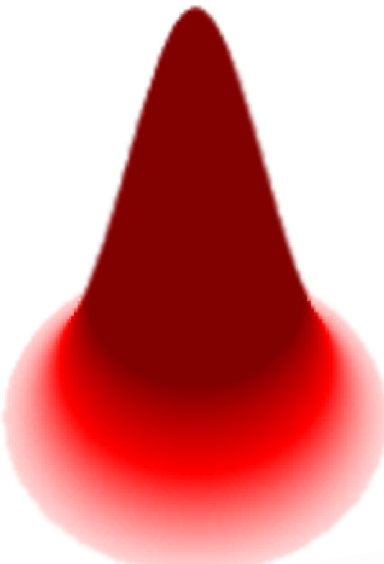
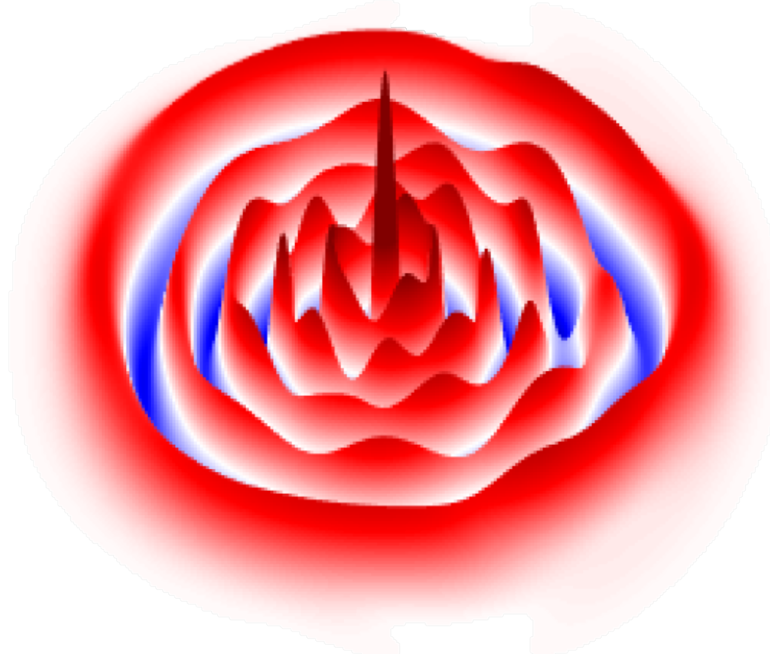
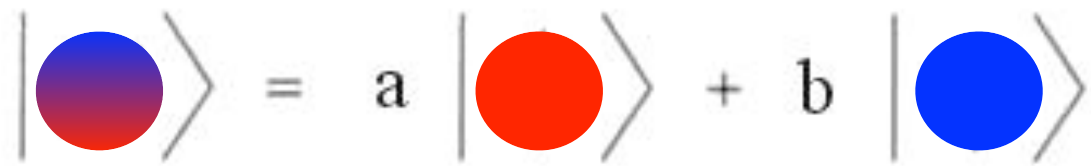




$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$



$$|a|^2 + |b|^2 = 1$$

INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA CUÁNTICA I

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Millennium Institute for Research in Optics MIRO

Carla Hermann Avigliano
Qiskit 2023 UDEC Chile

Revolución

Los grandes descubrimientos o avances tecnológicos nacen al pensar lo **impensable**

- de la teoría Geocéntrica a la Heliocéntrica
- de la Electricidad y Magnetismo, a la teoría del Electromagnetismo
- de la relatividad de Newton y a la Einstein
- de la teoría ondulatoria de la luz a la cuántica

La revolución comienza al **aceptar** que la *realidad* puede ser **diferente a lo que se piensa**, en función de la expansión de las fronteras del conocimiento

Clase 1

- **Pre- Mecánica Cuántica:** ¿Qué es la luz?
- **Postulados** (e interpretaciones)
- **Clásica versus cuántica:** ¿cómo se relacionan?
- **Cuantización del CEM:** ¿en qué dominio existe? ¿qué implicancia tienen?
- Resumen: **¿Cómo "ver" (medir) propiedades cuánticas?**

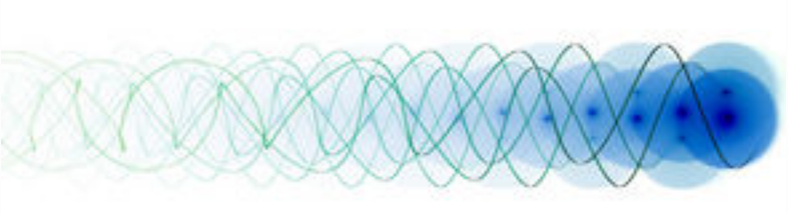
Clase 11

- **Otras consecuencias de la cuántica**
- **Introducción a la computación cuántica**
  - Computadores clásicos versus cuánticos
  - Bit cuántico
  - Compuertas cuánticas
  - Medidas
  - Circuitos cuánticos
  - Estados de bell
  - Teleportación cuántica

(Pre) mecánica cuántica

Pregunta clave:

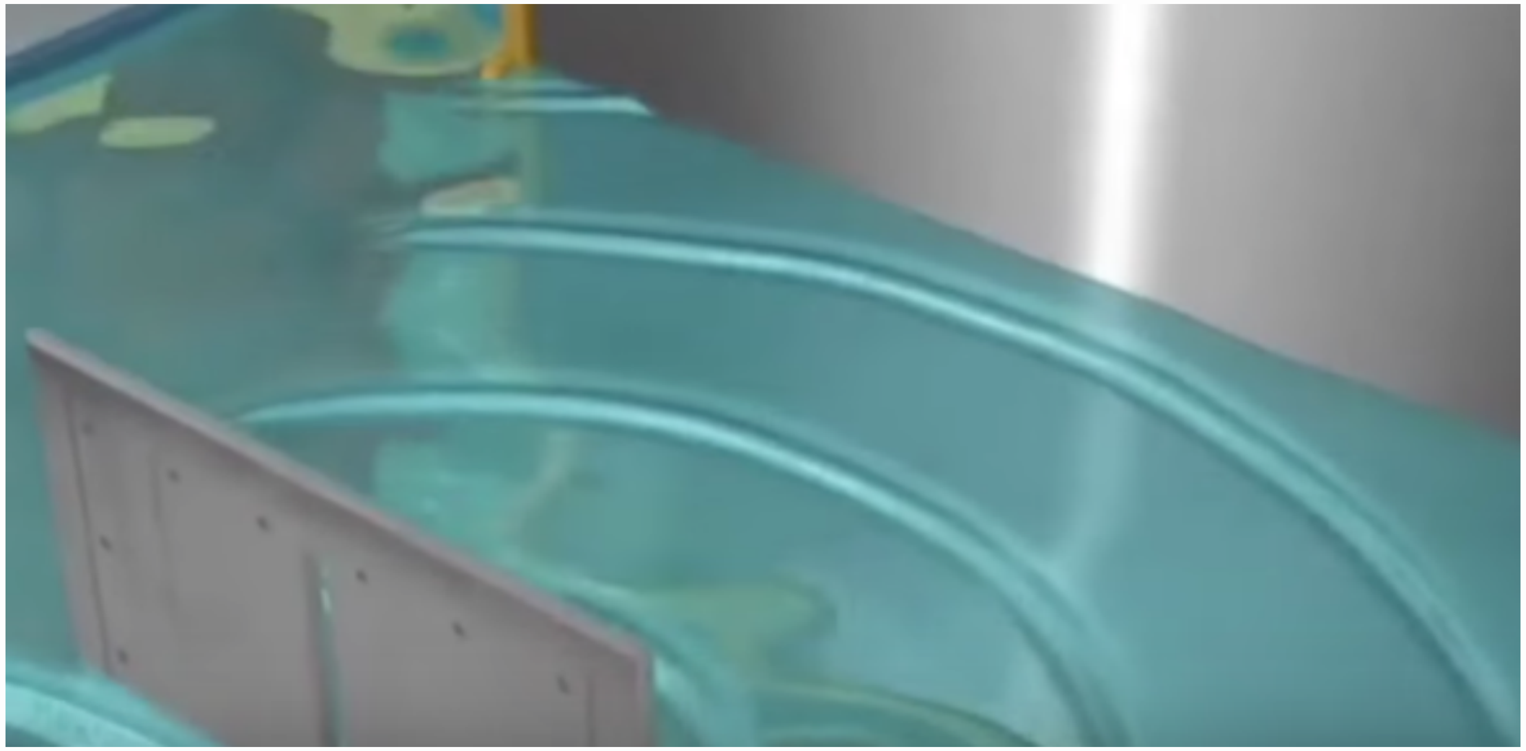
¿Qué es la luz?



