} N_m k^{(m)} C^{(m)} \quad (3.104)$$

ここで、 $k^{(m)}$  は分子  $m$  の吸収係数であり、サブチャネルごとに異なる。

$$k^{(m)} = \exp \left\{ \sum_{i=0} N_i \sum_{j=0} N_j A_{ij}^{(m)} (\ln p)^i (T - T_{STD})^j \right\} \quad (3.105)$$

という形で、温度  $T(\text{K})$ 、気圧  $p(\text{hPa})$  の関数として与えられる。 $C^{(m)}$  は、 $\text{mol cm}^{-2}$  で表した層の中の気体の量であり、体積混合比  $r$  (単位 ppmv) から、

$$C = 1 \times 10^{-5} \frac{p}{R_u T} \Delta z \cdot r \quad (3.106)$$

と計算できる。ただし、 $R_u$  はモルあたりの気体定数 ( $8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) であり、気層の厚さ  $\Delta z$  の単位は km である。また、ppmv での体積混合比  $r$  は、質量混合比  $q$  から、

$$r = 10^6 R^{(m)} / R^{(air)} q = 10^6 M^{(air)} / M^{(m)} \quad (3.107)$$

によって換算できる。 $R^{(m)}, R^{(air)}$  はそれぞれ対象分子と大気の質量あたりの気体定数、 $M^{(m)}, M^{(air)}$  はそれぞれ対象分子と大気のアボガドロ定数である。

この計算は、サブチャネルごと、各層ごとに行う。

### 3.4.5 連続吸収および CFC の吸収による光学的厚さ [CNTCFC]

$\text{H}_2\text{O}$  の連続吸収による光学的厚さ  $\tau^{H_2O}$  は、ダイマーによるものを考え、基本的に水蒸気の体積混合比の二乗に比例した形で評価する。

$$\tau^{H_2O} = (A^{H_2O} + f(T)\hat{A}^{H_2O})(r^{H_2O})^2 \rho \Delta z \quad (3.108)$$

$\hat{A}$  の項にかかる  $f(T)$  は、ダイマーの吸収の温度依存性を表す。さらに、通常の気体吸収を無視する波長帯においては、水蒸気の体積混合比の一乗に比例する寄与を取り入れる。

$\text{O}_2$  の連続吸収は、混合比一定と仮定して、

$$\tau^{O_2} = A^{O_2} \rho \Delta z \quad (3.109)$$

としている。

$\text{O}_3$  の連続吸収は、混合比  $r^{O_3}$  を用い、温度依存性を取り入れて、

$$\tau^{O_3} = \sum_{n=0} 2A_n^{O_3} r^{O_3} \frac{T}{T_{STD}}^n \rho \Delta z \quad (3.110)$$

CFC の吸収は、 $N_m$  種類の CFC を考えて、

$$\tau^{CFC} = \sum_{m=1} N_m A_m^{CFC} r^{(m)} \rho \Delta z \quad (3.111)$$

これらの光学的厚さの総和を  $\tau^{CON}$  とする。

$$\tau^{CON} = \tau^{H_2O} + \tau^{O_2} + \tau^{O_3} + \tau^{CFC} \quad (3.112)$$

この計算は各波長域ごと、各層ごとに行う。

### 3.4.6 散乱の光学的厚さと散乱モーメント [SCATMM]

レーリー散乱および粒子消散の (散乱と吸収を含めた) 光学的厚さは

$$\tau^s = \left( e^R + \sum_{p=1} N_p e_m^{(p)} r^{(p)} \right) \rho \Delta z \quad (3.113)$$

ここで、 $e^R$  はレーリー散乱の消散係数、 $e^{(p)}$  は粒子  $p$  の消散係数、 $r^{(p)}$  は標準状態に換算した粒子  $p$  の体積混合比である。

ここで、雲水の質量混合比  $l$  から雲粒の標準状態換体積混合比 (ppmv) への換算は以下ようになる。

$$r = 10^6 \frac{p_{STD}}{RT_{STD}} / \rho_w \quad (3.114)$$

ただし、 $\rho_w$  は雲粒の密度である。

一方、光学的厚さのうち散乱に起因する部分  $\tau_s^s$  は、

$$\tau_s^s = \left( s^R + \sum_{p=1} N_p s_m^{(p)} r^{(p)} \right) \rho \Delta z \quad (3.115)$$

ここで、 $s^R$  はレーリー散乱の散乱係数、 $s^{(p)}$  は粒子  $p$  の散乱係数である。

また、規格化された散乱のモーメント  $g$  (非対称因子) および  $f$  (前方散乱因子) は、

$$g = \frac{1}{\tau_s} \left[ \left( g^R + \sum_{p=1} N_p g_m^{(p)} r^{(p)} \right) \rho \Delta z \right] \quad (3.116)$$

$$f = \frac{1}{\tau_s} \left[ \left( f^R + \sum_{p=1} N_p f_m^{(p)} r^{(p)} \right) \rho \Delta z \right] \quad (3.117)$$

ここで、 $g^R, f^R$  はレーリー散乱の散乱モーメント、 $g^{(p)}, f^{(p)}$  は粒子  $p$  の散乱モーメントである。

この計算は各波長域ごと、各層ごとに行う。

### 3.4.7 海面のアルベド [SSRFC]

海面のアルベド  $\alpha_s$  は散乱の光学的厚さを鉛直に足し合わせたもの  $\langle \tau^s \rangle$  および太陽入射角ファクタ  $\mu_0$  を用いて、

$$\alpha_s = \exp \left\{ \sum_{i,j} C_{ij} \mathcal{T}^j \mu_0^j \right\} \quad (3.118)$$

のように表される。ただし、

$$\mathcal{T} = (4 \langle \tau^s \rangle / \mu)^{-1} \quad (3.119)$$

である。

この計算は各波長域ごとに行う。

### 3.4.8 光学的厚さの総計

気体バンド吸収、連続吸収、レーリー散乱、粒子散乱・吸収を全て考慮した光学的厚さは、

$$\tau = \tau^g + \tau^{CON} + \tau^s \quad (3.120)$$

となる。ここで、 $\tau^g$  はサブチャネルごとに異なるため、サブチャネルごと、各層ごとに計算を行う。

### 3.4.9 プランク関数の展開 [PLKEXP]

各層の中で、プランク関数  $B$  を

$$B(\tau') = b_0 + b_1 \tau' + b_2 (\tau')^2 \quad (3.121)$$

のように展開して表現し、展開係数  $b_0, b_1, b_2$  を求める。ここで、 $B(0)$  として各層の上端 (上の層との境界) での  $B$  を  $B(\tau)$  として、各層の下端 (下の層との境界) での  $B$  を  $B(\tau/2)$  として、各層の代表レベルでの  $B$  を用いる。

$$\begin{aligned} b_0 &= B(0) \\ b_1 &= (4B(\tau/2) - B(\tau) - 3B(0))/\tau \\ b_2 &= 2(B(\tau) + B(0) - 2B(\tau/2))/\tau^2 \end{aligned} \quad (3.122)$$

この計算は、サブチャネルごと、各層ごとに行う。

## 3.4.10 各層の透過・反射係数、放射源関数 [TWST]

これまで求められた、光学的厚さ  $\tau$ 、散乱の光学的厚さ  $\tau^s$ 、散乱モーメント  $g$ 、 $f$ 、プランク関数の展開係数  $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$ 、太陽入射角ファクタ  $\mu_0$  を用いて、均一な層を仮定し、2 ストリーム近似で透過係数  $R$ 、反射係数  $T$ 、下方向への放射源関数  $\epsilon^+$ 、上方向への放射源関数  $\epsilon^-$  を求める。

単一散乱アルベド  $\omega$  は、

$$\omega = \tau_s^s / \tau \quad (3.123)$$

前方散乱因子  $f$  による寄与を補正した光学的厚さ  $\tau^*$ 、単一散乱アルベド  $\omega^*$ 、非対称因子  $g^*$  は、

$$\tau^* = \frac{\tau}{1 - \omega f} \quad (3.124)$$

$$\omega^* = \frac{(1 - f)\omega}{1 - \omega f} \quad (3.125)$$

$$g^* = \frac{g - f}{1 - f} \quad (3.126)$$

これから、規格化された散乱の位相関数として、

$$\hat{P}^\pm = \omega^* W^{-2} (1 \pm 3g^* \mu) / 2 \quad (3.127)$$

$$\hat{S}_s^\pm = \omega^* W^- (1 \pm 3g^* \mu \mu_0) / 2 \quad (3.128)$$

ただし、 $\mu$  は 2 ストリームの方向余弦であり、

$$\mu \equiv \begin{cases} 1/\sqrt{3} & \text{可視・近赤外域} \\ 1/1.66 & \text{赤外域} \end{cases} \quad (3.129)$$

$$W^- \equiv \mu^{-1/2} \quad (3.130)$$

さらに、

$$X = \mu^{-1} - (\hat{P}^+ - \hat{P}^-) \quad (3.131)$$

$$Y = \mu^{-1} - (\hat{P}^+ + \hat{P}^-) \quad (3.132)$$

$$\hat{\sigma}_s^\pm = \hat{S}_s^+ \pm \hat{S}_s^- \quad (3.133)$$

$$\lambda = \sqrt{XY} \quad (3.134)$$

を用いると、反射率  $R$  および透過率  $T$  は以下ようになる。

$$\frac{A^+ \tau^*}{A^- \tau^*} = \frac{X(1 + e^{-\lambda \tau^*}) - \lambda(1 - e^{-\lambda \tau^*})}{X(1 + e^{-\lambda \tau^*}) + \lambda(1 - e^{-\lambda \tau^*})} \quad (3.135)$$

$$\frac{B^+ \tau^*}{B^- \tau^*} = \frac{X(1 - e^{-\lambda \tau^*}) - \lambda(1 + e^{-\lambda \tau^*})}{X(1 - e^{-\lambda \tau^*}) + \lambda(1 + e^{-\lambda \tau^*})} \quad (3.136)$$

$$R = \frac{1}{2} \left( \frac{A^+ \tau^*}{A^- \tau^*} + \frac{B^+ \tau^*}{B^- \tau^*} \right) \quad (3.137)$$

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{A^+ \tau^*}{A^- \tau^*} - \frac{B^+ \tau^*}{B^- \tau^*} \right) \quad (3.138)$$

次にまず、プランク関数起源の放射源関数を求める。

$$\hat{b}_n = 2\pi(1 - \omega^*)W^- b_n \quad n = 0, 1, 2 \quad (3.139)$$

から、放射源関数の展開係数が求められ、

$$D_2^\pm = \frac{\hat{b}_2}{Y} \quad (3.140)$$

$$D_1^\pm = \frac{\hat{b}_1}{Y} \mp \frac{2\hat{b}_2}{XY} \quad (3.141)$$

$$D_0^\pm = \frac{\hat{b}_0}{Y} + \frac{2\hat{b}_2}{XY^2} \mp \frac{\hat{b}_1}{XY} \quad (3.142)$$

$$(3.143)$$

$$D^\pm(0) = D_0^p m \quad (3.144)$$

$$D^\pm(\tau^*) = D_0^p m + D_1^p m \tau^* + D_2^p m \tau^{*2} \quad (3.145)$$

によりプランク関数起源の放射源関数  $\hat{\epsilon}_A^\pm$  は、

$$\hat{\epsilon}_A^- = D^-(0) - R D^+(0) - T D^-(\tau^*) \quad (3.146)$$

$$\hat{\epsilon}_A^+ = D^+(0) - T D^+(0) - R D^-(\tau^*) \quad (3.147)$$

一方、太陽入射起源の放射源関数は、

$$Q_\gamma = \frac{X \hat{\sigma}_s^+ + \mu_0^{-1} \hat{\sigma}_s^-}{\lambda^2 - \mu_0^{-2}} \quad (3.148)$$

より、

$$V_s^\pm = \frac{1}{2} \left[ Q_\gamma \pm \left( \frac{Q_\gamma}{\mu X} + \frac{\hat{\sigma}_s^\pm}{X} \right) \right] \quad (3.149)$$

を用いることにより、以下の様になる。

$$\hat{\epsilon}_S^- = V_s^- - R V_s^+ - T V_s^- e^{-\tau^*/\mu_0} \quad (3.150)$$

$$\hat{\epsilon}_S^+ = V_s^+ - T V_s^+ - R V_s^- e^{-\tau^*/\mu_0} \quad (3.151)$$

この計算は、サブチャネルごと、各層ごとに行う。

### 3.4.11 各層の放射源関数の組み合わせ

プランク関数起源と太陽入射起源の両者を合わせた放射源関数は

$$\epsilon^\pm = \epsilon_A^\pm + \hat{\epsilon}_S^\pm e^{-\langle \tau^* \rangle / \mu_0} F_0 \quad (3.152)$$

となる。ただし、 $\langle \tau^* \rangle$  は大気上端からいま考慮している層の上端までの  $\tau^*$  を合計した光学的厚さであり、 $F_0$  はいま考慮している波長域における入射フラックスである。すなわち、 $e^{-\langle \tau^* \rangle / \mu_0} F_0$  はいま考慮している層の上端での入射フラックスである。この計算は実際には、

$$e^{-\langle \tau^* \rangle / \mu_0} = \Pi' e^{-\tau^* / \mu_0} \quad (3.153)$$

のように行う。 $\Pi'$  は大気最上層から今考えている層の1つ上の層までの積を表す。

この計算は、サブチャネルごと、各層ごとに行う。

## 3.4.12 各層境界での放射フラックス [ADDING]

各層の透過係数  $R_l$ 、反射係数  $T_l$ 、放射源関数  $\epsilon_l^\pm$  が全ての層  $l$  で求められると、adding 法を用いて各層境界での放射フラックスを求めることができる。これは、2つの層の  $R, T, \epsilon$  がわかっていると、2つの層を合成した層全体の  $R, T, \epsilon$  が簡単な計算により求められることを利用したものである。均質な層では、上から入射した場合の反射率、透過率と下から入射した場合の反射率、透過率とは同じであるが、複数の層を合成した不均質な層では異なるため、上から入射した場合の反射率、透過率  $R^+, T^+$  と下から入射した場合の反射率、透過率  $R^-, T^-$  とを区別する。今、上の層 1 と下の層 2 でこれら  $R_1^\pm, T_{\pm 1}, \epsilon_1^\pm, R_2^\pm, T_{\pm 2}, \epsilon_2^\pm$  が既知であると、合成した層での値  $R_{1,2}^\pm, T_{\pm 1,2}, \epsilon_{1,2}^\pm$  は以下ようになる。

$$R_{1,2}^+ = R_1^+ + T_1^- (1 - R_2^+ R_1^-)^{-1} R_2^+ T_1^+ \quad (3.154)$$

$$R_{1,2}^- = R_2^- + T_2^+ (1 - R_1^+ R_2^-)^{-1} R_1^- T_2^- \quad (3.155)$$

$$T_{1,2}^+ = T_2^+ (1 - R_1^+ R_2^-)^{-1} T_1^+ \quad (3.156)$$

$$T_{1,2}^- = T_1^- (1 - R_1^+ R_2^-)^{-1} T_2^- \quad (3.157)$$

$$\epsilon_{1,2}^+ = \epsilon_2^+ + T_2^+ (1 - R_2^+ R_1^-)^{-1} (R_1^- \epsilon_2^- + \epsilon_1^+) \quad (3.158)$$

$$\epsilon_{1,2}^- = \epsilon_1^- + T_1^- (1 - R_2^+ R_1^-)^{-1} (R_2^+ \epsilon_1^+ + \epsilon_2^-) \quad (3.159)$$

上から 1, 2, ...,  $N$  層までであるとする。ただし、地表を一つの層と考え、第  $N$  層とする。第  $n$  層から  $N$  層までを 1 つの層と考えたときの反射率、放射源関数  $R_{n,N}^\pm, \epsilon_{n,N}^\pm$  を考えると、

$$R_{n,N}^+ = R_n^+ + T_n^- (1 - R_{n+1,N}^+ R_n^-)^{-1} R_{n+1,N}^+ T_n^+ \quad (3.160)$$

$$\epsilon_{n,N}^- = \epsilon_n^- + T_n^- (1 - R_{n+1,N}^+ R_n^-)^{-1} (R_{n+1,N}^+ \epsilon_n^+ + \epsilon_{n,N}^-) \quad (3.161)$$

