a

February 8, 2025

[ ]:
```
pip install -U git+https://github.com/MIROptics/ECC2025.git
```

[2]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

from qiskit import QuantumCircuit
from qiskit.quantum_info import SparsePauliOp, Pauli
from qiskit_finance.data_providers import RandomDataProvider
from qiskit_algorithms.utils import algorithm_globals
from qiskit_algorithms import SamplingVQE
from qiskit_algorithms.optimizers import COBYLA
from qiskit.circuit.library import TwoLocal
from qiskit_aer.primitives import Sampler
from qiskit.visualization import plot_histogram
import datetime

from ECC2025.testing import test_6a, test_6b, test_6c, test_6d
```

El **variational quantum eigensolver (VQE)** es un algoritmo hibrido clásico-cuántico originalmente propuesto para encontrar estados de mínima energía de átomos y moleculas. Sin embargo, también podemos utilizarlo para resolver **problemas combinatoriales**. Acá veremos como aplicar el VQE al **problema del portafolio**.

Consideremos un conjunto $\{x_i\}$de$n$acciones en las que podríamos invertir. Seanμ_iyσ_{ij}sus correspondientes retornos experados y covarianza, y sean$q \geq 0$el riesgo dispuesto a asumir yB la billetera, es decir el número de acciones en las que podemos invertir. La estrategia de inversión que nos de el máximo retorno puede encontrarse resolviendo el siguiente problema de optimización,

$$\min_{\{x_i\}} \quad q\sum_{ij}\sigma_{ij}x_ix_j - \sum_i \mu_i x_i.$$
$$\text{subj} : \sum_i x_i = B.$$

Podemos resolver este problema de optimización con el VQE mapeandolo a un Hamiltoniano. Esto se realiza haciendo el cambio de variable

$$x_i \to \frac{1}{2}(I - Z_i),$$

donde $Z_i$es la matrix de Pauli Z del qubit$i$-ésimo.

Desafio 1: Complete la siguiente función para que cree el operador asociado con x_i.

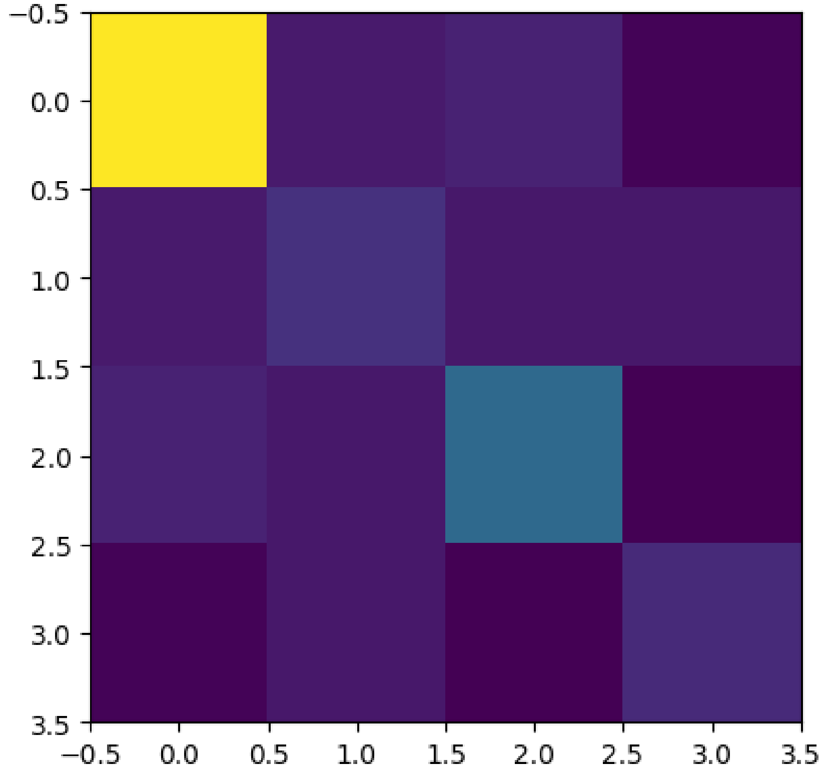
[3]:
```python
def asset_operator( qubit, num_assets ):

    Op = SparsePauliOp( [ Pauli(num_assets*'I')], [0] ) ## Esta es solo una␣
↪opción por defecto

    ####################################
    z = np.zeros(num_assets)
    x = np.zeros(num_assets)
    z[qubit] = 1
    Op = SparsePauliOp( [ Pauli(num_assets*'I'),Pauli((z,x))], [0.5,-0.5] )
    #####################################

    return Op
```

[4]:
```python
test_6a( asset_operator )
```

```
Felicidades, tu solución esta correcta!
```

Construyamos un portafolio con $n = 4$acciones aleatorias. Los retornos esperadosμ_iy las covarianzasσ_{ij} estan codificados en las variables `mu` y `sigma`, respectivamente.

[5]:
```python
# set number of assets (= number of qubits)
num_assets = 4
seed = 123