Fenómenos ondulatorios versus fenómenos corpusculares

¿Qué es una onda?

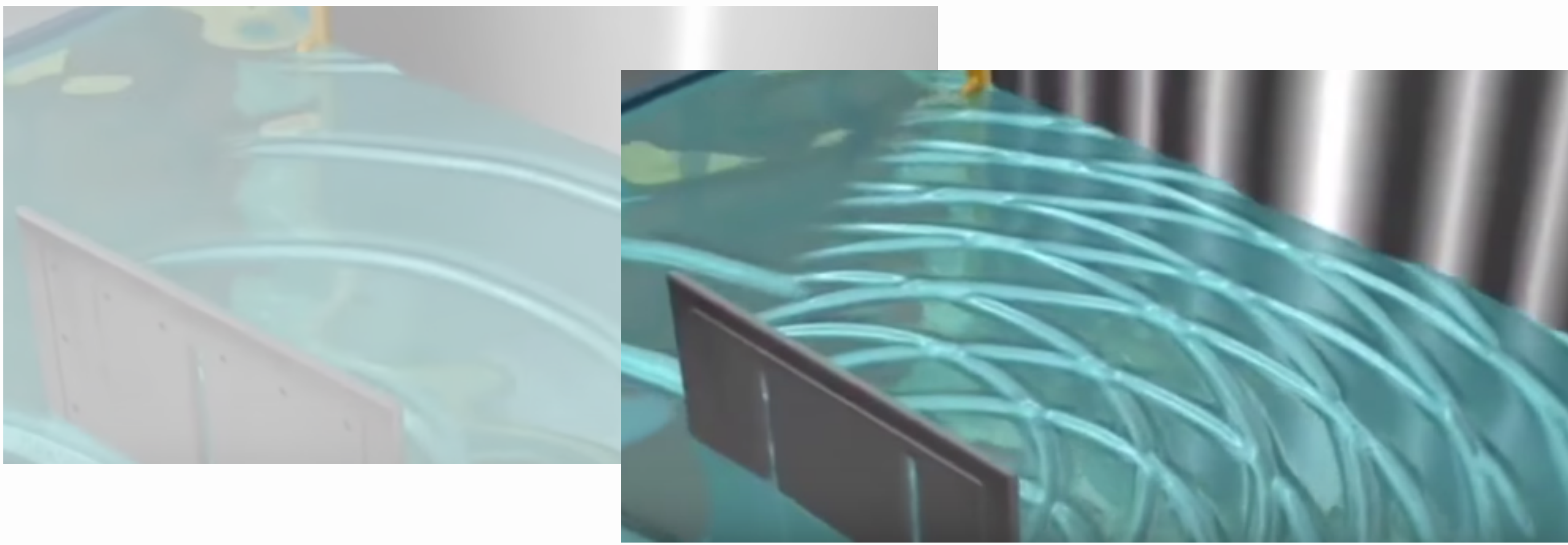
Experimento de la doble rendija



¿Qué es una onda?

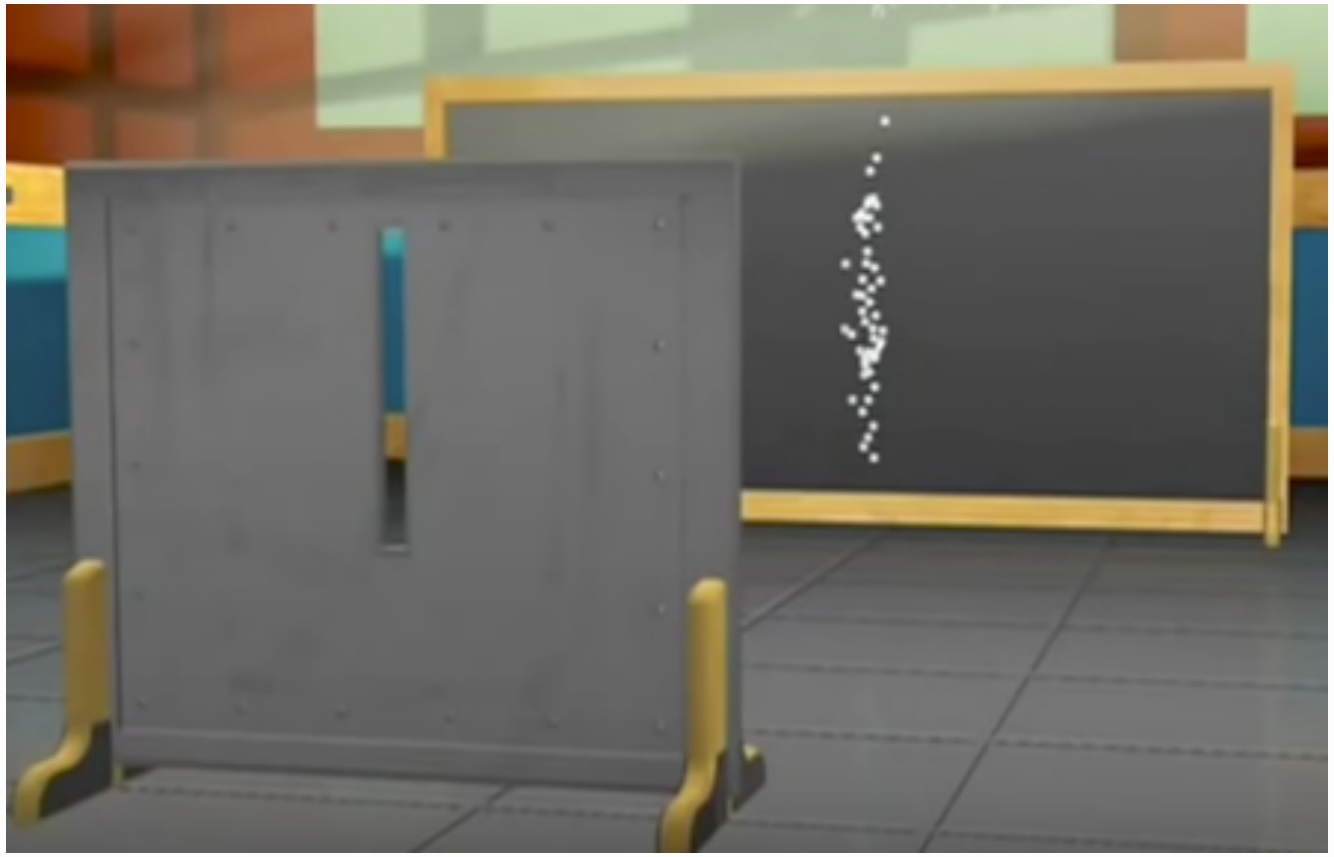
Experimento de la doble rendija

Ondas Interferencia



¿Qué es una partícula?