これは、地表での値

$$R_{N,N}^+ = R_N^+ = 2W^{+2} \alpha_s \quad (3.162)$$

$$\epsilon_{N,N}^- = \epsilon_N^- = W^+ \left( 2\alpha_s \mu_0 e^{-\langle \tau^* \rangle / \mu_0} F_0 + 2\pi(1 - \alpha_s) B_N \right) \quad (3.163)$$

から出発して、順次  $n = N - 1, \dots, 1$  で解くことができる。ただし、

$$W^+ \equiv \mu^{1/2} \quad (3.164)$$

次に、第 1 層から第  $n$  層までを 1 つの層と考えたときの反射率、放射源関数  $R_{1,n}^\pm, \epsilon_{1,n}^\pm$  を考えると、

$$R_{1,n}^- = R_n^- + T_n^+ (1 - R_{1,n-1}^+ R_n^-)^{-1} R_{1,n-1}^- T_n^- \quad (3.165)$$

$$\epsilon_{1,n}^+ = \epsilon_n^+ + T_n^+ (1 - R_{1,n-1}^+ R_n^-)^{-1} (R_{1,n-1}^+ \epsilon_n^- + \epsilon_{1,n-1}^+) \quad (3.166)$$

となり、これも  $R_{1,1}^- = R_1^-, \epsilon_{1,1}^+ = \epsilon_1^+$  から出発して順次  $n = 2, \dots, N$  で解くことができる。

これらを用いると、層  $n$  と  $n+1$  の境界における下向きのフラックス  $u_{n,n+1}^+$  および上向きのフラックス  $u_{n,n+1}^-$  は、1 ~  $n$  層を組み合わせた層と  $n+1 \sim N$  層を組み合わせた層の 2 つの層の間の問題に還元され、

$$u_{n+1/2}^+ = (1 - R_{1,n}^- R_{n+1,N}^+)^{-1} (\epsilon_{1,n}^+ + R_{1,n}^- \epsilon_{n+1,N}^-) \quad (3.167)$$

$$u_{n+1/2}^- = R_{n+1,N}^+ u_{n,n+1}^+ + \epsilon_{n+1,N}^- \quad (3.168)$$

と書き表すことができる。ただし、大気上端でのフラックスは、

$$u_{1/2}^+ = 0 \quad (3.169)$$

$$u_{1/2}^- = \epsilon_{1,N}^- \quad (3.170)$$



最後にこのフラックスはスケールされたものであるので、再スケーリングを行い、さらに直達太陽入射を加えて放射フラックスを求める。

$$F_{n+1/2}^+ = \frac{W^+}{\bar{W}} u_{n+1/2}^+ + \mu_0 e^{-\langle \tau^* \rangle_{1,n} / \mu_0} F_0 \quad (3.171)$$

$$F_{n+1/2}^- = \frac{W^+}{\bar{W}} u_{n+1/2}^- \quad (3.172)$$

この計算は、サブチャネルごとに行う。

### 3.4.13 フラックスの足し込み

各層のサブチャネルごとの放射フラックス  $F_c^\pm$  が求められると、それをサブチャネルの代表する波長幅に対応する重み  $w_c$  をかけて足し合わせることににより、波長積分のフラックスが求められる。

$$\bar{F}^\pm = \sum_c w_c F_c^\pm \quad (3.173)$$

実際には、短波長域 (太陽光領域)、長波長域 (地球放射領域) に分けて足し合わせる。また、短波長域の一部 (波長  $0.7\mu$  より短い領域) の地表での下向きフラックスを PAR (光合成活性放射) として得る。

### 3.4.14 フラックスの温度微分

地表面温度を implicit で解くために、上向きフラックスの地表面温度に対する微分項  $dF^-/dT_g$  を計算する。そのために、 $T_g$  より 1K 高い温度に対する値  $\bar{B}^w(T_g + 1)$  も求め、それを用いて adding 法によるフラックスの計算をやりなおし、元の値との差を  $dF^-/dT_g$  とする。これは長波長域 (地球放射領域) のみ意味のある値となる。

### 3.4.15 雲量の取扱い

CCSR/NIES AGCM では、1つの格子の中での雲の水平方向の被覆率を考慮している。雲は以下の2種類である。

1. 層雲。大規模凝結スキーム [LSCOND] で診断される。各層 ( $n$ ) ごとに格子平均の雲水量  $l_n^l$  と水平被覆率 (雲量)  $C_n^l$  が定義される。
2. 積雲。積雲対流スキーム [CUMULUS] で診断される。各層 ( $n$ ) ごとに格子平均の雲水量  $l_n^c$  が定義されるが、水平被覆率 (雲量)  $C^c$  は鉛直に一定とする。

これらの取扱いにおいて、層雲は鉛直にランダムに重なり合うと仮定し、積雲は上下層で常に同じ領域を占めると仮定する (その領域の中に限れば雲量は 0 もしくは 1 であるとする)。そのために、以下のように計算を行う。

1. レーリーおよび粒子散乱・吸収の光学的厚さ等  $\tau^s, \tau_s^s, g, f$  を、
  - (a) 雲水量  $l_n^l/C_n^l$  の雲が存在する場合 (層雲)
  - (b) 雲の全くない場合
  - (c) 雲水量  $l_n^c/C^c$  の雲が存在する場合 (積雲)

について計算する。

2. 各層の反射係数、透過係数、放射源関数 (プランク関数起源、日射起源) を上の3つの場合についてそれぞれ計算する。雲なしの場合の値を  $R^\circ$ 、層雲のある場合を  $R^l$ 、積雲のある場合を  $R^c$  などとする。
3. 各層の反射係数、透過係数、放射源関数を、層雲の雲量の重み  $C^l$  をつけて平均する。平均したものを  $\bar{R}$  として表すと、

$$\bar{R} = (1 - C^l)R^\circ + C^l R^l \quad (3.174)$$

$$\bar{T} = (1 - C^l)T^\circ + C^l T^l \quad (3.175)$$

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= (1 - C^l)\epsilon_A^\circ + C^l \epsilon_A^l \\ &+ [(1 - C^l)\epsilon_S^\circ + C^l \epsilon_S^l] e^{-\overline{\tau^*}/\mu_0} F_0 \end{aligned} \quad (3.176)$$

とする。ただし、

$$e^{-\overline{\tau^*}/\mu_0} = \Pi' \left[ (1 - C^l)e^{-\tau^{*\circ}/\mu_0} + C^l e^{-\tau^{*l}/\mu_0} \right] \quad (3.177)$$

である。また、

$$\epsilon^\circ = \epsilon_A^\circ + \epsilon_S^\circ e^{-\tau^{*\circ}/\mu_0} F_0 \quad (3.178)$$

$$\epsilon^c = \epsilon_A^c + \epsilon_S^c e^{-\tau^{*c}/\mu_0} F_0 \quad (3.179)$$

も求める。

4. 平均の特性値 ( $\bar{R}$  など) を用いた場合、雲なしの特性値 ( $R^\circ$  など) を用いた場合、積雲の特性値 ( $R^c$  など) を用いた場合について、それぞれ adding によってフラックス  $\bar{F}, F^\circ, F^c$  を求める。
5. 最終的に求めるフラックスは

$$F = (1 - C^c)\bar{F} + C^c F^c \quad (3.180)$$

( $F^\circ$  は cloud radiative forcing の見積りのために計算している)

### 3.4.16 入射フラックスと入射角 [SHTINS]

入射フラックス  $F_0$  は、太陽定数を  $F_{00}$ 、太陽地球間の距離の、その時間平均値との比を  $r_s$  とすると。

$$F_0 = F_{00} r_s^{-2} \quad (3.181)$$

ここで、 $r_s$  は以下のように求める。

$$M \equiv 2\pi(d - d_0) \quad (3.182)$$

として、

$$r_s = a_0 - a_1 \cos M - a_2 \cos 2M - a_3 \cos 3M \quad (3.183)$$

ただし、 $d$  は年初から日単位で表した時刻である。

また、入射角は以下のように求める。太陽の角度位置  $\omega_s$  を

$$\omega_s = M + b_1 \sin M + b_2 \sin 2M + b_3 \sin 3M \quad (3.184)$$

として、太陽の赤緯  $\delta_s$  は、

$$\sin \delta_s = \sin \epsilon \sin(\omega_s - \omega_0) \quad (3.185)$$

すると、入射角ファクタ  $\mu = \cos \zeta$  ( $\zeta$  は天頂角) は、

$$\mu = \cos \zeta = \cos \varphi \cos \delta_s \cos h + \sin \varphi \sin \delta_s \quad (3.186)$$

$\varphi$  は緯度、 $h$  は時角 (地方時から  $\pi$  を引いたもの) である。

以上において、地球軌道の離心率を  $e$  とすると (Katayama, 1974)、

$$a_0 = 1 + e^2 \quad (3.187)$$

$$a_1 = e - 3/8e^3 - 5/32e^5 \quad (3.188)$$

$$a_2 = 1/2e^2 - 1/3e^4 \quad (3.189)$$

$$a_3 = 3/8e^3 - 135/64e^5 \quad (3.190)$$

$$b_1 = 2e - 1/4e^3 + 5/96e^5 \quad (3.191)$$

$$b_2 = 5/4e^2 - 11/24e^4 \quad (3.192)$$

$$b_3 = 13/12e^3 - 645/940e^5 \quad (3.193)$$

$$(3.194)$$

年平均日射を与えることも可能である。この場合、年平均入射量および年平均入射角は、近似的に次のようになる。

$$\bar{F} = F_{00}/\pi \quad (3.195)$$

$$\bar{\mu} \simeq 0.410 + 0.590 \cos^2 \varphi. \quad (3.196)$$

### 3.4.17 その他の留意点

1. 放射の計算は通常、毎ステップ行うわけではない。そのために、放射フラックスをセーブしておき、放射計算をしない時刻にはそれを用いる。その際、短波放射に関しては、次の計算時刻との間の可照時間 ( $\mu_0 > 0$  である時間) の割合  $f$  と可照時間内で平均した太陽入射角ファクタ  $\bar{\mu}_0$  を用いてフラックス  $\bar{F}$  を求め、

$$F = f \frac{\mu_0}{\bar{\mu}_0} \bar{F} \quad (3.197)$$

とする。

2. 雲水は、温度に依存して、水雲粒および氷雲粒として扱われる。氷雲として扱われる割合  $f_I$  は、

$$f_I = \frac{T_0 - T}{T_0 - T_1} \quad (3.198)$$

(ただし、最大値 1、最小値 0) である。また、 $T_0 = 273.15\text{K}$ ,  $T_1 = 258.15\text{K}$  とする。

## 3.5 鉛直拡散

### 3.5.1 鉛直拡散スキームの概要

鉛直拡散スキームは、サブグリッドスケールの乱流拡散による物理量の鉛直フラックスを評価する。主な入力データは、風速  $u$ 、 $v$ 、気温  $T$ 、比湿  $q$ 、雲水量  $l$  であり、出力データは、運動量、熱、水蒸気、雲水の鉛直フラックスと implicit 解を得るための微分値である。

鉛直拡散係数の見積りには Mellor and Yamada(1974, 1982) の乱流クロージャーモデルの level 2 のパラメタリゼーションを用いる。

計算手順の概略は以下の通りである。

1. 大気の安定度として Richardson 数を計算する。
2. Richardson 数から拡散係数を計算する [VDFCOF]。
3. 拡散係数からフラックスとその微分を計算する。

### 3.5.2 フラックス計算の基本式

大気中の鉛直拡散フラックスは、拡散係数  $K$  を用いて、以下のように評価される。

$$F_u = K_M \frac{\partial u}{\partial \sigma} \quad (3.199)$$

$$F_v = K_M \frac{\partial v}{\partial \sigma} \quad (3.200)$$

$$F_\theta = K_H \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \quad (3.201)$$

$$F_q = K_q \frac{\partial q}{\partial \sigma} \quad (3.202)$$

### 3.5.3 Richardson 数

大気の成層安定度の基準となる、バルク Richardson 数  $R_{iB}$  は

$$R_{iB} = \frac{\frac{g}{\theta_s} \frac{\Delta \theta}{\Delta z}}{\left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{\Delta z}\right)^2} \quad (3.203)$$

で定義される。ここで、 $(\Delta A)_{k-1/2}$  は  $A_k - A_{k-1}$  を表す。また、 $(\Delta z)_{k-1/2}$  は、静水圧の式より、

$$(\Delta z)_{k-1/2} = \frac{RT v_k}{g} \frac{(\Delta \sigma)_{k-1/2}}{\sigma_{k-1/2}} \quad (3.204)$$

フラックス Richardson 数  $R_{if}$  は、

$$R_{if} = \frac{1}{2\beta_2} \left[ \beta_1 + \beta_4 R_{iB} - \sqrt{(\beta_1 + \beta_4 R_{iB})^2 - 4\beta_2 \beta_3 R_{iB}} \right], \quad (3.205)$$

ただし、

$$\alpha_1 = 3A_2\gamma_1 \quad (3.206)$$

$$\alpha_2 = 3A_2(\gamma_1 + \gamma_2) \quad (3.207)$$

$$\beta_1 = A_1 B_1 (\gamma_1 - C_1) \quad (3.208)$$

$$\beta_2 = A_1 [B_1 (\gamma_1 - C_1) + 6A_1 + 3A_2] \quad (3.209)$$

$$\beta_3 = A_2 B_1 \gamma_1 \quad (3.210)$$

$$\beta_4 = A_2 [B_1 (\gamma_1 + \gamma_2) - 3A_1], \quad (3.211)$$

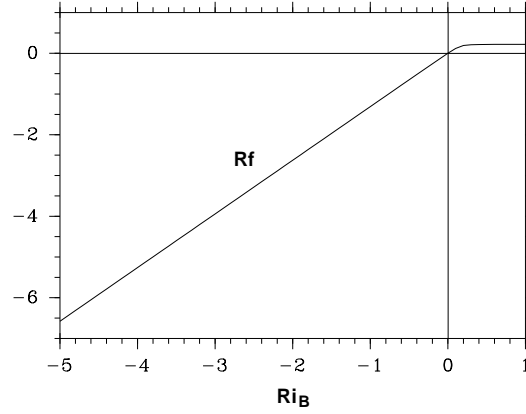


図 3.2: バルク Richardson 数とフラックス Richardson 数の関係

$$(A_1, B_1, A_2, B_2, C_1) = (0.92, 16.6, 0.74, 10.1, 0.08), \quad (3.212)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{3} - \frac{2A_1}{B_1}, \quad \gamma_2 = \frac{B_2}{B_1} + 6\frac{A_1}{B_1}. \quad (3.213)$$

$R_{iB}$  と  $R_{if}$  の関係を図示すると、図 3.2 のようになる。

### 3.5.4 拡散係数

拡散係数は、各層の境界 ( $k - 1/2$  レベル) ごとに、次のように与えられる。

$$K_M = l^2 \frac{\Delta|v|}{\Delta z} S_M \quad (3.214)$$

$$K_H = K_q = l^2 \frac{\Delta|v|}{\Delta z} S_H \quad (3.215)$$

ここで、 $S_M, S_H$  は、

$$\widetilde{S}_H = \frac{\alpha_1 - \alpha_2 R_{if}}{1 - R_{if}} \quad (3.216)$$

$$\widetilde{S}_M = \frac{\beta_1 - \beta_2 R_{if}}{\beta_3 - \beta_4 R_{if}} \widetilde{S}_H, \quad (3.217)$$