# Generate expected return and covariance matrix from (random) time-series
stocks = [("TICKER%s" % i) for i in range(num_assets)]
data = RandomDataProvider(
    tickers=stocks,
    start=datetime.datetime(2016, 1, 1),
    end=datetime.datetime(2016, 1, 30),
    seed=seed,
)
data.run()
mu = data.get_period_return_mean_vector()
sigma = data.get_period_return_covariance_matrix()

# plot sigma
plt.imshow(sigma, interpolation="nearest")
plt.show()
```



Desafio 2: Consideremos que tenemos una billereta $B = 2$y un riesgo$q = 0.5$. Construya el Hamiltoniano H_{fun} asociado a la función objetivo,

$$H_{\text{fun}} = q\sum_{ij}\sigma_{ij}\frac{(I-Z_i)}{2}\frac{(I-Z_j)}{2} - \sum_i \mu_i \frac{(I-Z_i)}{2}.$$

Codifique este Hamiltoniano en el operador de qiskit `H_fun`.

[6]:
```
q = 0.5  # set risk factor
budget = num_assets // 2  # set budget

H_fun = SparsePauliOp( num_assets*'I', 0 )

#######################
for i in range(num_assets):
    Op1 = asset_operator( i, num_assets )
    H_fun = H_fun - mu[i]*Op1
    for j in range(num_assets):
        Op2 = asset_operator( j, num_assets )
        H_fun = H_fun + q*sigma[i,j]*Op1@Op2
######################
```

[7]:
```
test_6b(H_fun)
```

```
Tu solución esta correcta, felicidades!!
```

Desafio 3: La restricción del problema de optimización puede incluirse en la función objetivo como un penalti de la siguiente forma,

$$g(\{x_i\}) = \sum_i x_i - B.$$

Construya el Hamiltoniano

$$H_{\text{con}} = \left[\sum_i \frac{(I - Z_i)}{2} - B \right]^2,$$

asociado a la función$g(\{x_i\})$. Codifique este Hamiltoniano en el operador de qiskit `H_con`.

[8]:
```python
p = num_assets
H_con = SparsePauliOp( num_assets*'I', 0 ) # Esto es solo una opción por defecto

#####################
H_con = SparsePauliOp( num_assets*'I', -budget )
for i in range(num_assets):
    Op1 = asset_operator( i, num_assets )
    H_con = H_con + Op1

H_con = H_con @ H_con
#####################
```

[9]:
```python
test_6c( H_con )
```