Experimento de la doble rendija



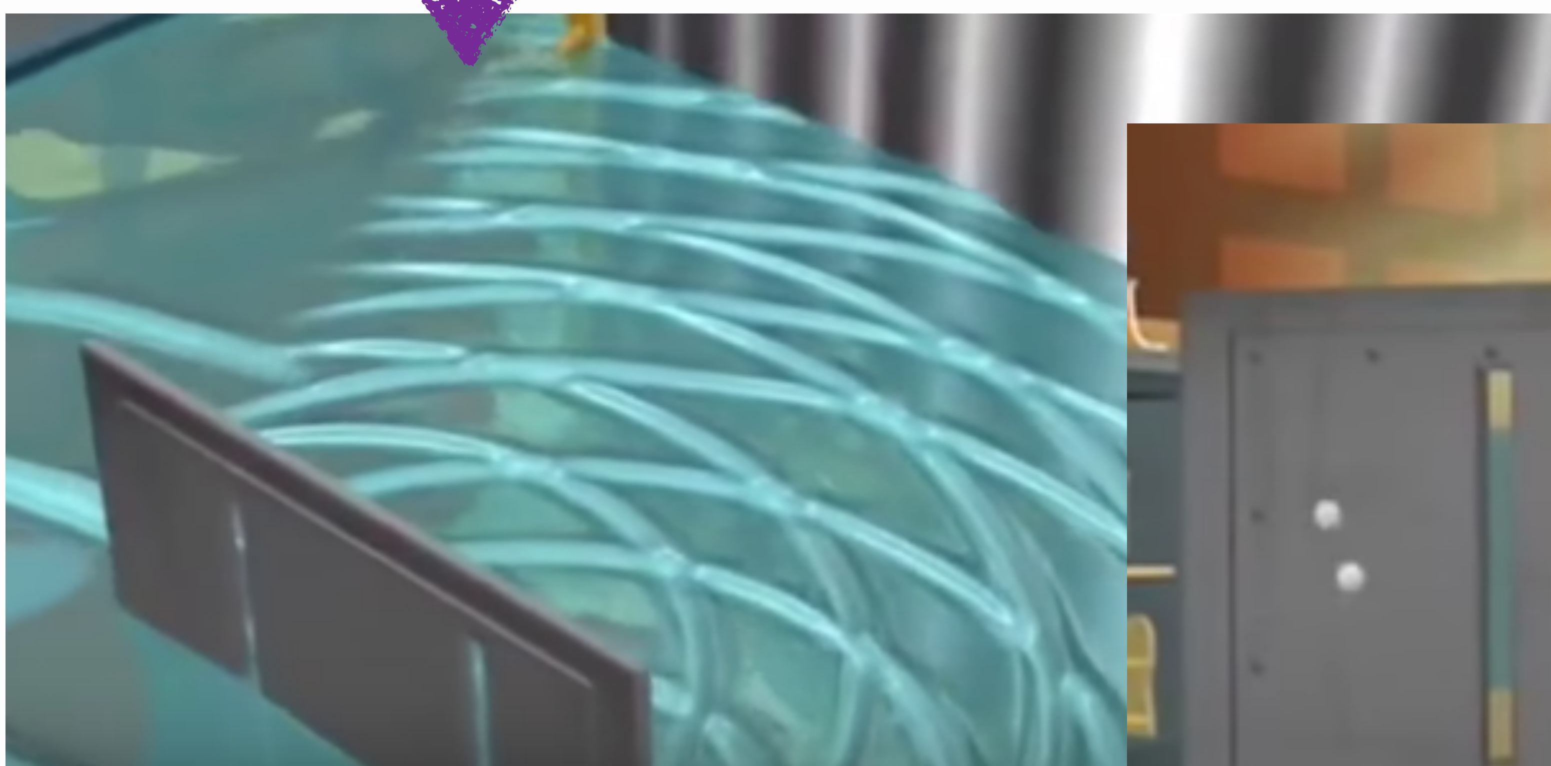
¿Qué es una partícula?