を用いて、

$$S_M = B_1^{1/2} (1 - R_{if})^{1/2} \widetilde{S}_M^{3/2} \quad (3.218)$$

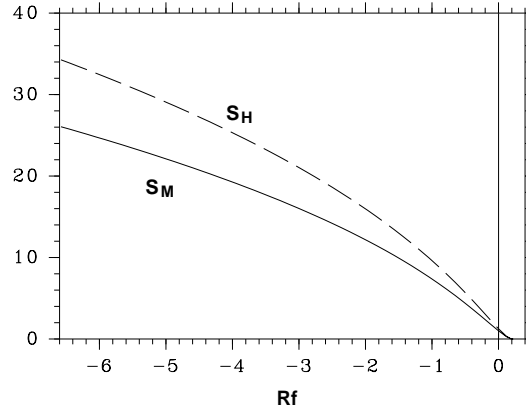
$$S_H = B_1^{1/2} (1 - R_{if})^{1/2} \widetilde{S}_M^{1/2} \widetilde{S}_H. \quad (3.219)$$

$l$  は混合距離であり、Blakadar(1962) に従って、

$$l = \frac{kz}{1 + kz/l_0} \quad (3.220)$$

ととる。 $k$  は Kármán 定数である。現在の標準値は、 $l_0 = 200\text{m}$  である。

$S_H, S_M$  を  $R_{if}$  の関数として示すと、図 3.3 のようになる。

図 3.3: フラックス Richardson 数と  $S_M, S_H$  の関係

### 3.5.5 フラックスの計算

以上を用い、フラックスおよびフラックス微分を計算する。

$$F_{u,k-1/2} = K_{M,k-1/2}(u_{k-1} - u_k)/(\sigma_{k-1} - \sigma_k) \quad (3.221)$$

$$F_{v,k-1/2} = K_{M,k-1/2}(v_{k-1} - v_k)/(\sigma_{k-1} - \sigma_k) \quad (3.222)$$

$$F_{\theta,k-1/2} = K_{H,k-1/2}(\theta_{k-1} - \theta_k)/(\sigma_{k-1} - \sigma_k) \quad (3.223)$$

$$F_{q,k-1/2} = K_{q,k-1/2}(q_{k-1} - q_k)/(\sigma_{k-1} - \sigma_k) \quad (3.224)$$

$$\frac{\partial F_{u,k-1/2}}{\partial u_{k-1}} = \frac{\partial F_{v,k-1/2}}{\partial v_{k-1}} = -\frac{\partial F_{u,k-1/2}}{\partial u_k} = -\frac{\partial F_{v,k-1/2}}{\partial v_k} = K_{M,k-1/2}/(\sigma_{k-1} - \sigma_k) \quad (3.225)$$

$$\frac{\partial F_{\theta,k-1/2}}{\partial T_{k-1}} = \sigma_{k-1}^{-\kappa} K_{H,k-1/2}/(\sigma_{k-1} - \sigma_k) \quad (3.226)$$

$$\frac{\partial F_{\theta,k-1/2}}{\partial T_k} = \sigma_k^{-\kappa} K_{H,k-1/2}/(\sigma_{k-1} - \sigma_k) \quad (3.227)$$

$$\frac{\partial F_{q,k-1/2}}{\partial u_{k-1}} = -\frac{\partial F_{q,k-1/2}}{\partial u_k} = K_{q,k-1/2}/(\sigma_{k-1} - \sigma_k) \quad (3.228)$$

### 3.5.6 拡散係数の最小値

非常に安定な場合に、以上の見積りは拡散係数として 0 を与える。これをそのまま用いるとモデルの振舞いにさまざまな悪影響をもたらすので、適当な最小値を置く。現在の標準値は、全てのフラックスに共通で  $K_{min} = 0.15 \text{ m}^2/\text{s}$  である。

### 3.5.7 その他の留意点

浅い積雲対流 [SHLCOF] を呼んでいるが、標準ではこれはダミーである。

## 3.6 地表フラックス

### 3.6.1 地表フラックススキームの概要

地表フラックススキームは、接地境界層における乱流輸送による大気地表間の物理量のフラックスを評価する。主な入力データは、風速  $u$ 、 $v$ 、気温  $T$ 、比湿  $q$  であり、出力データは、運動量、熱、水蒸気の鉛直フラックスと implicit 解を得るための微分値である。

バルク係数は Louis(1979)、Louis *et al.*(1982) に従って求める。ただし、運動量と熱に対する粗度の違いを考慮した補正を行っている。

計算手順の概略は以下の通りである。

1. 大気の安定度として Richardson 数を計算する。
2. Richardson 数からバルク係数を計算する [PSFCL]。
3. バルク係数からフラックスとその微分を計算する。
4. 必要であれば、求められたフラックスを用いて海面の粗度効果・自由対流の効果・風速補正を考慮した後に、もう一度計算を行う。

### 3.6.2 フラックス計算の基本式

地表フラックス  $F_u, F_v, F_\theta, F_q$  はバルク係数  $C_M, C_H, C_E$  を用いて次のように表される。

$$F_u = -\rho C_M |\mathbf{v}| u \quad (3.229)$$

$$F_v = -\rho C_M |\mathbf{v}| v \quad (3.230)$$

$$F_\theta = \rho c_p C_H |\mathbf{v}| (\theta_g - \theta) \quad (3.231)$$

$$F_q^P = \rho C_E |\mathbf{v}| (q_g - q) \quad (3.232)$$

ただし、 $F_q^P$  は可能蒸発量である。実蒸発量の計算は 3.7 と 3.8 で述べる。

### 3.6.3 Richardson 数

大気地表間の安定度の基準となる、バルク Richardson 数  $R_{iB}$  は

$$R_{iB} = \frac{\frac{g}{\theta_s} (\theta_1 - \theta(z_0)) / z_1}{(u_1 / z_1)^2} = \frac{g}{\theta_s} \frac{T_1 (p_s / p_1)^\kappa - T_0}{u_1^2 / z_1} f_T. \quad (3.233)$$

ここで、

$$f_T = (\theta_1 - \theta(z_0)) / (\theta_1 - \theta_0) \quad (3.234)$$

は補正ファクターで、補正前のバルク Richardson 数から近似的に求めるが、ここでは計算方法は略す。

### 3.6.4 バルク係数

バルク係数  $C_M, C_H, C_E$  は Louis(1979)、Louis *et al.*(1982) に従って求める。ただし、運動量と熱に対する粗度の違いを考慮した補正を行っている。すなわち、運動量、熱、水蒸気に対する粗度をそれぞれ

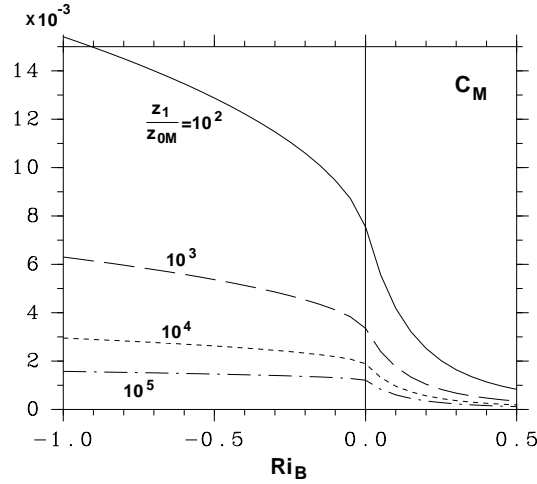


図 3.4: 運動量に対する粗度

$z_{0M}, z_{0H}, z_{0E}$  とすると一般に  $z_{0M} > z_{0H}, z_{0E}$  であるが、熱、水蒸気についても  $z_{0M}$  の高さからのフラックスに対するバルク係数  $\widetilde{C}_H, \widetilde{C}_E$  をまず求め、その後に補正する。

$$C_M = \begin{cases} C_{0M} [1 + (b_M/e_M) Ri_B]^{-e_M} & Ri_B \geq 0 \\ C_{0M} \left[ 1 - b_M Ri_B \left( 1 + d_M b_M C_{0M} \sqrt{\frac{z_1}{z_{0M}}} |Ri_B| \right)^{-1} \right] & Ri_B < 0 \end{cases} \quad (3.235)$$

$$\widetilde{C}_H = \begin{cases} \widetilde{C}_{0H} [1 + (b_H/e_H) Ri_B]^{-e_H} & Ri_B \geq 0 \\ \widetilde{C}_{0H} \left[ 1 - b_H Ri_B \left( 1 + d_H b_H \widetilde{C}_{0H} \sqrt{\frac{z_1}{z_{0M}}} |Ri_B| \right)^{-1} \right] & Ri_B < 0 \end{cases} \quad (3.236)$$

$$C_H = \widetilde{C}_H f_T \quad (3.237)$$

$$\widetilde{C}_E = \begin{cases} \widetilde{C}_{0E} [1 + (b_E/e_E) Ri_B]^{-e_E} & Ri_B \geq 0 \\ \widetilde{C}_{0E} \left[ 1 - b_E Ri_B \left( 1 + d_E b_E \widetilde{C}_{0E} \sqrt{\frac{z_1}{z_{0M}}} |Ri_B| \right)^{-1} \right] & Ri_B < 0 \end{cases} \quad (3.238)$$

$$C_E = \widetilde{C}_E f_q \quad (3.239)$$

$C_{0M}, \widetilde{C}_{0H}, \widetilde{C}_{0E}$  は中立時の ( $z_{0M}$  からのフラックスに対する) バルク係数で、

$$C_{0M} = \widetilde{C}_{0H} = \widetilde{C}_{0E} = \frac{k^2}{\left[ \ln \left( \frac{z_1}{z_{0M}} \right) \right]^2}. \quad (3.240)$$

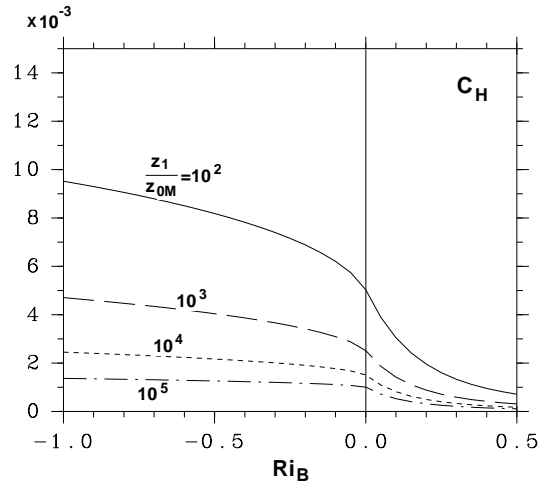
補正ファクター  $f_q$  は、

$$f_q = (q_1 - q(z_0)) / (q_1 - q^*(\theta_0)) \quad (3.241)$$

であるが、計算方法は略す。係数は、 $(b_M, d_M, e_M) = (9.4, 7.4, 2.0)$ 、 $(b_H, d_H, e_H) = (b_E, d_E, e_E) = (9.4, 5.3, 2.0)$  である。

バルク係数の  $Ri_B$  依存性を図示すると、図 3.4、図 3.5 のようになる。



図 3.5: 熱に対する粗度 ( $z_{0H}/z_{0M} = 0.1$  の場合)

### 3.6.5 フラックスの計算

これにより、フラックスが計算される。

$$\hat{F}_{u,1/2} = -\rho_{1/2} C_M |\mathbf{v}_1| u_1 \quad (3.242)$$

$$\hat{F}_{v,1/2} = -\rho_{1/2} C_M |\mathbf{v}_1| v_1 \quad (3.243)$$

$$\hat{F}_{\theta,1/2} = \rho_{1/2} c_p C_H |\mathbf{v}_1| (T_0 - \sigma_1^{-\kappa} T_1) \quad (3.244)$$

$$\hat{F}_{q,1/2}^P = \rho_{1/2} C_E |\mathbf{v}_1| (q^*(T_0) - q_1) \quad (3.245)$$

微分項は、以下のようになる。

$$\frac{\partial F_{u,1/2}}{\partial u_1} = \frac{\partial F_{v,1/2}}{\partial v_1} = -\rho_{1/2} C_M |\mathbf{v}_1| \quad (3.246)$$

$$\frac{\partial F_{\theta,1/2}}{\partial T_1} = -\rho_{1/2} c_p C_H |\mathbf{v}_1| \sigma_1^{-\kappa} \quad (3.247)$$

$$\frac{\partial F_{\theta,1/2}}{\partial T_0} = \rho_{1/2} c_p C_H |\mathbf{v}_1| \quad (3.248)$$

$$\frac{\partial F_{q,1/2}}{\partial q_1} = -\beta \rho_{1/2} C_E |\mathbf{v}_1| \quad (3.249)$$

$$\frac{\partial F_{q,1/2}^P}{\partial T_0} = \beta \rho_{1/2} C_E |\mathbf{v}_1| \left( \frac{dq^*}{dT} \right)_{1/2} \quad (3.250)$$

ここで、注意したいのは、 $T_0$  はこの時点では求められていない量であることである。表皮温度は、地表熱バランスの条件

$$F_{\theta}(T_0, T_1) + L\beta F_q^P(T_0, q_1) + F_R(T_0) - F_g(T_0, G_1) = 0 \quad (3.251)$$

を満たすように決まる。この時点では、 $T_0$  としては前の時間ステップにおけるものを使って評価する。地表バランスを満たす本当のフラックスの値は、地表過程と結合してこの式を解いてから定まる。その意味で、上のフラックスに  $\hat{\phantom{x}}$  をつけておいた。

### 3.6.6 海面における取扱い

海面では、Miller et al.(1992) に従い、以下の2つの効果を考慮している。

- 風速が弱いときに自由対流運動が卓越すること
- 海面の粗度が風速によって変化すること

自由対流運動の効果は、浮力フラックス  $F_B$  を計算し、

$$F_B = F_\theta / c_p + \epsilon T_0 F_q^P \quad (3.252)$$

$F_B > 0$  のときに、

$$w^* = (H_B F_B)^{1/3} \quad (3.253)$$

$$|v_1| = (u_1^2 + v_1^2 + (w^*)^2)^{1/2} \quad (3.254)$$

とすることで考慮する。 $H_B$  は混合層の厚さのスケールに対応する。現在の標準値は  $H_B = 2000\text{m}$  である。

海面の粗度変化は、摩擦速度  $u^*$

$$u^* = \left( \sqrt{F u^2 + F v^2} / \rho \right)^{1/2} \quad (3.255)$$

を用いて、

$$Z_{0M} = A_M + B_M (u^*)^2 / g + C_M \nu / u^* \quad (3.256)$$

$$Z_{0H} = A_H + B_H (u^*)^2 / g + C_H \nu / u^* \quad (3.257)$$

$$Z_{0E} = A_E + B_E (u^*)^2 / g + C_E \nu / u^* \quad (3.258)$$

のように評価する。 $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  は大気の動粘性係数であり、他の係数の標準値は  $(A_M, B_M, C_M) = (0, 0.018, 0.11)$ 、 $(A_H, B_H, C_H) = (1.4 \times 10^{-5}, 0, 0.4)$ 、 $(A_E, B_E, C_E) = (1.3 \times 10^{-4}, 0, 0.62)$  である。

以上の計算では、 $F_u, F_v, F_\theta, F_q$  が必要であるため、逐次近似計算を行う。

### 3.6.7 風速の補正

一般に粗度の大きな地表では、粗度の小さな地表に比べて運動量の下向き輸送が効率的であるためにその直上の風が弱く、粗度による  $C_D$  の違いを風速の違いによって打ち消す効果が働く。

モデルにおいて地表フラックス計算に渡される風速は力学過程の時間積分によって計算された値であり、スペクトル展開によって平滑化された値となっている。そのために、海面と陸面など、粗度の大きく違う地表が小さなスケールで混在している領域では、この補償効果がうまく表現できない。そのため、一度運動量フラックスを計算し、大気最下層の風速をそれによって補正してからもういちど運動量・熱・水のフラックスを計算しなおす。

### 3.6.8 風速の最小値

小規模運動の効果を考え、地表フラックスの算出の際の地表風速  $|v_1|$  の最小値を設定する。現在の標準値は、各フラックスに共通で  $3\text{m/s}$  である。