```
Tu solución esta correcta, felicidades!!
```

El Hamiltoniano total es dado por $H = H_{\text{fun}} + H_{\text{con}}$.

[10]:
```python
H = H_fun + H_con
H = H.simplify()
H
```

[10]:
```
SparsePauliOp(['IIII', 'IIIZ', 'IIZI', 'IIZZ', 'IZII', 'IZIZ', 'ZIII', 'ZIIZ',
'IZZI', 'ZIZI', 'ZZII'],
              coeffs=[ 9.93020582e-01+0.j,  6.98131079e-03+0.j,
-4.97829400e-04+0.j,
  5.00018351e-01+0.j,  4.66451258e-05+0.j,  5.00032150e-01+0.j,
  4.30346516e-04+0.j,  4.99975035e-01+0.j,  5.00013261e-01+0.j,
  5.00011120e-01+0.j,  4.99969028e-01+0.j])
```

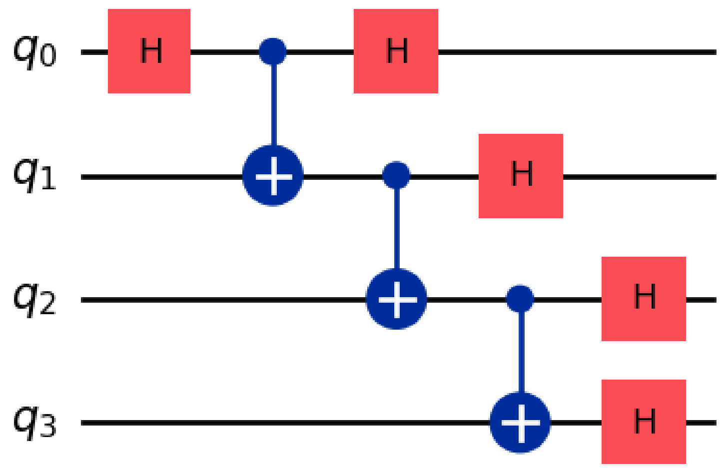
Desafio 4: A continuación implementamos un VQE para encontrar el mínimo de energía de Hamiltoniano asociado al portafolio. Para encontrar la solución óptima con alta probabilidad necesitamos iniciar la optimización desde el siguiente estado inicial,

$$|\psi_{\text{in}}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(|0000\rangle + |0011\rangle + |0101\rangle + |0110\rangle + |1001\rangle + |1010\rangle + |1100\rangle + |1111\rangle \right).$$

Complete el circuito `initial_state` para que implemente el estado anterior.

[11]:
```
initial_state = QuantumCircuit(num_assets)
################
initial_state.h(0)
for j in range(num_assets-1):
    initial_state.cx(j,j+1)
initial_state.h(range(num_assets))
################
initial_state.draw('mpl')
```

[11]:



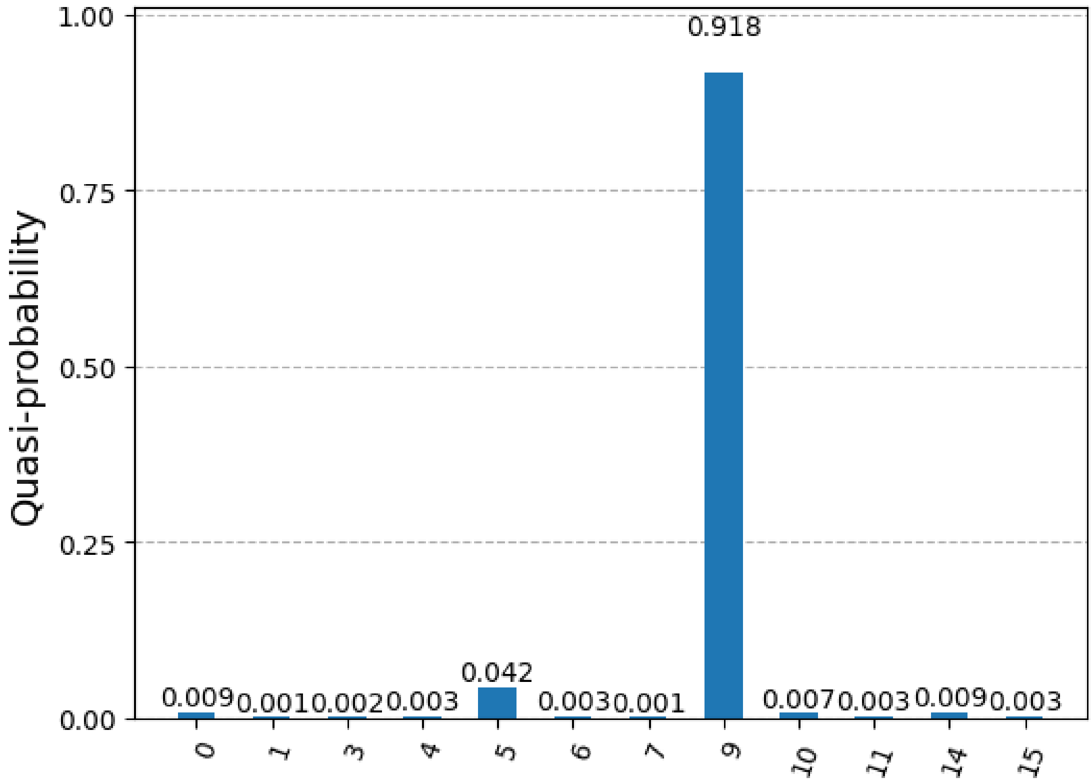
[12]:
```
test_6d( initial_state )
```

Tu solución esta correcta, felicidades!!

[13]:
```
## VQE, no modificar!!!!
cobyla = COBYLA()

ansatz = TwoLocal(num_assets,
                  "ry",
                  "cx",
                  reps=2,
                  entanglement="linear",
                  initial_state=initial_state,
                  )

algorithm_globals.random_seed = 0
svqe_mes = SamplingVQE(sampler=Sampler(run_options={'seed':0}),
                       ansatz=ansatz,
                       optimizer=cobyla,
```

```
                              aggregation = 0.9,
                              )

results_vqe = svqe_mes.compute_minimum_eigenvalue( H )
plot_histogram( results_vqe.eigenstate )
```

[13]:



Si el estado inicial fue implementado correctamente debería encontrar la solución 9, correspondiente a la cadena de bits 1001, con una probabilidad superior al 90%. Notemos que el VQE que utilizamos es una implementación de **Qiskit Algorithm** llamada `SamplingVQE`. En esta librería se pueden encontrar implementaciones de muchos algoritmos cuánticos famoso.