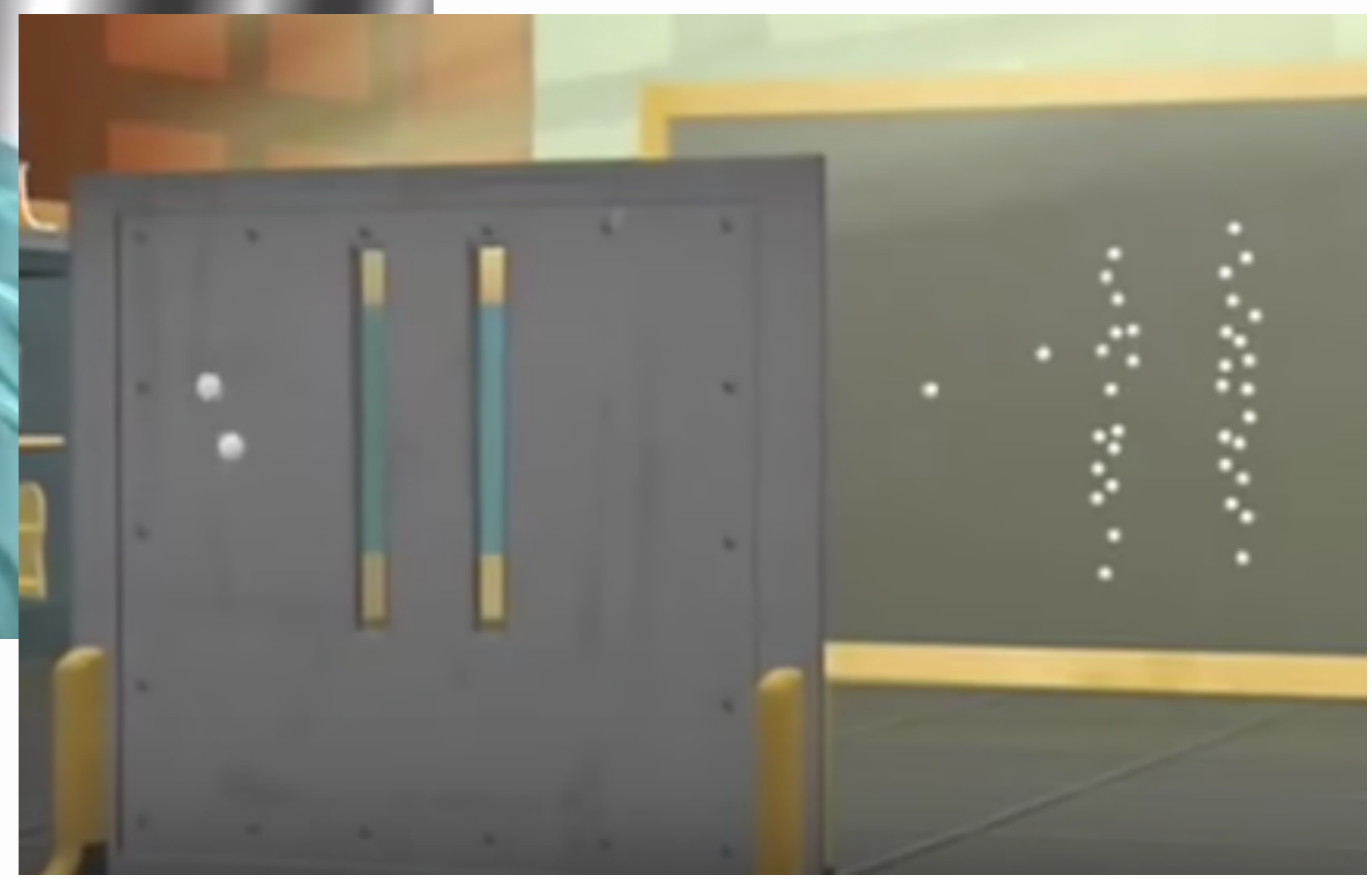
Experimento de la doble rendija

Got it

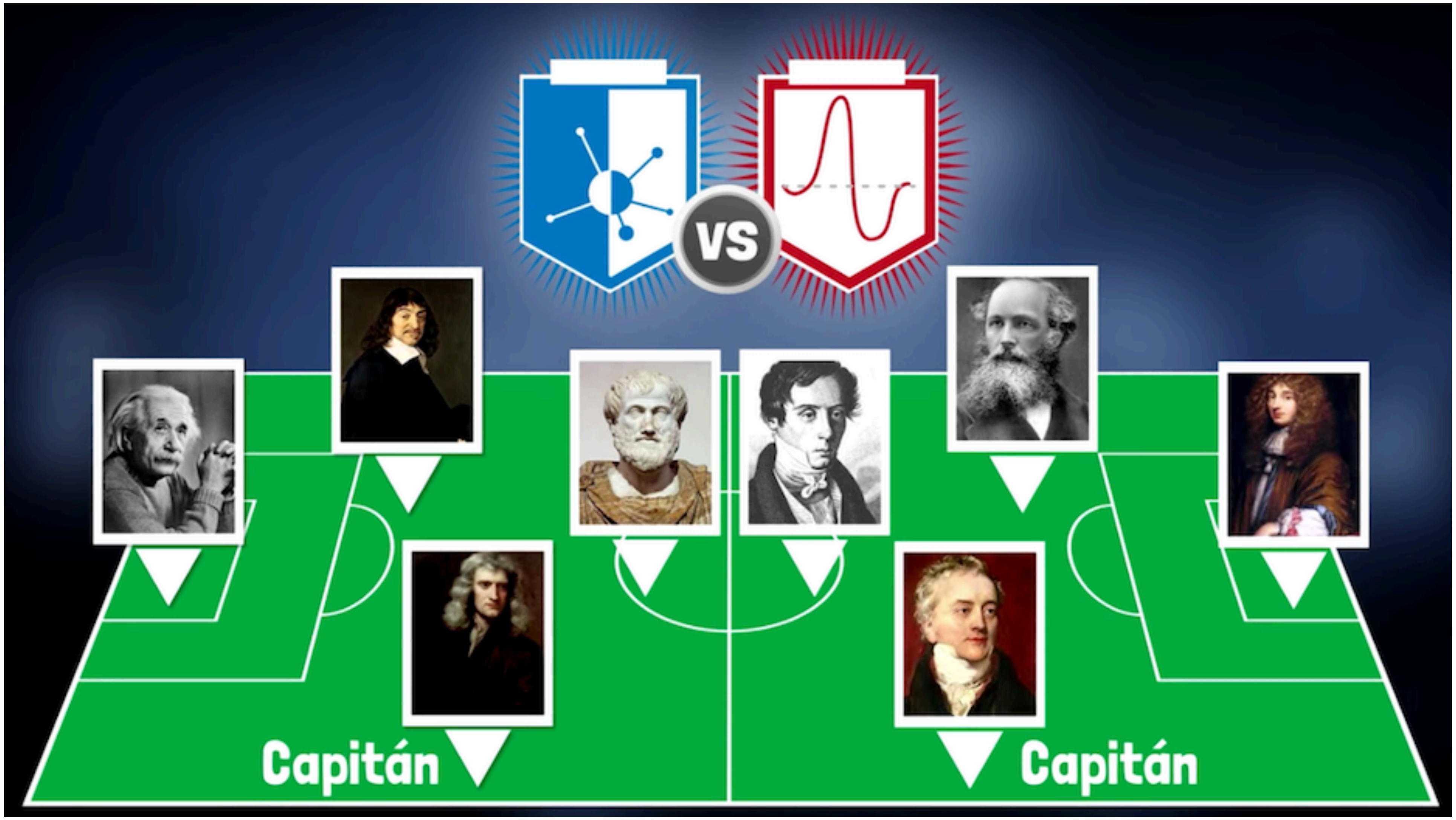
Experimento de la doble rendija

Ondas → Nuestro mundo ← Partículas





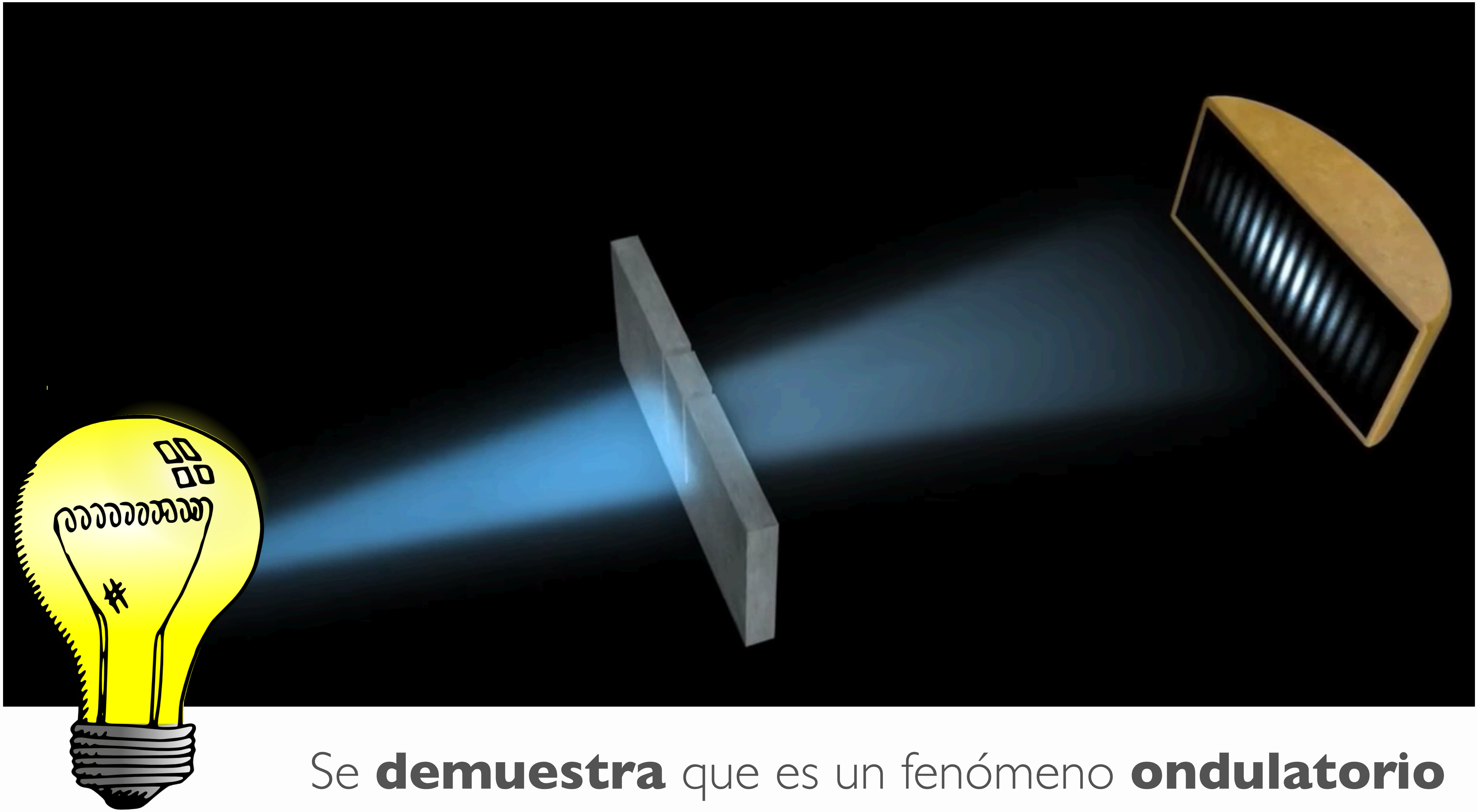
¿y la luz? Tema controversial



Aristoteles, Descartes, Newton, Einstein

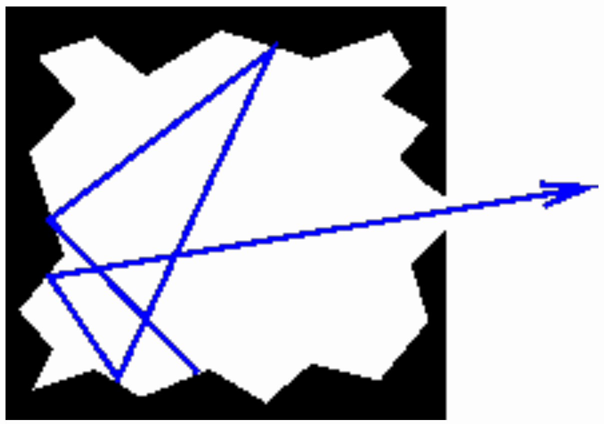
Fresnel, Young, Maxwell, Huygens

La luz es una onda

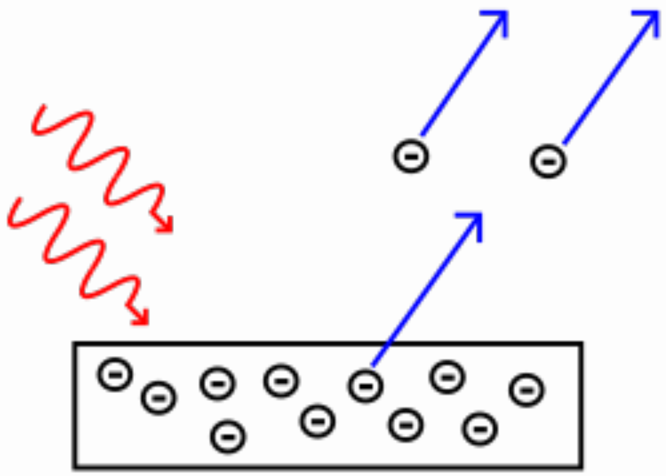