## 3.7 地表過程

### 3.7.1 地表過程の概要

地表過程は、大気・地表間の運動量・熱・水のフラックスの交換を通して大気下端の境界条件を与える。地表過程は、地中温度  $T_g$ 、地中水分  $W_g$ 、積雪量  $W_y$  などの独自の予報変数を扱い、地表面の熱慣性、水の蓄積、積雪の蓄積、海氷の蓄積などを評価する。主な入力データは、大気・地表間の物理量の拡散ならびに放射と降水によるフラックスである。出力データは、地表面温度  $T_s$  ならびに、アルベド、粗度などの種々の境界条件パラメータである。

地表過程は、以下のように分類される。

- (1) 地中熱拡散過程—地中温度構造等を決める
- (2) 地中水文過程 — 地中水分構造、流出等を決める
- (3) 積雪過程 — 積雪・融雪など、雪に関わる諸過程の表現
- (4) 海洋混合層過程—海洋温度、海氷厚を決める (オプション)

CCSR/NIES AGCM の地表過程の特徴を簡単に列挙する:

- a. 地中において、多層の熱伝導、水拡散 (オプション) を評価する。
- b. 表皮温度を用いて地表熱収支を評価する。
- c. 熱と水の拡散伝導は implicit 法で解く。
- d. 雪は独立した層としては扱わず、地表第1層と共に評価する。
- e. 多層で海洋混合層と海氷を評価する (オプション)

計算の流れに沿って、スキームの概略を説明する。[ ] 内は対応するサブルーチン名 (ファイル名) である。また、括弧で囲まれた項目は他の節の説明を参照のこと。

1. 地表フラックスを評価する [SFCFLX(psfcm)]  
大気・地表間の熱・水 (蒸発)・運動量のフラックスをバルク式で見積もる。ただし、蒸発効率  $\beta$  は1として行う。
2. 地表粗度を評価する [GNDZO(pgsfc)]  
基本的にはファイルや地表タイプに依存して外部から与えられるが、積雪量などによって変更を行う。
3. 地表面内の熱フラックスと熱容量を評価する。[LNDFLX(pglnd), SEAFIX(pgsea), SNWFLX(pgsnw)]  
陸と海の各層の熱容量を見積り、各層境界の熱フラックスを熱伝導の式から見積もる。また、積雪がある場合熱容量とフラックスを変更する。
4. 陸面の水フラックスと容量を評価する [LNDWFX(pglnd)]  
陸の各層の水の容量を見積もり、各層境界の水フラックスを水拡散の式から見積もる
5. 蒸発効率を評価する [GNDBET(pgsfc)]  
陸面では、土壌水分と気孔抵抗に依存して計算する。
6. 地中熱伝導の implicit 解法を途中まで行う [GNDHT1(pggnd)]  
地中の熱伝導による温度の変化を評価する。ただし、地表面温度の変化も組み入れて implicit で行うため、ここで行うのは、その第1段階のみである。

7. 地表熱バランスを解く [SLVSFC(pgs1v)]  
地表面の熱バランスの式を解き、地表面温度と大気第1層の気温・比湿の時間変化を求める。これを用いて、大気地表間の熱・水(蒸発)のフラックスおよび地表での熱伝導フラックスを補正する。また、積雪または氷があり、地表温度が氷点を越える場合には、地表温度を氷点として、残差のフラックスを融雪に用いられるフラックスとして評価する。
8. 地中熱伝導を implicit 解法で解く [GNDHT2(pggnd)]  
地表面温度の変化が求められたので、それを用いて地中の熱伝導による地中温度の変化を解く。
9. 積雪の昇華による積雪減少を評価する [SNWSUB(pgsnw)]  
積雪条件のとき、求められた蒸発(昇華)フラックスによって積雪を減少させる。
10. 降雪による積雪増加を評価する [SNWFLP(pgsnw)]  
降雪と降雨を判別し、降雪時には積雪を増加させる。
11. 融雪による積雪減少を評価する [SNWMLP(pgsnw)]  
積雪時に地表温度または第1層温度が氷点を越える場合には、融雪が起こるとし、温度を氷点以下に保ち、積雪を減少させる。
12. 地中水の拡散を implicit 解法で解く [GNDWTR(pggnd)]  
地中の水フラックスによる地中水分の変化を解く。
13. 積雪による降水遮断を評価する [SNWROF(pgsnw)]  
積雪がある場合は、土壌への降水の浸透は妨げられ、降雨と融雪水(の一部)が流出となる。
14. 地表の流出を評価する [LNDROF(pglnd)]  
降雨と融雪水の地表流出を計算する。バケツモデル、新バケツモデル、浸透能を用いた流出評価の3通りの評価方法を選択できる。
15. 凍土過程を評価する [LNDFRZ(pglnd)]  
地中水分の凍結融解とそれにともなう潜熱放出による温度変化を計算する。ただし、このルーチンはオプションであり、通常はスキップされる。
16. 海氷の成長を評価する [SEAICE(pgsea)]  
海洋混合層オプションを指定した場合、熱伝導による海氷の厚さの増減を計算する。
17. 海氷の表面融解を評価する [SEAMLT(pgsea)]  
海氷の地表温度または第1層温度が氷点を越える場合には、融解が起こるとし、温度を氷点以下に保ち、海氷の厚さを減少させる。
18. 海洋温度のナッジングを行う [SEANDG(pgsea)]  
海洋混合層オプションを指定した場合、与えられた温度に近付けるようなナッジングを海面の温度に付け加えることができる。
19. 地表の風速変化を評価する [SLVWND(pggnd)]  
大気第1層の風速の変化を解く。

また、上に出てきた中で、いくつかのルーチンは更に以下のように、陸面・海面・雪面の評価のサブルーチンに分かれるものがある。

1. 境界条件の設定 [GNDSFC(pgbnd)]

- (a) 地表面条件を読み込む [GETIDX(pgbnd)]
- (b) 海面条件を読み込む [GETSEA(pgbnd)]
- (c) 海面条件を設定する [SEATMP(pgsea)]

## 2. 地表アルベドを評価する [GNDALB(pgsfc)]

- (a) アルベドを読み込む [GETALB(pgbnd)]
- (b) 陸面アルベドを変更する [LNDALB(pglnd)]
- (c) 海面アルベドを変更する [SEAALB(pgsea)]
- (d) 雪面アルベドを変更する [SNWALB(pgsnw)]

## 3. 地表粗度を評価する [GNDZO(pgsfc)]

- (a) 粗度を読み込む [GETZO(pgbnd)]
- (b) 陸面粗度を変更する [LNDZO(pglnd)]
- (c) 海面粗度を変更する [SEAZO(pgsea)]
- (d) 雪面粗度を変更する [SNWZO(pgsnw)]

## 4. 地表湿潤度を評価する [GNDBET(pgsfc)]

- (a) 湿潤度を読み込む [GETBET(pgbnd)]
- (b) 陸面湿潤度を変更する [LNBET(pglnd)]
- (c) 海面湿潤度を変更する [SEABET(pgsea)]
- (d) 雪面湿潤度を変更する [SNWBET(pgsnw)]

### 3.7.2 地表面の分類

地表面は外部から与えられる条件として、地表面タイプ  $m$  によって、以下のように分類される。

$m$	条件
-2	混合層海洋
-1	海氷 (外部から与えられたもの)
0	海面 (外部から温度を与える)
1	陸氷
$\geq 2$	陸面

さらに、内部的に変化する氷の状態によって、以下のような地表面状態  $n$  をとる。

$n$	状態
0	氷のない海面
1	海氷および陸氷
$\geq 2$	陸面

これらは [GNDSFC(pgsfc)] で定義される。

### 3.7.3 地表熱バランス

地表熱バランスの条件は、

$$F_\theta(T_0, T_1) + L\beta F_q^P(T_0, q_1) + F_R(T_0) - F_g(T_0, G_1) = 0 \quad (3.259)$$

である。 $F_\theta, F_q^P, F_R, F_g$  は、地表過程を評価する前の大気・地中の予報変数と、を用いて評価するが、その時に用いた  $T_0$  では、このバランスは一般には満たされない。

この解き方にはいくつか方法がある。

- $T_0$  のみを未知数と考える方法
- $T_0, T_1, q_1, G_1$  を未知数と考える方法

CCSR/NIES AGCM では後者の方法を用いている。その際には、大気・地面の全ての層の変数と結合して解く必要がある。詳しくは、3.8 で述べる。

また、蒸発の項  $\beta F_q^P(T_0, q_1)$  の評価の仕方に2通りある。

- $\beta = 1$  として (3.259) を解いて求めた  $F_q^P$  (可能蒸発量) に  $\beta$  をかけたものを用いる。
- $\beta$  を用いて (3.259) を直接解く。

前者と後者では  $\beta F_q^P$  の項の計算に用いた温度が異なる。前者では  $\beta = 1$  とした場合の温度、後者では実際の温度が使われていることになる。

CCSR/NIES AGCM では標準的には前者の方法を用いる。雪面もしくは氷面で (3.259) を解いた結果の  $T_0$  が氷点を越える場合、または海面で  $T_0$  が海水の氷結温度を割る場合 (海洋混合層モデルの場合) には、 $T_0$  を氷点に温度を固定して各フラックスを計算し、(3.259) の式の残差 (エネルギー残差) が雪氷の凍結融解に使われるとする。

### 3.7.4 離散座標系の設定 [SETGLV, SETWLV, SETSLV]

地中は  $z$  座標系で離散化される。陸地温度は層  $zg_l$ 、水分は層  $zw_l$ 、海洋温度は層  $zs_l$  で定義される。上層から下層に  $l$  が増大する。フラックスは層の境界  $zg_{k-1/2}, zw_{k-1/2}$  で定義される。

また  $z = 0$  に厚さ 0 の層を考え、表皮温度  $T_s$  を定義する。便宜的に  $l = 0$  で表し、 $zg_0 = zg_{1/2} = zg_{-1/2} = 0$  とする。

### 3.7.5 陸面の熱フラックスと熱容量の計算 [LNDFLX]

地中の熱・水分フラックスなどの物理量および湿潤度など地表面特性の評価は、地表面が海面か陸面か、また陸面の場合積雪があるか否かで場合を分けて行う。以下では、まず雪の無い陸面の場合についての評価方法を一通り記述する。海面、雪面の場合の相違点は後で述べる。

陸面の熱容量は、

$$Cg_l = \tilde{C}g_l(zg_{l+1/2} - zg_{l-1/2}) = \tilde{C}g_l \Delta zg_l. \quad (3.260)$$

ここで、 $\tilde{C}g_l$  は体積比熱である。

陸面の熱フラックスは、熱伝導係数を一定として取り扱う ( $l$  には依存しない)。

$$Fg_{l-1/2} = Kg_{l-1/2}(G_l - G_{l-1})(zg_l - zg_{l-1}), \quad (3.261)$$

$$\frac{\partial Fg_{l-1/2}}{\partial G_l} = -\frac{\partial Fg_{l-1/2}}{\partial G_{l-1}} = Kg_{l-1/2}/(zg_l - zg_{l-1}). \quad (3.262)$$

## 3.7.6 陸面の水フラックスの計算 [LNDWFX]

各層の水の容量  $C_w$  は、

$$C w_l = \rho_w (z w_{l+1/2} - z w_{l-1/2}) = \rho_w \Delta z w_l . \quad (3.263)$$

ただし、実際にはこれだけ水を蓄えることができない。最大蓄え得る容量、すなわち飽和容量は、 $w_s$  を飽和含水率として、

$$C w_{sl} = w_{sl} \rho_w (z w_{l+1/2} - z w_{l-1/2}) = w_{sl} \rho_w \Delta z w_l . \quad (3.264)$$

地中水フラックスの基本式は以下のように書ける。

$$F_w = -K_w \left( \frac{\partial w}{\partial z} + g_w \right) \quad (3.265)$$

ここで、 $g_w$  は重力による効果を表す。

陸面の地中水フラックスの評価方法としては、2通りの方法を考える。

- 固定した拡散係数による方法
- 含水率依存の拡散係数による方法 [HYDFLX]

固定拡散係数の方法では、簡単に以下のように表現する。 $K_w$  は拡散係数、 $\rho_w$  は液体水の密度である。ここで、(3.265) における重力ポテンシャル項  $g_w$  は無視している。

$$F_{w,l-1/2} = \rho_w K_{w,l-1/2} (w_l - w_{l-1}) / (z w_l - z w_{l-1}) , \quad (3.266)$$

$$\frac{\partial F_{w,l-1/2}}{\partial w_l} = -\frac{\partial F_{w,l-1/2}}{\partial w_{l-1}} = \rho_w K_{w,l-1/2} / (z w_l - z w_{l-1}) . \quad (3.267)$$

一方、含水率依存の拡散係数による方法では、水理ポテンシャルを用いて以下のように求める。

$$F_{w,l-1/2} = \rho_w K_{w,l-1/2} (W_{l-1/2})^{2B+3} ((\psi_l - \psi_{l-1}) / (z w_l - z w_{l-1}) - 1) , \quad (3.268)$$

$$\frac{\partial F_{w,l-1/2}}{\partial w_l} = \rho_w K_{w,l-1/2} (W_{l-1/2})^{2B+3} \frac{\partial \psi_l}{\partial w_l} / (z w_l - z w_{l-1}) , \quad (3.269)$$

$$-\frac{\partial F_{w,l-1/2}}{\partial w_{l-1}} = \rho_w K_{w,l-1/2} (W_{l-1/2})^{2B+3} \frac{\partial \psi_{l-1}}{\partial w_{l-1}} / (z w_l - z w_{l-1}) . \quad (3.270)$$

ここで、 $K_w$  は飽和透水係数、 $W$  は飽和度、 $\psi$  は圧力ポテンシャルで、以下のように与えられる。

$$W_l = w_l / w_{sl} , \quad W_{l-1/2} = (W_{l-1} + W_l) / (C w_{l-1} + C w_l) , \quad (3.271)$$

$$\psi_l = \psi_{sl} (W_l)^{-B} , \quad \frac{\partial \psi_l}{\partial w_l} = -B \psi_l W_l / w_{sl} . \quad (3.272)$$

$K_w$ ,  $B$ ,  $\psi_{sl}$  は定数で、地表面タイプ  $m$  と  $l$  に依存する。

## 3.7.7 陸面の流出の計算 [LNDROF]

流出の評価には以下の3通りの方法を用いることができる。

- バケツモデル
- 新バケツモデル

- 浸透能を考慮した地表流出

バケツモデルでは、

$$w_1^{m+1,*} = w_1^{m+1} + \frac{P - E}{Cw_1} \Delta t \quad (3.273)$$

を計算し、これが

$$w_1^{m+1,*} > w_s \quad (3.274)$$

であった場合には、流出を  $R_B$  として、

$$w_1^{m+1} = w_s \quad (3.275)$$

$$R_B = Cw_1(w_1^{m+1,*} - w_s)/\delta t \quad (3.276)$$

とするものである。それ以外では、

$$w_1^{m+1} = w_1^{m+1,*} \quad (3.277)$$

$$R_B = 0. \quad (3.278)$$

新バケツモデル (近藤、1993) は、表層土壌の種類と深さが空間的に一様でない場合の平均的な地中への浸透量を見積もるモデルである。もともと日平均の流出を見積もるために開発されたが、ここでは時間ステップ毎に用いるように変更した。新バケツモデルでは、降水浸透、流出後の土壌水分量を以下のように見積もる。

$$w_1^{m+1} = w_1^m + (ws_1 - w_1^m) \tanh \left( \frac{(P - E)\tau_B}{Cw_1(ws_1 - w_1^m)} \right) \Delta t / \tau_B. \quad (3.279)$$