Se **demuestra** que es un fenómeno **ondulatorio**

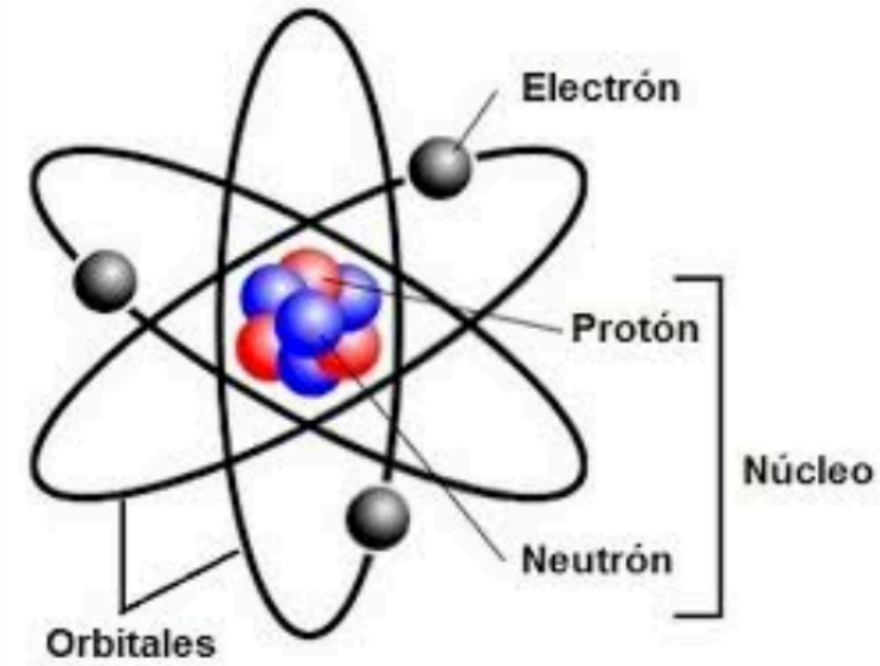
Y esa fue la *verdad* por mucho tiempo, hasta que…



Radiación de un cuerpo negro



Efecto fotoeléctrico



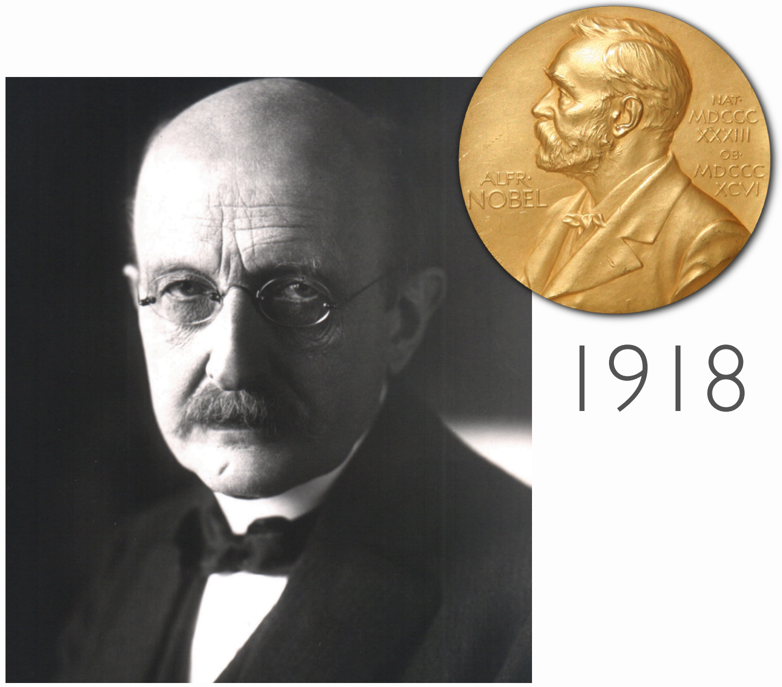
Átomo que colapsa

¿Qué esta pasando?

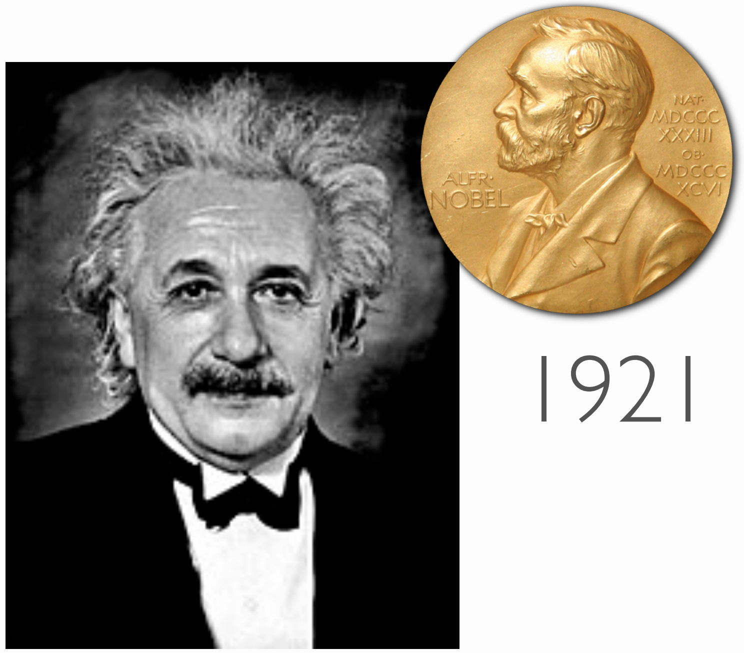
Una teoría undulatoria **no describe** completamente la ***nueva realidad*** que se **observa**

¿qué tal si la luz no es solo una onda?

$$E = h\nu$$



1918



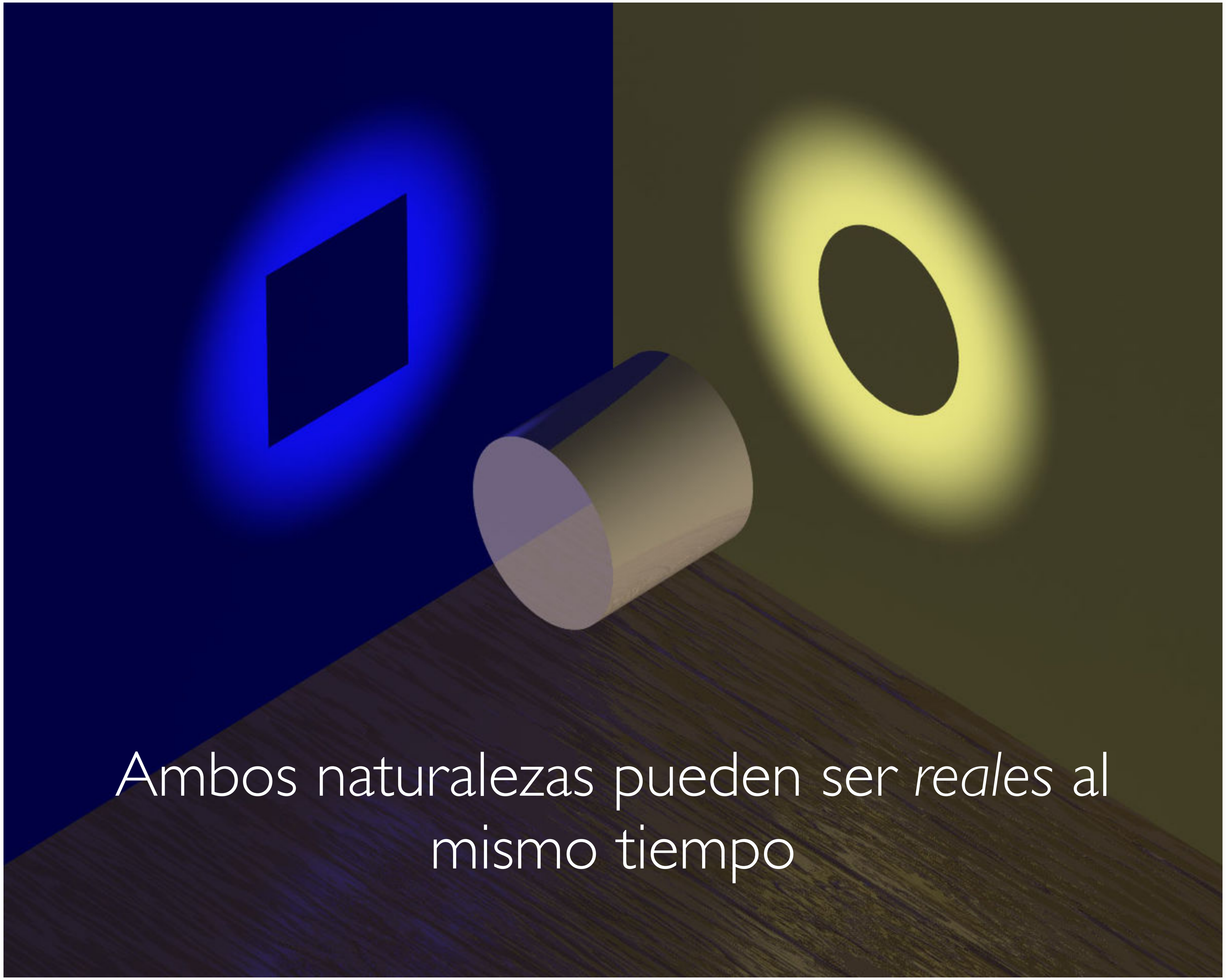
1921

La energía no es continua sino que esta discretizada. Estas partículas luego se llamaron **fotones** y explican el funcionamiento de los semiconductores.

Primera revolución cuántica

La luz es **una onda y una partícula**

¿Cómo puede ser esto?



Una nueva revolución

Nace la **Mecánica Cuántica** que explica las leyes de la física a escalas muy pequeñas, del orden del tamaño de un átomo

En realidad… ¡TODO es cuántico!

Y es una formulación extremadamente contra-intuitiva

Postulados de la MC

Formulación **matemática** a través de axiomas. Son las piezas de legos que tenemos disponible para construir todo el resto (mucha álgebra lineal aquí)

Son 5 postulados en total, aunque depende de la escuela
(hablaremos de esto después)

Para los postulados se requiere la introducción de diferentes objetivos matemáticos

Postulado I

(del estado o de la información)

Todo estado cuántico o ***función de onda*** cerrado esta representado por un **vector** normalizado que pertenece a un espacio de Hilbert (notación de Dirac o notación de bra-kets).

$$|u\rangle \rightarrow \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \qquad \text{Ket} \rightarrow |u\rangle \rightarrow \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \in \mathcal{H}_u$$

Los valores de los vectores pueden ser complejos

"*" el conjugado

$$|v\rangle \rightarrow \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \qquad \text{Bra} \rightarrow \langle v| \rightarrow (v_1^* \; v_2^* \cdots v_n^*) \in \mathcal{H}_v$$

Este objeto matemático contiene **toda la información** necesaria para describir el sistema.

Postulado I

(del estado o de la información)

Producto interno/ overlap/ ortogonalidad

$$\langle v|u\rangle = (v_1^* \, v_2^* \cdots v_n^*) \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

$= \text{número}$

Transpuesta conjugada

$$|u\rangle^\dagger = \langle u|$$

$$\langle v|^\dagger = |v\rangle$$

$$|u\rangle\langle v| = \begin{pmatrix} \text{matriz} \\ n\times n \end{pmatrix} \in \mathcal{H}_u \otimes \mathcal{H}_v$$

Postulado II
(o de los observables)

A todo **observable**, se le corresponde un operador lineal y hermítico (autoadjunto) $\hat{\mathbf{A}}$.

El conjunto de autovalores (valores propios) del observable $\hat{\mathbf{A}}$ recibe el nombre de **espectro** y sus autovectores o autoestados definen una **base** en el espacio de Hilbert.

Los valores propios representan un observable físico, y por lo tanto son reales.

Postulado II
(o de los observables)

$$\hat{A}|a_n\rangle = a_n|a_n\rangle$$

n entero

$$\langle a_n|a_{n'}\rangle = \delta_{nn'}$$

Estados propios son ortonormales

$$\hat{A} = \sum_n a_n |a_n\rangle\langle a_n|$$

Descomposición espectral

$$\sum_n |a_n\rangle\langle a_n| = I$$

Operador identidad

Los observables no son necesariamente discretos

Postulado III
(o de la medida)

Independiente de cual sea el estado de un sistema cuántico, si uno quiere medir el observable **Â,** la única medida que ese proceso puede entregar es un autovalor del operador **Â**, y cada posible valor con cierta probabilidad.

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n(t)\,|a_n\rangle$$

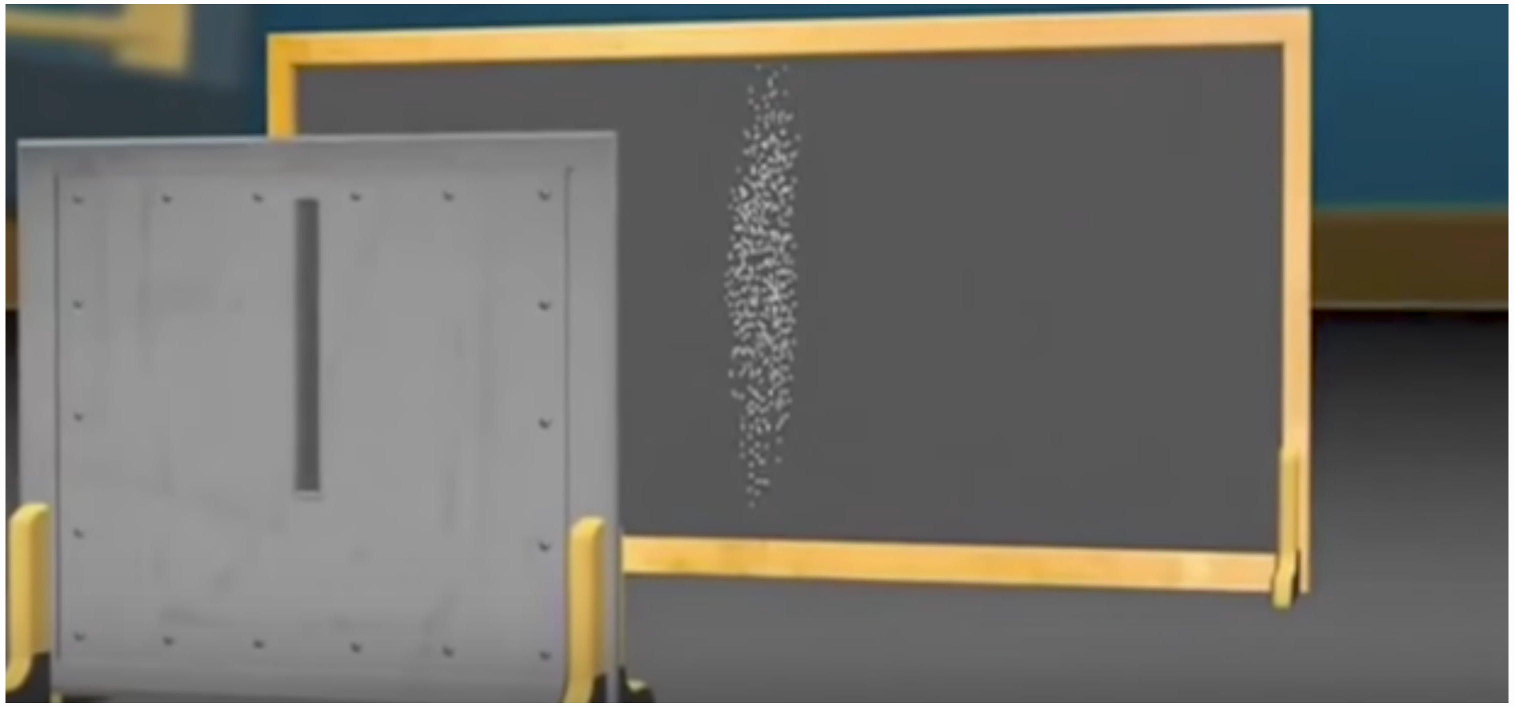
La probabilidad de obtener el valor propio a_n es $|c_n(t)|^2$