ここで  $\tau_B$  は時定数である (標準値 3600s)。このとき流出量  $R_N$  は、地表の水収支より

$$R_N = P - E - Cw_1(w_1^{m+1} - w_1^m)/\Delta t \quad (3.280)$$

$$= (P - E) \left( 1 - \frac{\tanh x}{x} \right) \quad (3.281)$$

と見積もられる。ただし、

$$x = \frac{(P - E)\tau_B}{Cw_1(ws_1 - w_1^m)}. \quad (3.282)$$

土壌の浸透能を考慮した地表流出  $R_I$  の評価は、浸透能を  $C_I$ 、層雲性降雨の強度を  $P_l$ 、対流性降雨の強度を  $P_c$  とすると、以下で与えられる。

$$R_I = \begin{cases} P_c \exp[-(C_I - P_l)/(P_c/\kappa)] & (P_l \leq C_I) \\ P_l + P_c - C_I & (P_l > C_I) \end{cases}. \quad (3.283)$$

地表へ浸透する降水の入力量は以下のように修正される。

$$\widetilde{P}_c = \begin{cases} P_c - R_I & (P_l \leq C_I) \\ 0 & (P_l > C_I) \end{cases}, \quad (3.284)$$

$$\widetilde{P}_l = \begin{cases} P_l & (P_l \leq C_I) \\ C_I & (P_l > C_I) \end{cases}. \quad (3.285)$$

式 (3.283) の上の場合、対流性降雨の降水強度確率  $f(P_c)$  に指数分布を仮定した以下の式より導かれる。

$$f(P_c) = \frac{\kappa}{P_c} \exp \left[ -\frac{\kappa}{P_c} P_c \right], \quad (3.286)$$



$$\frac{R_I}{\kappa} = \int_{\widetilde{C}_I}^{\infty} (P_c - \widetilde{C}_I) f(P_c) d(P_c) . \quad (3.287)$$

ただし、層雲性降雨が一様に浸透すると考えて有効な浸透能を  $\widetilde{C}_I = C_I - P_l$  とした。 $\kappa$  は、対流性降雨の降水域が全グリッド面積に占める割合で、定数である（標準で 0.6）。

多層の土壌水分移動を考える場合、透水係数に比例した各層からの排水を考えることもできる。

### 3.7.8 陸面でのアルベドの評価 [LNDALB]

アルベドの評価は、基本的に外部から与えた一定値を用いる。与え方は以下の 2 通りである。

- ファイルで分布を与える
- 地表面タイプ  $m$  ごとの値を指定する

波長帯ごとに、可視域、近赤外域の 2 成分を与えることができる（標準では同じ値を用いている）。

また、地表湿潤度、日射の天頂角の影響を以下のように考慮することも可能である（標準では考慮していない）。

$$\alpha = \alpha - f_w \alpha w_1 , \quad (3.288)$$

$$\alpha = \alpha + \Delta f_{\zeta} (1 - \alpha) (1 - \cos^2 \zeta) . \quad (3.289)$$

ここで、湿潤度ファクター  $f_w$ 、天頂角ファクター  $f_{\zeta}$  は定数である。

### 3.7.9 陸面での粗度の評価 [LNDZ0]

粗度の評価は、基本的に外部から与えた一定値を用いる。与え方は以下の 2 通りである。

- ファイルで分布を与える
- 地表面タイプ  $m$  ごとの値を指定する

熱に対する粗度  $z_{0H}$  と水蒸気に対する粗度  $z_{0E}$  は、特に与えない場合は運動量に対する粗度  $z_{0M}$  の定数倍とする（標準では  $z_{0H} = z_{0E} = 0.1 z_{0M}$ ）。

### 3.7.10 陸面での地表湿潤度の評価 [LNDBET]

陸氷面では、 $\beta$  は一定値 1 となる。氷でない陸面では、以下のようないくつかの評価方法を用いることができる。

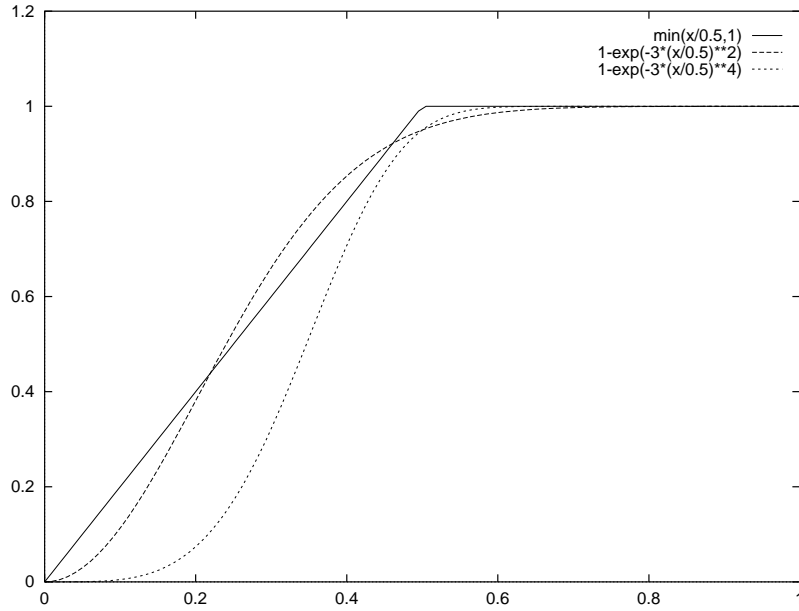
(a) 外部から与えた一定値を用いる。与え方として、

- ファイルで分布を与える
- 地表面タイプ  $m$  ごとの値を指定する

という 2 通りがありえる。

(b) 土壌水分  $w$  の関数として計算する。

飽和度  $W \equiv w/w_s$  を定義し、その関数として与える（図 3.6）。

図 3.6:  $\beta$  の関数形

- 関数タイプ 1. 臨界飽和度  $W_c$  を越えれば 1、それ以下は線形に依存するもの。

$$\beta = \min(W/W_c, 1) \quad (3.290)$$

- 関数タイプ 2.  $W$  に非線形に依存するもの。

$$\beta = 1 - \exp[-3(W/W_c)^a] \quad (3.291)$$

### 3.7.11 海面の熱フラックスと熱容量の計算 [SEAFIX]

以下では海面での、陸面の場合と異なった取扱いを記述する。

海面においては、海氷の存在によって熱容量が異なる。海水の体積比熱  $\tilde{C}_s$  と海氷の体積比熱  $\tilde{C}_i$  とを用いて、 $h_i$  を海氷の厚さとして、

$$C g_l = \begin{cases} \tilde{C}_s(z g_{l+1/2} - z g_{l-1/2}) & (h_i \leq z g_{l-1/2}) \\ \tilde{C}_s(z g_{l+1/2} - h_i) + \tilde{C}_i(h_i - z g_{l-1/2}) & (z g_{l-1/2} < h_i < z g_{l+1/2}) \\ \tilde{C}_i(z g_{l+1/2} - z g_{l-1/2}) & (h_i \geq z g_{l+1/2}) \end{cases} \quad (3.292)$$

海面においても、熱伝導係数を一定とする ( $l$  には依存しない)。

$$F_{g,l-1/2} = K s_{l-1/2}(G_l - G_{l-1})/(z s_l - z s_{l-1}), \quad (3.293)$$

$$\frac{\partial F_{g,l-1/2}}{\partial G_l} = -\frac{\partial F_{g,l-1/2}}{\partial G_{l-1}} = K s_{l-1/2}/(z s_l - z s_{l-1}). \quad (3.294)$$

ただし、海氷が存在する領域では、海氷と海水の境界の温度を  $T_i (=271.15\text{K})$  とし、熱伝導係数を海氷の値とする。

$$F_{g,l-1/2} = \begin{cases} K_{s_{l-1/2}}(G_l - G_{l-1})/(z_{s_l} - z_{s_{l-1}}) & (h_i < z_{g_{l-3/2}}) \\ K_{s_{l-1/2}}(G_l - T_i)/(z_{s_l} - h_i) & (z_{g_{l-3/2}} \leq h_i < z_{g_{l-1/2}}) \\ K_i(T_i - G_{l-1})/(h_i - z_{s_{l-1}}) & (z_{g_{l-1/2}} \leq h_i < z_{g_{l+1/2}}) \\ K_i(G_l - G_{l-1})(z_{s_l} - z_{s_{l-1}}) & (h_i \geq z_{g_{l+1/2}}) \end{cases} \quad (3.295)$$

海氷域以外の海洋の熱フラックスが意味を持つのは海洋混合層モデルを用いた場合のみである。

### 3.7.12 海面での地表湿潤度の評価 [SEABET]

蒸発の評価に用いる地表湿潤度  $\beta$  は、海面、海氷面では、一定値 1 となる。

### 3.7.13 海面でのアルベドと粗度

海氷に覆われない海面でのアルベドは、放射ルーチンの中で、大気的光学的厚さと太陽入射角の関数として波長域ごとに計算する [SSRFC]。

海氷に覆われない海面の粗度は、地表フラックスルーチンの中で、運動量フラックスの関数として計算する [SEAZOF]。

海氷に覆われた海面のアルベドと粗度は一定値を与える [SEAALB, SEAZO]。現在の標準値はアルベド 0.7、粗度は  $1 \times 10^{-3}\text{m}$  である。

### 3.7.14 雪面熱フラックス補正 [SNWFLX]

ここでは雪面での、陸面の場合と異なった取扱いを記述する。雪は熱的には、地表面第 1 層と同じ層として取り扱う。すなわち、第 1 層の熱容量および熱拡散係数が雪の存在によって変更される形となる。

熱容量は、単純な和で表され、 $C_y$  を雪の質量当たりの比熱、 $W_y$  を雪の単位面積当たりの質量とすると、

$$C_{g_l} = C_{g_l'} + C_y W_y \quad (3.296)$$

ただし、 $C_{g_l'}$  は、雪がない場合の熱容量である。

熱フラックスは、雪と土壌の境界の仮想的な温度を  $G_I$  とすると、

$$F_{g,1/2} = K_y(G_I - T_0)/h_y = K_{g,1/2}(G_1 - G_I)(z_{g_1} - z_{g_0}) \quad (3.297)$$

ただし、 $h_y$  は、積雪深であり、 $\rho_y$  を雪の密度とすると、 $h_y = W_y/\rho_y$  である。上式から  $G_I$  を消去すると、

$$\begin{aligned} F_{g,1/2} &= \left[ (K_y/h_y)^{-1} + (K_g/(z_{g_1} - z_{g_0}))^{-1} \right]^{-1} (G_1 - T_0) \\ &= \left[ (K_y(G_1 - T_0)/h_y)^{-1} + (F'_{g,1/2})^{-1} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (3.298)$$

ただし、 $F'_{g,1/2}$  は、雪がない場合のフラックスである。従って、これが既に計算してあれば、それと雪のみのフラックスの調和平均を取ることによって、雪が存在する場合のフラックスが求められる。また、フラックスの温度微分係数  $\frac{\partial F_{g,1/2}}{\partial G_1}, \frac{\partial F_{g,1/2}}{\partial T_0}$  も、同様に温度微分係数の調和平均によって求められる。

積雪がある程度以上多い場合には、温度  $G_1$  は、土壌の温度よりも、積雪の温度とみなすべきであろう。このような場合も考慮するために、実際には、上式で、 $h_y$  のかわりに  $h_y/2$  を用い、さらに、 $F_{1/2}$  だけでなく、 $F_{3/2}$  も雪によって変化するという取り扱いをする。

$$F_{g,1/2} = \left[ (K_y(G_1 - T_0)/(h_y/2))^{-1} + (F'_{g,1/2})^{-1} \right]^{-1}, \quad (3.299)$$

$$F_{g,3/2} = \left[ (K_y(G_2 - G_1)/(h_y/2))^{-1} + (F'_{g,3/2})^{-1} \right]^{-1}. \quad (3.300)$$

### 3.7.15 積雪の昇華の計算 [SNWSUB]

昇華フラックスの分だけ積雪量を減少させる。

$$\tilde{W}_y = W_y - F_{q,1}\Delta t. \quad (3.301)$$

積雪が昇華しきってしまうときには、不足分の水分フラックスを土壌から蒸発させる。このとき地表のエネルギーバランスは地表水分フラックスがすべて昇華したとして計算されているので、土壌温度の補正を行う必要がある。

$$\tilde{G}_1 = G_1 + L_M(F_{q,1}\Delta t - W_y)/Cg_1. \quad (3.302)$$

### 3.7.16 降雪の計算 [SNWFLP]

降水が地表に到達したときに固体 (雪) であるか、液体 (雨) であるかの判定を行う。

大気第一層の湿球温度  $T_{w_1}$  を

$$T_{w_1} = T_1 - L/Cp(q^* - q_1)/(1 + L/Cp\frac{\partial q^*}{\partial T}) \quad (3.303)$$

で評価し、 $T_{w_1}$  が氷点  $T_m$  よりも低ければ雪、 $T_m$  以上ならば雨とする。湿球温度を用いるのは、地表に到達した降水の温度が降水の落下途中での蒸発の起こりやすさに依存する効果を取り入れるためである。

ここで、降雪の場合はその分だけ積雪量を増加させる。

$$\tilde{W}_y = W_y + P_y\Delta t. \quad (3.304)$$

$P_y$  は降雪フラックスである。

### 3.7.17 融雪の計算 [SNWMLP]

地表エネルギーバランスの計算の結果、地表エネルギーバランス  $\Delta s$  が正の場合 and/or 積雪のある場所で土壌第一層 (積雪を含む) の温度が氷点より高い場合、融雪量を計算し、融解の潜熱による土壌温度の補正を行う。

補正前の土壌温度を  $\hat{G}_1$  とすると、エネルギーバランスを解消する分だけ融雪が起こったとしたときの融雪量  $\tilde{M}_y\Delta t$  と土壌温度  $\tilde{G}_1$  は、

$\hat{G}_1 \geq T_m$  のとき、

$$\tilde{M}_y\Delta t = (Cg_1(\hat{G}_1 - T_m) + \Delta s\Delta t)/L_M, \quad (3.305)$$

$$\tilde{G}_1 = T_m. \quad (3.306)$$

$\hat{G}_1 < T_m$  のとき、

$$\tilde{M}_y\Delta t = \Delta s\Delta t/(L_M + Cp_I(T_m - \hat{G}_1)), \quad (3.307)$$

$$\tilde{G}_1 = \hat{G}_1. \quad (3.308)$$

$\hat{G}_1 < T_m$  のときは、エネルギーバランスで解ける雪以外の部分の温度は変化しないと仮定している。 $L_M$  は融解の潜熱、 $T_m$  は氷点、 $C_{pI}$  は氷の比熱である。

実際の融雪量と土壌温度は、現在の雪の量  $W_y$  が融けきる場合も考慮して、

$$M_y \Delta t = \begin{cases} \tilde{M}_y \Delta t & (\tilde{M}_y \Delta t \leq W_y) \\ W_y & (\tilde{M}_y \Delta t > W_y) \end{cases}, \quad (3.309)$$

$$G_1 = \begin{cases} \tilde{G}_1 & (\tilde{M}_y \Delta t \leq W_y) \\ \hat{G}_1 + (\Delta s \Delta t - L_M W_y - C_{pI} W_y (T_m - \hat{G}_1)) / (C_{g1} - C_{pI} W_y) & (\tilde{M}_y \Delta t > W_y) \end{cases}. \quad (3.310)$$

### 3.7.18 積雪面の流出の計算 [SNWROF]

積雪  $W_y$  がある場合、陸面の流出の計算に先立って積雪の影響による流出  $R_S$  を以下のように評価して、地表への水分入力から除いておく。また、融雪水  $M_y$  をここで地表への水分入力に加える。

$$I_s = \begin{cases} 1 - W_y / W_{yCi} & (W_y < W_{yCi}) \\ 0 & (W_y \geq W_{yCi}) \end{cases}, \quad (3.311)$$

$$\widetilde{P}_c = I_s P_c, \quad (3.312)$$

$$\tilde{P}_l = I_s (P_c + M_y), \quad (3.313)$$

$$R_S = (1 - I_s)(P_c + P_l + M_y). \quad (3.314)$$

ここで、 $I_s$  は積雪の影響による地表の浸透率である。浸透に関する臨界積雪量  $W_{yCi}$  の標準値は  $200 \text{ kg/m}^2$  である。

### 3.7.19 積雪面でのアルベドの評価 [SNWALB]

積雪  $W_y$  がある場合、積雪の覆う比率が積雪の平方根に比例すると考え、アルベドは積雪の平方根に比例して雪の値  $\alpha_s$  に近づく (臨界値  $W_{yC}$  は、標準で  $100 \text{ kg/m}^2$ )。

$$\alpha = \begin{cases} \alpha' + (\alpha_s - \alpha') \sqrt{W_y / W_{yC}} & (W_y < W_{yC}) \\ \alpha_s & (W_y \geq W_{yC}) \end{cases}. \quad (3.315)$$

また、融解が起こって積雪が湿っているとき雪のアルベドが小さくなる効果を以下のように考慮している。

$$\alpha_s = \begin{cases} \alpha_{sd} & (T_0 \leq T_d) \\ \alpha_{sd} - (\alpha_{sm} - \alpha_{sd})(T_0 - T_d) / (T_d - T_m) & (T_d < T_0 \leq T_m) \\ \alpha_{sm} & (T_0 > T_m) \end{cases}. \quad (3.316)$$

ここで  $T_0$  は地表温度である。乾いた雪のアルベド  $\alpha_{sd}$ 、湿った雪のアルベド  $\alpha_{sm}$  の標準値はそれぞれ 0.7, 0.5 であり、臨界温度  $T_d, T_m$  はそれぞれ 258.15, 273.15 である。

さらに雪の無い場合と同様に日射の天頂角依存性の効果を考慮できる (標準では考慮しない)。

### 3.7.20 積雪面での地表粗度の評価 [SNWZ0]

積雪  $W_y$  がある場合、積雪の覆う比率が積雪の平方根に比例すると考え、地表粗度は積雪の平方根に比例して雪の粗度に近づく (臨界値  $W_{yC}$  は、標準で  $100 \text{ kg/m}^2$ )。

$$z_0 = \begin{cases} z'_0 + (z_{0s} - z'_0) \sqrt{W_y / W_{yC}} & (W_y < W_{yC}) \\ z_{0s} & (W_y \geq W_{yC}) \end{cases}. \quad (3.317)$$

雪の粗度の標準値は、運動量、温度、水蒸気に対してそれぞれ  $10^{-2}$ 、 $10^{-3}$ 、 $10^{-3}$  である。

### 3.7.21 積雪面での地表湿潤度の評価 [SNWBET]

積雪  $W_y$  がある場合、積雪の覆う比率が積雪の平方根に比例すると考え、地表湿潤度は積雪の平方根に比例して雪の湿潤度 1 に近づく (臨界値  $W_{yC}$  は、標準で  $100\text{kg/m}^2$ )。

$$\beta = \begin{cases} \beta' + (1 - \beta')\sqrt{W_y/W_{yC}} & (W_y < W_{yC}) \\ 1 & (W_y \geq W_{yC}) \end{cases} \quad (3.318)$$

### 3.7.22 凍土過程の計算 [LNDFRZ]

ここでは、オプション的地表過程について記述する。このオプションを使うためには、温度と水分に関する地中の鉛直層数と各層のレベルが等しいことが必要である。

熱拡散による地中温度の計算の後、

- 地中温度が氷点より低く、液体の水分が存在すれば水分の凍結を
- 地中温度が氷点より高く、固体の水分が存在すれば水分の融解を

計算する。

第  $l$  層の含水率を  $w_{Fl}$  とすると、凍結する水分  $\Delta w_{Fl}$  は、

$$\Delta w_{Fl} = \begin{cases} -w_{Fl} & (\Delta_0 w_{Fl} \leq -w_{Fl}) \\ \Delta_0 w_{Fl} & (-w_{Fl} < \Delta_0 w_{Fl} \leq w_l - w_{Fl}) \\ w_l - w_{Fl} & (\Delta_0 w_{Fl} > w_{Fl}) \end{cases} \quad (3.319)$$

ただし、負の  $\Delta w_{Fl}$  は融解する水分を表す。 $\Delta_0 w_{Fl}$  は土壌温度が氷点になるまで凍結/融解が起こったとしたときの  $\Delta w_{Fl}$  の値であり、以下で与えられる。

$$\Delta_0 w_{Fl} = C_{gl}(T_m - G_l)/(L_M C w_l) \quad (3.320)$$

$T_m$  は氷点  $273.16\text{K}$  である。

土壌水分の相変化の潜熱による土壌温度の変化は以下で与えられる。

$$\tilde{G}_l = G_l + L_M C w_l \Delta w_{Fl} / C_{gl} \quad (3.321)$$

### 3.7.23 海洋混合層モデル [SEAFRZ]

海洋混合層モデルでは、海洋の熱収支を解くことにより、海洋の温度と海氷の厚さの時間変化を求める。

多層モデルも可能であるが、ここでは厚さ  $D$  の 1 層モデルを例にとり解説する。予報変数は、温度  $G$  と海氷厚さ  $h_I$  である。

1. まず海洋の熱容量と表面のフラックスを求める [SEAFIX] 海洋の熱容量は、水の比熱  $C_w$ 、氷の比熱  $C_I$ 、水と氷の密度を  $\rho_w$  として、

$$C_s = C_I \rho_w h_I + C_w \rho_w (D - h_I) \quad (3.322)$$

海氷がない場合、熱伝導フラックスは、

$$F_{s,1/2} = K_s \frac{G - T_0}{d/2} \quad (3.323)$$

一方、海氷がある場合は、

$$F_{s,1/2} = K_I \frac{T_I - T_0}{h_I} \quad (3.324)$$

となる。ここで、 $T_I$  は海氷の氷結温度で、271.35K である。

$z = D$  での熱フラックス  $F_{s,1+1/2}$  は通常 0 であるが、外部から与えることができる。これは、海洋熱輸送を考えた flux correction をする場合に用いる。

2. この熱フラックスと熱容量を用いて陸面と同様に温度  $G$  の変化を求める。

3. 海氷表層の融解は、雪と同様に扱う。[SEAFLEX]

まず融解量  $\tilde{M}_I$  を

$G \geq T_I$  のとき、

$$M_I = \frac{C_s(G - T_I) + \Delta s \Delta t}{\rho_w(C_w - C_I)T_I} \quad (3.325)$$

$G < T_I$  のとき、

$$M_I = \frac{\Delta s \Delta t}{\rho_w(C_w - C_I)G} \quad (3.326)$$

で見積もり、ただし、融けきった場合は、 $M_I = h_I$  とし、その分の熱を補正する。

$$G \leftarrow G + \frac{\Delta s \Delta t - \rho_w(C_w - C_I)h_I G}{C_w + \rho_w(C_w - C_I)h_I} \quad (3.327)$$

氷の厚さを変化させ、

$$h_I \leftarrow h_I - M_I \quad (3.328)$$

次に、それに見合うだけ熱容量を変化させる。

$$C_s = C_s + \rho_w(C_w - C_I)h_I \quad (3.329)$$

4. 次に、海氷の底からの成長過程を考慮する。

(a) 海氷が存在しないとき ( $h_I = 0$ )

$G < T_I$  のとき、

$$\tilde{f}_I = \frac{C_s(T_I - G) - \Delta s \Delta t}{\rho_w(C_w - C_I)T_I} \quad (3.330)$$

$G \geq T_I$  のとき、

$$\tilde{f}_I = \frac{-\Delta s \Delta t}{\rho_w(C_w - C_I)G} \quad (3.331)$$

で見積もる。これが正のときには、海氷が生成される。ここで、 $\Delta s$  は、 $T_0$  が  $T_I = 271.35\text{K}$  以下となるときに正となることに注意。

$$h_I \leftarrow f_I \quad (3.332)$$

$$C_s \leftarrow C_s - \rho_w(C_w - C_I)f_I \quad (3.333)$$

$$G \leftarrow \max(G, T_I) \quad (3.334)$$

(b) 海氷が既に存在するとき ( $h_I > 0$ )

海氷の下の海水から海氷の底面までの熱フラックスを

$$F_b = K_s \frac{G - T_I}{D/2 - h_I} \quad (3.335)$$

で見積もる。 $F_b$  と海洋から上への熱フラックス  $F_{s,1/2}$  との差が海氷の成長または融解に使用される。

$$f_I = \frac{F_{s,1/2} - F_b}{\rho_w (C_w - C_I) G} \Delta t \quad (3.336)$$

よって、

$$h_I \leftarrow h_I + f_I \quad (3.337)$$

$$G \leftarrow G \frac{C_s}{C_s - \rho_w (C_w - C_I) f_I} \quad (3.338)$$

$$C_s \leftarrow C_s - \rho_w (C_w - C_I) f_I \quad (3.339)$$

5. 外部から参照温度  $G_{ref}$  を与えて、それに nudging をかけることができる。

$$G \leftarrow G + \frac{G_{ref} - G}{\tau} \Delta t \quad (3.340)$$

これは熱フラックス

$$F_n = C_s \frac{G_{ref} - G}{\tau} \quad (3.341)$$

を与えたことに相当する。

flux correction をするには、適当な  $\tau$  を与えて nudging を行い、 $F_n$  を記憶しておいて、それを  $F_{s,1+1/2}$  として与えればよい。

## 3.8 大気・地表系の拡散型収支式の解法

### 3.8.1 基本的な解法

放射、鉛直拡散、接地境界層・地表過程は一括して一部の項を implicit 扱いで時間変化項を計算し、最後に時間積分を行う。ベクトル量  $q$  の時間変化項として、Euler 法で扱う項  $A$  と implicit 法で扱う項  $B$  とに分けて考える。

$$q^+ = q + 2\Delta t A(q) + 2\Delta t B(q^+) . \quad (3.342)$$

一般の場合にこれを解くことは困難であるが、近似的に  $B$  を線形化することにより解くことが可能となる。

$$B(q^+) \simeq B(q) + B(q^+ - q) \quad (3.343)$$

のように行列  $B$  を用いて線形化する。ここで、

$$B_{ij} = \frac{\partial B_i}{\partial q_j} \quad (3.344)$$

である。すると、 $\Delta q \equiv q^+ - q$  と書けば、

$$(I - 2\Delta t B) \Delta q = 2\Delta t (A(q) + B(q)) . \quad (3.345)$$

これは、行列演算で原理的には簡単に解くことができる。



### 3.8.2 基本方程式

放射、鉛直拡散、接地境界層・地表過程の方程式は、基本的に以下のように表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial}{\partial p} F_u, \quad (3.346)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial}{\partial p} F_v, \quad (3.347)$$

$$c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -g \frac{\partial}{\partial p} (F_T + F_R), \quad (3.348)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -g \frac{\partial}{\partial p} F_q, \quad (3.349)$$

$$C_g \frac{\partial G}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} F_g. \quad (3.350)$$

ここで、 $F_u, F_v, F_T, F_q$  は鉛直拡散による、それぞれ  $u, v, c_p T, q$  の鉛直上向きフラックス密度である。また、 $F_R$  は放射による鉛直上向きエネルギーフラックス密度である。

大気は、 $\sigma = p/p_S$  の座標系で離散化される。風速、気温等は層  $\sigma_k$  で定義される。フラックスは、層の境界  $\sigma_{k-1/2}$  で定義される。下層から上層に  $k$  が増大する。また、 $\sigma_{1/2} = 1$ ,  $\sigma_k \simeq (\sigma_{k-1/2} + \sigma_{k+1/2})/2$  である。 $\sigma$  座標は、鉛直 1 次元過程を考えている限りは、定数 ( $p_S$ ) 倍の違いを除いては  $p$  座標と同じであると考えてよい。ここで、

$$\Delta \sigma_k = \sigma_{k-1/2} - \sigma_{k+1/2}, \quad (3.351)$$

$$\Delta m_k = \frac{1}{g} \Delta p_k = \frac{p_S}{g} (\sigma_{k-1/2} - \sigma_{k+1/2}) \quad (3.352)$$

と書く。

### 3.8.3 implicit 時間差分

鉛直拡散項などの線形化できる項に関しては implicit 法を用いる。拡散係数なども予報変数に依存するが、その係数は最初に求めるだけで、反復的に解くことはしない。ただし、安定性の向上のために時間ステップの扱いを工夫している (3.8.7)。

例えば、離散化した  $u$  の方程式 (3.1) は、

$$(u_k^{m+1} - u_k^m)/\Delta t = (F_{u_{k-1/2}}^{m+1} - F_{u_{k+1/2}}^{m+1})/\Delta m_k \quad (3.353)$$

ここで、 $m$  は時間ステップである。 $F_{u_{k-1/2}}$  等は、 $u_k$  の関数であるから、その依存性を線形化して、

$$F_{u_{k-1/2}}^{m+1} = F_{u_{k-1/2}}^m + \sum_{k'=1}^K \frac{\partial F_{u_{k-1/2}}^m}{\partial u_{k'}} (u_{k'}^{m+1} - u_{k'}^m) \quad (3.354)$$

従って、 $\delta u_k \equiv (u_k^{m+1} - u_k^m)/\Delta t$  と置くと、

$$\Delta m_k \delta u_k = \left( F_{u_{k-1/2}}^m + \sum_{k'=1}^K \frac{\partial F_{u_{k-1/2}}^m}{\partial u_{k'}} \Delta t \delta u_{k'} - F_{u_{k+1/2}}^m - \sum_{k'=1}^K \frac{\partial F_{u_{k+1/2}}^m}{\partial u_{k'}} \Delta t \delta u_{k'} \right) \quad (3.355)$$

すなわち、

$$\Delta m_k \delta u_k - \sum_{k'=1}^K \left( \frac{\partial F_{u_{k-1/2}}^m}{\partial u_{k'}} - \frac{\partial F_{u_{k+1/2}}^m}{\partial u_{k'}} \right) \Delta t \delta u_{k'} = F_{u_{k-1/2}}^m - F_{u_{k+1/2}}^m \quad (3.356)$$

これは、以下のような行列形式で書くことができる。

$$\sum_{k'=1}^K M_{k,k'}^u \delta u_k' = F_{u_{k-1/2}}^m - F_{u_{k+1/2}}^m \quad (3.357)$$

$$M_{k,k'}^u \equiv \Delta m_k \delta_{k,k'} - \left( \frac{\partial F_{u_{k-1/2}}^m}{\partial u_{k'}} - \frac{\partial F_{u_{k+1/2}}^m}{\partial u_{k'}} \right) \Delta t \quad (3.358)$$

これを LU 分解などの方法で解けば良い。通常は、 $M_{k,k'}^u$  は 3 重対角となるので、簡単に解ける。解いた後は、(3.354) を用いてこの方法にコンシステントなフラックスを計算しておく。 $v$  についても全く同様である。

### 3.8.4 implicit 時間差分の結合

気温、比湿、地中温度については、前節のように簡単にはいかない。

$$\begin{aligned} c_p \Delta m_k \delta T_k - \sum_{k'=0}^K \left( \frac{\partial F_{\theta_{k-1/2}}^m}{\partial T_{k'}} - \frac{\partial F_{\theta_{k+1/2}}^m}{\partial T_{k'}} \right) \Delta t \delta T_{k'} - \sum_{k'=0}^K \left( \frac{\partial F_{R_{k-1/2}}^m}{\partial T_{k'}} - \frac{\partial F_{R_{k+1/2}}^m}{\partial T_{k'}} \right) \Delta t \delta T_{k'} \\ = (F_{\theta_{k-1/2}}^m - F_{\theta_{k+1/2}}^m) + (F_{R_{k-1/2}}^m - F_{R_{k+1/2}}^m) \end{aligned} \quad (3.359)$$

$$\Delta m_k \delta q_k - \sum_{k'=0}^K \left( \frac{\partial F_{q_{k-1/2}}^m}{\partial q_{k'}} - \frac{\partial F_{q_{k+1/2}}^m}{\partial q_{k'}} \right) \Delta t \delta q_{k'} = (F_{q_{k-1/2}}^m - F_{q_{k+1/2}}^m) \quad (3.360)$$

$$C_{gl} \Delta z_l \delta G_l + \sum_{l'=0}^L \left( \frac{\partial F_{gl-1/2}}{\partial G_{l'}} - \frac{\partial F_{gl+1/2}}{\partial G_{l'}} \right) \Delta t \delta T_{k'} = -(F_{gl-1/2}^m - F_{gl+1/2}^m) \quad (3.361)$$