Este proceso **no es determinista**, sino que aleatorio

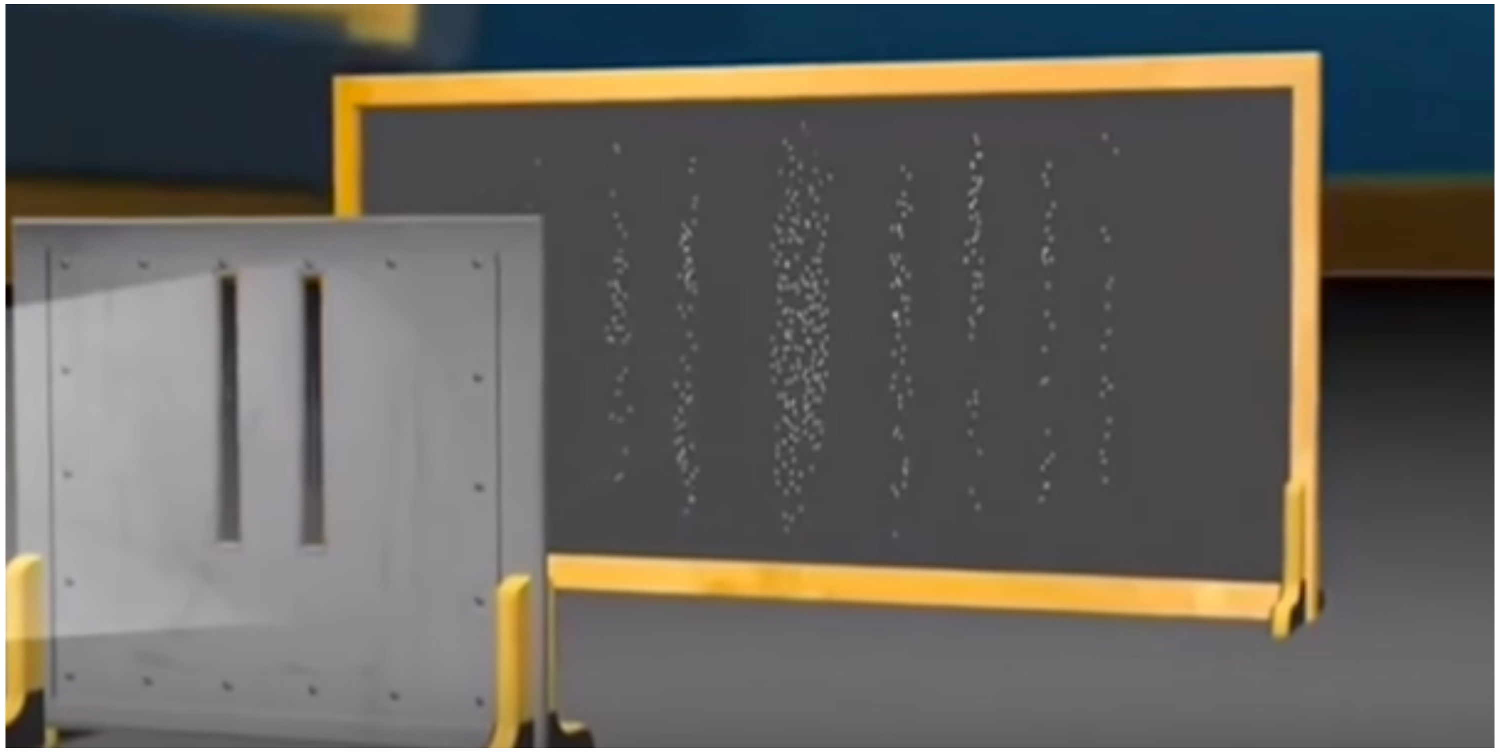
$$|\psi(t)\rangle \xrightarrow[|c_n(t)|^2]{a_n} |a_n\rangle$$

Sugiere un colapso instantáneo del conocimiento al momento de efectuar la medida

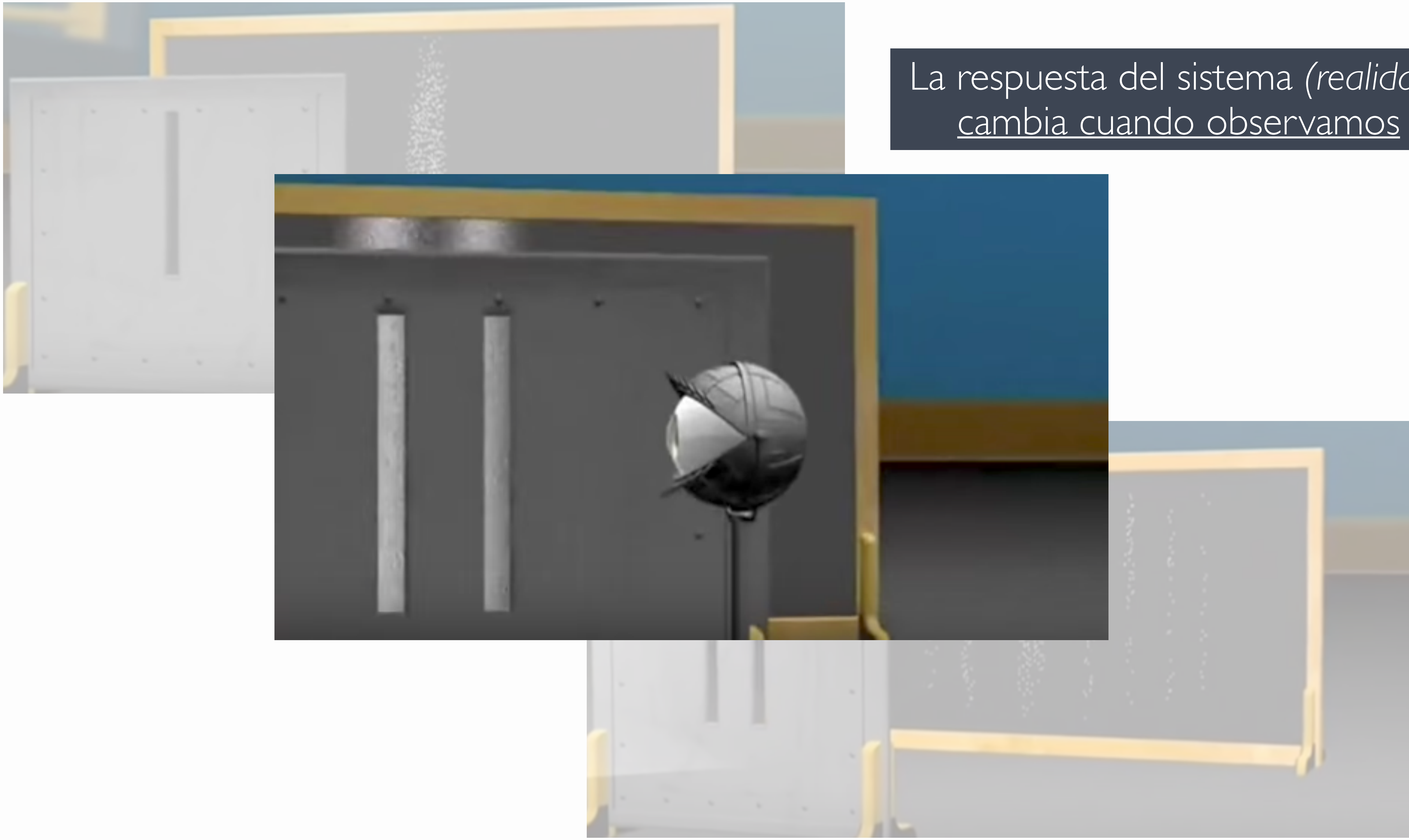
Doble rendija cuántica



Doble rendija con fotones, aparece la interferencia asociada a su naturaleza ondulatoria



Dobre rendija y problema de la medida



La respuesta del sistema *(realidad)* cambia cuando observamos

Postulado III
(o de la medida)

De este postulado también se desprende el Principio de Incertidumbre.

$$\langle \varphi | A | \varphi \rangle = \sum_n a_n |c_n|^2$$

Valor esperado del operador A se corresponde a **sumar todos sus posibles autovalores multiplicados por la correspondiente probabilidad de medirlos**