ここで、上記の式における  $\sum_{k'}$ ,  $\sum_{l'}$  は  $k' = 0$ ,  $l' = 0$  から取っていることに注意。なぜならば、地表でのフラックスは、以下になるからである。

$$F_{\theta_{1/2}} = c_p C_H |v_{1/2}| (\theta_0 - \theta_1) \quad (3.362)$$

$$F_{q_{1/2}} = \beta C_E |v_{1/2}| (q_0 - q_1) \quad (3.363)$$

$$F_{g_{1/2}} = K_g (G_1 - G_0) / z_1 \quad (3.364)$$

ここで、地表面表皮温度を  $T_0$  とすると、 $\theta_0 = T_0$ ,  $q_0 = q^*(T_0)$  (飽和比湿),  $G_0 = T_0$  である。これらは、全て、 $T_0$  に依存する。また、 $F_{R_k}$  は、全ての  $k$  での値が  $T_0$  に依存する。

(3.358) と同様に、行列  $M^\theta, M^q, M^g$  を用いて (3.359)(3.360)(3.361) を書き直すと、 $k \geq 2$  ( $\theta, q$  について) または  $l \geq 1$  ( $G$  について) のとき、

$$\begin{aligned} \sum_{k'=1}^K M_{k,k'}^\theta \delta T_{k'} &= (F_{\theta_{k-1/2}}^m - F_{\theta_{k+1/2}}^m) + (F_{R_{k-1/2}}^m - F_{R_{k+1/2}}^m) \\ &+ \left( \frac{\partial F_{R_{k-1/2}}^m}{\partial T_0} - \frac{\partial F_{R_{k+1/2}}^m}{\partial T_0} \right) \Delta t \delta T_0, \end{aligned} \quad (3.365)$$

$$\sum_{k'=1}^K M_{k,k'}^q \delta q_{k'} = (F_{q_{k-1/2}}^m - F_{q_{k+1/2}}^m), \quad (3.366)$$

$$\sum_{l'=0}^L M_{l,l'}^g \delta G_{l'} = -(F_{gl-1/2}^m - F_{gl+1/2}^m). \quad (3.367)$$

ただし、

$$M_{k,k'}^\theta \equiv c_p \Delta m_k \delta_{k,k'} - \left( \frac{\partial F_{\theta k-1/2}^m}{\partial T_{k'}} - \frac{\partial F_{\theta k+1/2}^m}{\partial T_{k'}} \right) \Delta t - \left( \frac{\partial F_{Rk-1/2}^m}{\partial T_{k'}} - \frac{\partial F_{Rk+1/2}^m}{\partial T_{k'}} \right) \Delta t, \quad (3.368)$$

$$M_{k,k'}^q \equiv \Delta m_k \delta_{k,k'} - \left( \frac{\partial F_{qk-1/2}^m}{\partial q_{k'}} - \frac{\partial F_{qk+1/2}^m}{\partial q_{k'}} \right) \Delta t, \quad (3.369)$$

$$M_{l,l'}^g \equiv C g_l \Delta z_l \delta_{l,l'} - \left( \frac{\partial F_{gl-1/2}^m}{\partial G_{l'}} - \frac{\partial F_{gl+1/2}^m}{\partial G_{l'}} \right) \Delta t. \quad (3.370)$$

$k = 1$  ( $\theta, q$  について) または  $l = 0$  ( $G$  について) のとき、

$$\begin{aligned} \sum_{k'=1}^K M_{1,k'}^\theta \delta T_{k'} + \frac{\partial F_{\theta 1/2}^m}{\partial T_1} \Delta t \delta T_1 &= (F_{\theta 1/2}^m - F_{\theta 3/2}^m) + (F_{R1/2}^m - F_{R3/2}^m) \\ &+ \frac{\partial F_{\theta 1/2}^m}{\partial T_0} \Delta t \delta T_0 \\ &+ \left( \frac{\partial F_{R1/2}^m}{\partial T_0} - \frac{\partial F_{R3/2}^m}{\partial T_0} \right) \Delta t \delta T_0, \end{aligned} \quad (3.371)$$

$$\sum_{k'=1}^K M_{1,k'}^q \delta q_{k'} - \frac{\partial F_{q1/2}^m}{\partial q_1} \Delta t \delta q_1 = (F_{q1/2}^m - F_{q3/2}^m) + \frac{\partial F_{q1/2}^m}{\partial T_0} \Delta t \delta T_0, \quad (3.372)$$

$$\begin{aligned} \sum_{l'=1}^L M_{0,l'}^g \delta G_{l'} + \left( \frac{\partial F_{\theta 1/2}^m}{\partial T_0} + L \frac{\partial F_{q1/2}^m}{\partial T_0} + \frac{\partial F_{R1/2}^m}{\partial T_0} - \frac{\partial F_{g1/2}^m}{\partial T_0} \right) \Delta t \delta T_0 \\ = -F_{\theta}^m - L F_q^m - F_R^m + F_{g1/2}^m \\ - \frac{\partial F_{\theta 1/2}^m}{\partial T_1} \Delta t \delta T_1 - L \frac{\partial F_{q1/2}^m}{\partial q_1} \Delta t \delta q_1 - \frac{\partial F_{R1/2}^m}{\partial T_1} \Delta t \delta T_1 + \frac{\partial F_{g1/2}^m}{\partial G_1} \Delta t \delta G_1 \end{aligned} \quad (3.373)$$

ただし、

$$M_{1,k'}^\theta \equiv c_p \Delta m_1 \delta_{1,k'} - \left( -\frac{\partial F_{\theta 3/2}^m}{\partial T_{k'}} \right) \Delta t - \left( \frac{\partial F_{R1/2}^m}{\partial T_{k'}} - \frac{\partial F_{R3/2}^m}{\partial T_{k'}} \right) \Delta t, \quad (3.374)$$

$$M_{1,k'}^q \equiv \Delta m_1 \delta_{1,k'} - \left( -\frac{\partial F_{q3/2}^m}{\partial q_{k'}} \right) \Delta t, \quad (3.375)$$

$$M_{0,l'}^g \equiv \left( -\frac{\partial F_{g1/2}^m}{\partial G_{l'}} \right) \Delta t. \quad (3.376)$$

ただし、(3.373) は、地表面のバランスの条件

$$F_{\theta}^{m+1} + L F_q^{m+1} + F_R^{m+1} - F_g^{m+1} = 0 \quad (3.377)$$

を、土壌温度の式の  $l = 0$  の場合として扱ったもので、(3.361) の表式には含まれていないことに注意。

これら、(3.365)(3.366)(3.367)(3.371)(3.372)(3.373) を連立すると、 $2K + L + 1$  個の未知変数に関して、同数の方程式があるので、解くことができる。実際の解法としては、LU 分解を用いて行うことができる。

解いた後は、(3.354) と同様に、コンシステントなフラックスを求めておく。

## 3.8.5 時間差分の結合式の解法

(3.371) などは、以下のように書ける。

$$\sum_{k'=1}^K (M_{k,k'} + \delta_{1,k} \delta_{1,k'} \alpha) = F_k + \delta_{1,k} (F_s + \gamma T_0) \quad (3.378)$$

ここで、 $F_s, \alpha, \gamma$  の項は地表フラックスに伴う項、その他は鉛直拡散に伴う項である。ここで、上下を逆にして行列で表現すると、以下ようになる。

$$\begin{pmatrix} M_{KK} & \cdots & M_{K1} \\ \vdots & & \vdots \\ M_{1K} & \cdots & M_{11} + \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_K \\ \vdots \\ T_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_K \\ \vdots \\ F_1 + F_s + \gamma T_0 \end{pmatrix} \quad (3.379)$$

いま、表記の簡単のために、 $K = 3$  とする。以後の議論は、これによって一般性を失うことはない。

$$\begin{pmatrix} M_{33} & M_{32} & M_{31} \\ M_{23} & M_{22} & M_{21} \\ M_{13} & M_{12} & M_{11} + \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_3 \\ T_2 \\ T_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_3 \\ F_2 \\ F_1 + F_s + \gamma T_0 \end{pmatrix} \quad (3.380)$$

ここで、 $F_s = 0, \alpha = 0, \gamma = 0$  としたときの式、(地表でのフラックス交換を考えない場合に当たる) を LU 分解で解くことを考える。

$$\begin{pmatrix} M_{33} & M_{32} & M_{31} \\ M_{23} & M_{22} & M_{21} \\ M_{13} & M_{12} & M_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T'_3 \\ T'_2 \\ T'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_3 \\ F_2 \\ F_1 \end{pmatrix} \quad (3.381)$$

LU 分解すると、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{23} & 1 & 0 \\ L_{13} & L_{12} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{33} & U_{32} & U_{31} \\ 0 & U_{22} & U_{21} \\ 0 & 0 & U_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T'_3 \\ T'_2 \\ T'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_3 \\ F_2 \\ F_1 \end{pmatrix} \quad (3.382)$$

これから、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{23} & 1 & 0 \\ L_{13} & L_{12} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f'_3 \\ f'_2 \\ f'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_3 \\ F_2 \\ F_1 \end{pmatrix} \quad (3.383)$$

を  $f'$  について解き ( $f'_3 = F_3$  から出発すれば、簡単に解ける), それから、

$$\begin{pmatrix} U_{33} & U_{32} & U_{31} \\ 0 & U_{22} & U_{21} \\ 0 & 0 & U_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T'_3 \\ T'_2 \\ T'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f'_3 \\ f'_2 \\ f'_1 \end{pmatrix} \quad (3.384)$$

を、 $f'$  について、 $x'_1 = z'_1/U_{11}$  から出発して順に解くことができる。

$\alpha \neq 0, \gamma \neq 0$  だと、LU 分解は、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{23} & 1 & 0 \\ L_{13} & L_{12} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{33} & U_{32} & U_{31} \\ 0 & U_{22} & U_{21} \\ 0 & 0 & U_{11} + \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_3 \\ T_2 \\ T_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_3 \\ F_2 \\ F_1 + F_s + \gamma T_0 \end{pmatrix} \quad (3.385)$$

これから、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{23} & 1 & 0 \\ L_{13} & L_{12} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_3 \\ f_2 \\ f_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_3 \\ F_2 \\ F_1 + F_s + \gamma T_0 \end{pmatrix} \quad (3.386)$$

だが、これと、(3.383) を見比べると、以下の関係があることがわかる。

$$\begin{pmatrix} f_3 \\ f_2 \\ f_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f'_3 \\ f'_2 \\ f'_1 + F_s + \gamma T_0 \end{pmatrix} \quad (3.387)$$

これを用いると、

$$\begin{pmatrix} U_{33} & U_{32} & U_{31} \\ 0 & U_{22} & U_{21} \\ 0 & 0 & U_{11} + \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_3 \\ T_2 \\ T_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f'_3 \\ f'_2 \\ f'_1 + F_s + \gamma x_0 \end{pmatrix} \quad (3.388)$$

となる。すなわち、

$$(U_{11} + \alpha)T_1 = f'_1 + F_s + \gamma T_0 \quad (3.389)$$

ここで、 $U_{k,k'}$  および、 $f'_k$  は、 $\alpha = \gamma = 0$  とおいた式 (3.381), すなわち、地表フラックスの項を考慮しない式で LU 分解を行うことによって得られることに注意したい。これらの項の物理的な意味としては、地表面とのフラックス交換過程において、大気全体が、熱容量  $U_{11}$  を持ち、上からフラックス  $f'_1$  が供給される 1 つの層とみなすことができることを示す。

(3.365) および (3.371)、(3.366) および (3.372)、(3.367) および (3.373) のそれぞれにおいて (3.389) に対応する式が得られ、以下ようになる。

$$(U_{11}^T + \alpha^T)\delta T_1 - \gamma^T \delta T_0 = f_1^T + F_{\theta 1/2} \quad (3.390)$$

$$(U_{11}^q + \alpha^q)\delta q_1 - \gamma^q \delta T_0 = f_1^q + F_{q 1/2}^P \quad (3.391)$$

$$(U_{00}^g + \alpha^g)\delta T_0 - \gamma^{g1} \delta T_1 - \gamma^{g2} \delta q_1 = f_0^g - F_{\theta 1/2} - L F_{q 1/2} \quad (3.392)$$

従って、上の 3 式を連立させれば、未知変数  $\delta T_1, \delta q_1, \delta T_0$  を解くことができる。これらが解ければ、後は (3.388) を順次  $x_2, x_3$  と解くことができる。その後、得られた温度にコンシステントなフラックスを

$$F_{\theta c} = F_{\theta 1/2} + \gamma^T \delta T_0 - \alpha^T \delta T_1 \quad (3.393)$$

$$F_{qc}^P = F_{q 1/2}^P + \gamma^q \delta T_0 - \alpha^q \delta q_1 \quad (3.394)$$

として計算する。ここでは、 $M$  が一般行列の場合を示したが、実際には 3 重対角行列となるので、さらに簡単である。

プログラム中においては<sup>1</sup>、[VFTND1(pimtx)] で大気部分について、[GNDHT1(pggnd)] で地中部分について、LU 分解解法の前半 ( $f'_k$  を求めるところ) を行い、[SLVSFC(pgs1v)] において、 $3 \times 3$  の方程式を解き、 $\delta q_1, \delta G_1, \delta T_0$  を求めている。その後、[GNDHT2(pggnd)] において LU 分解解法の後半を行い、地中について温度変化率を解き、収支が合うようにフラックスを補正する。また、[VFTND2(pimtx)] において大気中について温度変化率を解き、[FLXCOR(pimtx)] でフラックスを補正している。

### 3.8.6 時間差分の結合式

$\delta T_1, \delta q_1, \delta T_0$  を求める結合式は、以下の様に条件を変えながら 3 回解く。

1. 地表湿潤度  $\beta$  を 1 として解く。地表温度は変数。
2. [GNDBET] で得られた地表湿潤度で解く。地表温度は変数。

<sup>1</sup>[ ] 内はサブルーチン名 (ファイル名)

3. [GNDBET] で得られた地表湿潤度で解く。融雪等の場合、地表温度は氷点に固定。

1 回目の計算は、可能蒸発量  $F_q^P$  を見積もるために行われる (地表湿潤度が小さいときに、モデルのエネルギーバランスから得られた  $F_q$  を用いて、可能蒸発量を  $\bar{F}_q^P = F_q/\beta$  として診断すると、非現実的な大きな値になってしまう)。可能蒸発量は、

$$F_{qc}^P = F_{q1/2}^P + \frac{\partial F_{q1/2}^P}{\partial q_1} \delta q_1 2\Delta t + \frac{\partial F_{q1/2}^P}{\partial T_0} \delta T_0 2\Delta t \quad (3.395)$$

となる。添字  $c$  は、補正後の意味で、これが得られた温度等にコンシステントなフラックスである。

2 回目以降の計算では、

1. 1 回目の計算で求めた可能蒸発量に地表湿潤度 (蒸発効率)  $\beta$  をかけたものを蒸発量  $F_{q1}$  とする。

$$F_q = \beta F_q^P \quad (3.396)$$

2. 蒸発量  $F_{q1}$  は

$$\beta \rho C_E |v| (q_*(T_0) - q) \quad (3.397)$$

で求められるものとして、改めてエネルギーバランスを解き直す。

の2通りの蒸発量の計算方法を用いることができる (標準では1.の方法を用いる)。3 回目の計算は、融雪、融氷のときや、混合層海洋で海水が生成するときに地表温度を氷点などに固定してエネルギーバランスを解くために行う。このとき、融雪などの水の相変化に使われるエネルギー量が診断的に求まり、後で融雪量などを計算する際に用いられる。

結合式の具体的な形は以下の様である。

$$\begin{pmatrix} U_{11}^T - \frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_1} 2\Delta t & 0 & -\left(\frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_0} + \frac{\partial F_{R 1/2}}{\partial T_0}\right) 2\Delta t \\ 0 & U_{11}^q - \beta \frac{\partial F_{q 1/2}^P}{\partial q_1} \Delta t & -\beta \frac{\partial F_{q 1/2}^P}{\partial T_0} \Delta t \\ \frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_1} \Delta t & L\beta \frac{\partial F_{q 1/2}^P}{\partial q_1} \Delta t & U_{00}^g + \left(\frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_0} + L\beta \frac{\partial F_{q 1/2}^P}{\partial T_0} + \frac{\partial F_{R 1/2}}{\partial T_0}\right) 2\Delta t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta T_1 \\ \delta q_1 \\ \delta T_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1^T + F_{\theta 1/2} \\ f_1^q + \beta F_{q 1/2}^P \\ f_0^g - F_{\theta 1/2} - L\beta F_{q 1/2}^P \end{pmatrix} \quad (3.398)$$

ここで、 $U_{11}^T, U_{11}^q, U_{00}^g$  および  $f_1^T, f_1^q, f_0^g$  は、LU 分解解法の前半を行って得られる、行列およびベクトルの成分である。地表面が雪または氷に覆われているときには、潜熱  $L$  の代わりに昇華の潜熱  $L_s = L + L_M$  を用いる。 $L_M$  は水の融解の潜熱である。ただし、第2 回目の計算で、蒸発の見積もりとして第一の方法を用いた場合は、以下ようになる。

$$\begin{pmatrix} U_{11}^T - \frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_1} 2\Delta t & 0 & -\left(\frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_0} + \frac{\partial F_{R 1/2}}{\partial T_0}\right) 2\Delta t \\ 0 & U_{11}^q - \beta \frac{\partial F_{q 1/2}^P}{\partial q_1} \Delta t & -\beta \frac{\partial F_{q 1/2}^P}{\partial T_0} \Delta t \\ \frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_1} \Delta t & L\beta \frac{\partial F_{q 1/2}^P}{\partial q_1} \Delta t & U_{00}^g + \left(\frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_0} + \frac{\partial F_{R 1/2}}{\partial T_0}\right) 2\Delta t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta T_1 \\ \delta q_1 \\ \delta T_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1^T + F_{\theta 1/2} \\ f_1^q + \beta F_{qc}^P \\ f_0^g - F_{\theta 1/2} - L\beta F_{qc}^P 0_c \end{pmatrix}. \quad (3.399)$$

3 回目の計算で、地表温度を固定した場合の結合式は、

$$\begin{pmatrix} U_{11}^T - \frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_1} 2\Delta t & 0 \\ 0 & U_{11}^q - \frac{\partial F_{q 1/2}}{\partial q_1} 2\Delta t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta T_1 \\ \delta q_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1^T + F_{\theta 1/2} + \left( \frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_0} + \frac{\partial F_{R 1/2}}{\partial T_0} \right) \delta_0 T_0 2\Delta t \\ f_1^q + \beta F_{q 1/2}^P + \frac{\partial F_{q 1/2}}{\partial T_0} \delta_0 T_0 2\Delta t \end{pmatrix}. \quad (3.400)$$

ここで、 $\delta_0 T_0$  は固定する温度までの変化率で、

$$\delta_0 T_0 = (T_0^{fix} - T_0) / \Delta t. \quad (3.401)$$

$T_0^{fix}$  は、融雪、融氷の場合は 273.15K, 海氷の生成の場合は 271.15K である。また、蒸発計算の第 2 の方法を用いる場合には、同様に  $F_{q 1/2}^P$  のかわりに  $F_{qc}^P$  を用い、 $F_q$  の微分項を 0 として計算する。このとき、

$$\begin{aligned} \Delta s &= f_0^g - F_{\theta 1/2} - L\beta F_{q 1/2}^P - U_{00}^g - \left( \frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_0} + L\beta \frac{\partial F_{q 1/2}}{\partial T_0} + \frac{\partial F_{R 1/2}}{\partial T_0} \right) \delta_0 T_0 \Delta t \\ &\quad - \frac{\partial F_{\theta 1/2}}{\partial T_1} \delta T_1 \Delta t - L\beta \frac{\partial F_{q 1/2}^P}{\partial q_1} \delta q_1 \Delta t. \end{aligned} \quad (3.402)$$

で計算される  $\Delta s$  は地表エネルギーバランスで、水の相変化に使われる分のエネルギーである。

### 3.8.7 implicit 時間差分における時間ステップの扱い

鉛直拡散項の時間差分には implicit 法を用いているが、一般に拡散係数が非線形であり、この係数を explicit に評価していることにより、数値不安定の問題が生じ得る。安定性の向上のために、Kalnay and Kanamitsu (19??) にならって時間ステップの扱いを工夫している。

簡単化のために以下の常微分方程式を例にとって説明する。

$$\frac{\partial X}{\partial t} = -K(X)X \quad (3.403)$$

係数  $K(X)$  が非線形性を表す。係数のみ explicit に評価して素直に implicit 差分化すると次式ようになる。

$$\frac{X^{m+1} - X^m}{\Delta t} = -K(X^m)X^{m+1} \quad (3.404)$$

ところが、ここでは 2 ステップ先の  $X$  の値  $X^*$  を考えて、

$$\frac{X^* - X^m}{2\Delta t} = -K(X^m)X^* \quad (3.405)$$

$$X^{m+1} = \frac{X^* + X^m}{2} \quad (3.406)$$

とする。一般に、(3.405) (3.406) のようにする方が (3.404) よりも安定性が良いことが知られている。

(3.405) (3.406) を、時間変化率を求める形に書き直すと以下を得る。

$$\left( \frac{\Delta X}{\Delta t} \right)^* = -K(X^m) \left( X^m + \left( \frac{\Delta X}{\Delta t} \right)^* 2\Delta t \right) \quad (3.407)$$

$$X^{m+1} = X^m + \left( \frac{\Delta X}{\Delta t} \right)^* \Delta t \quad (3.408)$$

すなわち、時間変化率を求める際の時間ステップには、時間積分のステップの 2 倍を用いる。

### 3.9 重力波抵抗

#### 3.9.1 重力波抵抗スキームの概要

重力波抵抗スキームは、サブグリッドスケールの地形によって励起される重力波の上方への運動量フラックスを表現し、その収束に伴う水平風の減速を計算する。主な入力データは、東西風  $u$ 、南北風  $v$ 、気温  $T$  であり、出力データは東西風と南北風の時間変化率  $\partial u/\partial t, \partial v/\partial t$  である。

計算手順の概略は以下の通りである。

1. 地表面での運動量フラックスを地表高度の分散、最下層での水平風速、成層安定度などから求める。
2. 運動量フラックスを持つ重力波の上方への伝播を考える。運動量フラックスが臨界フルード数から決まる臨界フラックスを越える場合には、砕波が起こってフラックスはその臨界値となるとする。
3. 運動量フラックスの各層での収束に応じた水平風の時間変化を計算する。

#### 3.9.2 局所フルード数と運動量フラックスの関係

地表起源の重力波による水平運動量の鉛直フラックスを考えると、ある高度でのフラックス  $\tau$  と局所フルード数  $F_L = NH/U$  との間には、

$$F_L = \left( \frac{\tau N}{E_f \rho U^3} \right)^{1/2}, \quad (3.409)$$

の関係が成り立つ。ここで、 $N = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}$  はブラントパイサラ振動数、 $\rho$  は大気密度、 $U$  は風速、 $E_f$  は地表高度の波打ちの水平スケールに対応する比例定数である。これから、

$$\tau = \frac{E_f F_L^2 \rho U^3}{N} \quad (3.410)$$

局所フルード数  $F_L$  は、ある値、臨界フルード数  $F_c$  を越えることができないとする。(3.409) から計算される局所フルード数が臨界フルード数  $F_c$  を越える場合には重力波は過飽和となり、臨界フルード数に対応する運動量フラックスまでフラックスは減少する。

#### 3.9.3 地表での運動量フラックス

地表面で励起される重力波による水平運動量の鉛直フラックスの大きさ  $\tau_{1/2}$  は、地表での局所フルード数  $(F_L)_{1/2} = N_1 h/U_1$  を (3.410) に代入することにより、

$$\tau_{1/2} = E_f h^2 \rho_1 N_1 U_1, \quad (3.411)$$

と見積られる。ここで、 $U_1 = |\mathbf{v}_1| = (u_1^2 + v_1^2)^{1/2}$  は地表風速、 $N_1, \rho_1$  はそれぞれ地表付近の大気の安定度と密度である。 $h$  はサブグリッドの地表高度変化の指標であり、地表高度の標準偏差  $Z_{SD}$  に等しいとする。

ここで、地表での局所フルード数  $(F_L)_{1/2} = N_1 Z_{SD}/U_1$  が臨界フルード数  $F_c$  を越えるときは、運動量フラックスは  $F_c$  を (3.410) に代入した値に抑えられるとする。すなわち、

$$\tau_{1/2} = \min \left( E_f Z_{SD}^2 \rho_1 N_1 U_1, \frac{E_f F_c^2 \rho_1 U_1^3}{N_1} \right) \quad (3.412)$$



### 3.9.4 上層での運動量フラックス

レベル  $k-1/2$  での運動量フラックス  $\tau_{k-1/2}$  が求められているとする。 $\tau_{k+1/2}$  は、飽和が起こらないときには  $\tau_{k-1/2}$  に等しい。この運動量フラックス  $\tau_{k-1/2}$  が、 $k+1/2$  レベルでの臨界フルード数から計算される運動量フラックスを上回るときには、 $k$  層内で碎波が起こり、運動量フラックスは臨界に対応するフラックスまで減少する。

$$\tau_{k+1/2} = \min \left( \tau_{k-1/2}, \frac{E_f F_c^2 \rho_{k+1/2} U_{k+1/2}^3}{N_{k+1/2}} \right), \quad (3.413)$$

ただし  $U_{k+1/2}$  は、各層での風速ベクトルの、最下層の水平風の方角に対する射影成分の大きさであり、

$$U_{k+1/2} = \frac{\mathbf{v}_{k+1/2} \cdot \mathbf{v}_1}{|\mathbf{v}_1|} \quad (3.414)$$

### 3.9.5 運動量収束による水平風の時間変化の大きさ

水平風の射影成分  $U_k$  の時間変化率は、

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} = g \frac{\partial \tau}{\partial p} \quad (3.415)$$

によって求められる。すなわち、

$$\frac{\partial U_k}{\partial t} = g \frac{\tau_{k+1/2} - \tau_{k-1/2}}{\Delta p} \quad (3.416)$$

これを用いて、東西風と南北風の時間変化率は以下のように計算される。

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} = \frac{\partial U_k}{\partial t} \frac{u_1}{U_1} \quad (3.417)$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} = \frac{\partial U_k}{\partial t} \frac{v_1}{U_1} \quad (3.418)$$

### 3.9.6 その他の留意点

1. 最下層の風速が小さく  $U_1 \leq v_{\min}$  のとき、また、地表の起伏が小さく  $Z_{SD} \leq (Z_{SD})_{\min}$  のときは、地表で重力波が励起されないと仮定する。

## 3.10 乾燥対流調節

### 3.10.1 乾燥対流調節の概要

乾燥対流調節は、連続した2つのレベルの間の層において成層が対流不安定、すなわち温度減率が乾燥断熱減率よりも大きい場合に温度減率を乾燥断熱減率に調節する。この際、水蒸気等を混合する。主な入力データは、気温  $T$ 、比湿  $q$  であり、出力データは調節された気温  $T$ 、比湿  $q$  である。

本来は鉛直拡散が効率的であれば、それによって鉛直の対流不安定は基本的に取り除かれるはずである。ただし、成層圏等ではそれが不足するおそれがあるので、計算の安定のために対流調節を入れてある。

## 3.10.2 乾燥対流調節の手続き

層  $(k-1, k)$  が対流不安定である条件は、

$$\frac{T_{k-1} - T_k}{p_{k-1} - p_k} > \frac{R}{C_p} \bar{T}_{k-1/2} = \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1} T_{k-1} + \Delta p_k T_k}{\Delta p_{k-1} + \Delta p_k} \quad (3.419)$$

すなわち、

$$S = T_{k-1} - T_k - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1} T_{k-1} + \Delta p_k T_k}{\Delta p_{k-1} + \Delta p_k} (p_{k-1} - p_k) > 0 \quad (3.420)$$

が条件である。

これが満たされるときには、

$$T_{k-1} \leftarrow \frac{\Delta p_k}{\Delta p_{k-1} + \Delta p_k} S \quad (3.421)$$

$$T_k \leftarrow \frac{\Delta p_{k-1}}{\Delta p_{k-1} + \Delta p_k} S \quad (3.422)$$

によって、温度を補正する。さらに、

$$q_{k-1}, q_k \leftarrow \frac{\Delta p_{k-1} q_{k-1} + \Delta p_k q_k}{\Delta p_{k-1} + \Delta p_k} \quad (3.423)$$

によって、二層の比湿等の値を平均化する。

このような操作を行うと、その上下の層が不安定化する可能性がある。そのため、この操作を下層から上層に繰り返すことを対流不安定な層が無くなるまで繰り返す。ただし、計算誤差等を考え、(3.420) の条件として、 $S$  が 0 でないある小さな有限値以下になれば収束したとみなす。

現在、標準的には下から 2 層目と 3 層めの間より上を調節している。

## 第4章 参考文献

- Arakawa, A. and W.H. Schubert, 1974: Interactions of cumulus cloud ensemble with the large-scale environment. Part I. *J. Atmos. Sci.*, **31**, 671–701.
- Arakawa A., Suarez M.J., 1983: Vertical differencing of the primitive equations in sigma coordinates. *Mon. Weather Rev.*, **111**, 34–45.
- Bourke, W., 1988: Spectral methods in global climate and weather prediction models. *in Physically-Based Modelling and Simulation of Climate and Climatic Change. Part I.*, 169–220., Kluwer.
- Haltiner, G.J. and R.T. Williams, 1980: Numerical Prediction and Dynamic Meteorology (2nd ed.), John Wiley & Sons, 477pp.
- Kondo J., 1993: A new bucket model for predicting water content in the surface soil layer. *J. Japan Soc. Hydrol. Water Res.*, **6**, 344–349. (in Japanese)
- Le Treut H. and Z.-X. Li, 1991: Sensitivity of an atmospheric general circulation model to prescribed SST changes: feedback effects associated with the simulation of cloud optical properties. *Climate Dynamics*, **5**, 175–187.
- Louis, J., 1979: A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere. *Bound. Layer Meteor.*, **17**, 187–202.
- Louis, J., M. Tiedtle, J.-F. Geleyn, 1982: A short history of the PBL parameterization at ECMWF. *Workshop on Planetary Boundary layer Parameterization*, 59–80, ECMWF, Reading U.K.
- Manabe, S., J. Smagorinsky and R.F. Strickler, 1965: Simulated climatology of a general circulation model with a hydrologic cycle. *Mon. Weather Rev.*, **93**, 769–798.
- Miller, M.J., A.C.M. Beljaars and T.N. Palmer, 1992: The sensitivity of the ECMWF model to the parameterization of evaporation from the tropical oceans. *J. Climate*, **5**, 418–434.
- Moorthi S. and M.J. Suarez, 1992: Relaxed Arakawa-Schubert: A parameterization of moist convection for general circulation models. *Mon. Weather Rev.*, **120** 978–1002.
- Mellor, G.L. and T. Yamada, 1974: A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers. *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1791–1806.
- Mellor, G.L. and T. Yamada, 1982: Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Rev. Geophys Atmos. Phys.*, **20**, 851–875.
- Nakajima T. and M. Tanaka, 1986: Matrix formulation for the transfer of solar radiation in a plane-parallel scattering atmosphere. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **35**, 13–21.

Randall D.A., Pan D.-M., 1993: Implementation of the Arakawa-Schubert cumulus parameterization with a prognostic closure. Meteorological Monograph.