El valor esperado se interpreta como el **promedio de una serie de medidas de A en un conjunto de sistemas preparados idénticamente.**

Incertidumbre

$$\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$$

$$\boxed{\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} \left| \langle [A,B] \rangle \right|^2}$$

Por lo tanto, **sólo los operadores que conmutan pueden ser medidos simultáneamente.** Cuando los operadores no conmutan, uno puede interpretar el principio de incertidumbre como una perturbación al sistema: **al medir uno de los observables, el estado queda en un autoestado de este, que no es un autoestado del otro observable, ya que estos no conmutan.**

Postulado IV
(o de la evolución)

La evolución temporal del estado del sistema cuántico <u>cerrado</u> esta gobernada por la ecuación de Schrödinger.

$$i\hbar \frac{\partial|\psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}\,|\psi(t)\rangle$$

donde H es el Hamiltoniano, correspondiente a la energia del sistema

Esta evolución es determinista

Postulado IV'

(o de la evolución)

La evolución de un sistema cuántico cerrado es descrita por una transformación unitaria U.

$$|\psi(t_2)\rangle = U\,|\psi(t_1)\rangle$$

donde U es la operación unitaria que relaciona dos estados a tiempos diferentes

No es una tarea fácil saber a priori ni el Hamiltoniano de un sistema físico, ni qué transformación unitaria describe una cierta dinámica. Pero en el caso de qubits en particular, se ha visto que casi cualquier operación unitaria pues ser llevada a sistemas realistas.

Interpretaciones de la mecánica cuántica

La mecánica cuántica se formula a través de **postulados matemáticos que "mejor" describen nuestra "realidad"**. Pero independiente de ellos, es una teoría tan contra-intuitiva que no hay una sola forma de interpretarla.

Aunque la cuántica es una de las teorías más confirmadas experimentalmente, y de forma muy precisa, son muchos los científicos que consideran que ciertos aspectos no satisfacen completamente, y requieren explicaciones o interpretaciones adicionales, **particularmente el problema de la medida y el colapso de la función de onda.**

Mecánica cuántica

Varias alternativas de interpretaciones

Interpretaciones de la Mecánica cuántica							
Interpretación	**Autor(es)**	**¿Determinista?**	**¿Función de onda real?**	**¿Historia única?**	**¿Variables ocultas?**	**¿Colapso de la función de onda?**	**¿Rol del observador?**
Mecánica estocástica	Edward Nelson, 1966	No	No	Sí	No	No	Ninguno
Interpretación estadística	Max Born, 1926	Sin respuesta	No	Sí	Indefinido	No	Ninguno
Interpretación de Copenhague	Niels Bohr, Werner Heisenberg, 1927	No	No	Sí	No	Sin respuesta	Sin respuesta
Interpretación de los universos paralelos	Hugh Everett, 1957	Sí	Sí	No	No	No	Ninguno
Interpretación de las muchas mentes	H. Dieter Zeh, 1970	Sí	Sí	No	No	No	Interpretativa[1]
Historias consistentes	Robert B. Griffiths, 1984	Indefinido[2]	Indefinido[2]	No	No	No	Interpretativa[3]
Lógica cuántica	Garrett Birkhoff, 1936	Indefinido	Indefinido	Sí[4]	No	No	Interpretativa[3]
Interpretación de Bohm	Louis de Broglie, 1927 David Bohm, 1952	Sí	Sí[5]	Sí[6]	Sí	No	Ninguno
Interpretación transaccional	John G. Cramer, 1986	No	Sí	Sí	No	Sí[7]	Ninguno
Mecánica cuántica relacional	Carlo Rovelli, 1994	Indefinido	No	Indefinido[8]	No	Sí[9]	Intrínseco
Interpretación de von Neumann	von Neumann, 1932, Wheeler, Wigner	No	Sí	Sí	No	Sí	Causal
Teorías de colapso objetivo	Ghirardi-Rimini-Weber, 1986	No	Sí	Sí	No	Sí	Ninguno

La cuántica se reduce a la clásica

La mecánica cuántica es a la mecánica clásica, como la relatividad de Einstein y a la física de Newton

¡La cuántica se reduce a la clásica al tomar promedios!

Pero ojo, hay ciertos fenómenos que **no tienen una contraparte clásica**, como por ejemplo el principio de incertidumbre o el entrelazamiento…

La cuántica se reduce a la clásica

La descripción más fundamental de la naturaleza es cuántica
(a la fecha al menos)

Pero así como pasa en relatividad, no necesitamos siempre la cuántica para describir ciertos fenómenos o experimentos (muy costoso)

Todo depende de la pregunta (experimento) que queramos resolver.

¿Cómo describir cuánticamente la luz?

Cuantización del CEM

Aquí esta toda la parte de distribución espacial (gaussiano, speckle, etc)

Ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0.$$

$$E_x(z,t) = \left(\frac{2\omega^2}{V\varepsilon_0}\right)^{1/2} q(t)\sin(kz)\, f(x,y)$$

- Polarizado y monomodal (aproximación paraxial)

- q(t) tiene dependencia temporal (actuará o será un análogo a la posición canónica)

$$B_y(z,t) = \left(\frac{\mu_0\varepsilon_0}{k}\right)\left(\frac{2\omega^2}{V\varepsilon_0}\right)^{1/2} \dot{q}(t)\cos(kz).$$

- dq(t)/dt actuará como el momentum canónico p(t)

Cuantización del CEM

La energía clásica de este campo es:

$$H = \frac{1}{2}\int dV \left[\varepsilon_0 \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}^2(\mathbf{r}, t)\right]$$
$$= \frac{1}{2}\int dV \left[\varepsilon_0 E_x^2(z, t) + \frac{1}{\mu_0} B_y^2(z, t)\right].$$

$$H = \frac{1}{2}(p^2 + \omega^2 q^2),$$

Un modo del CEM es formalmente equivalente a un oscilador armónico

las podemos identificar con las variables canónicas

Cuantización del CEM

¿por qué cuantizar? ¿qué significa exactamente?

Podemos proceder a cuantizar en la forma estándar: $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar\hat{I}.$

Clásicamente p y q conmutan. Cuánticamente no, por una cantidad muy muy pequeña!

Así obtendremos operadores del CEM y H:

$$\hat{E}_x(z,t) = \left(\frac{2\omega^2}{V\varepsilon_0}\right)^{1/2} \hat{q}(t)\sin(kz)$$

$$\boxed{\hat{H} = \frac{1}{2}(\hat{p}^2 + \omega^2\hat{q}^2).}$$

$$\hat{B}_y(z,t) = \left(\frac{\mu_0\varepsilon_0}{k}\right)\left(\frac{2\omega^2}{V\varepsilon_0}\right)^{1/2} \hat{p}(t)\cos(kz)$$

q y p son operadores hermíticos y corresponden a cantidades observables.

Cuantización del CEM

Sin embargo, tradicionalmente se introducen los operadores no hermíticos (y por lo tanto no observables):

$$\hat{a} = (2\hbar\omega)^{-1/2}(\omega\hat{q} + i\hat{p})$$
$$\hat{a}^{\dagger} = (2\hbar\omega)^{-1/2}(\omega\hat{q} - i\hat{p}) .$$

Operador de destrucción y de creación. En ellos esta la dependencia temporal y la información del modo (frecuencia)

$$[\hat{a}, \hat{a}^{\dagger}] = 1$$

$$\hat{a}(t) = \hat{a}(0)\, e^{-i\omega t}$$
$$\hat{a}^{\dagger}(t) = \hat{a}^{\dagger}(0) e^{i\omega t}$$

$$\hat{E}_x(z,t) = \mathcal{E}_0(\hat{a} + \hat{a}^{\dagger}) \sin(kz),$$
$$\hat{B}_y(z,t) = \mathcal{B}_0 \frac{1}{i}(\hat{a} - \hat{a}^{\dagger}) \cos(kz),$$

Operadores de campo eléctrico y magnético

ojo: el espectro del operador puede tener valores continuos

Campo eléctrico y magnético por fotón.

Cuantización del CEM

Por lo tanto, el hamiltoniano en términos de los operadores de creación y destrucción queda:

$$\hat{H} = \hbar\omega\left(\hat{a}^{\dagger}\hat{a} + \boxed{\frac{1}{2}}\right)$$

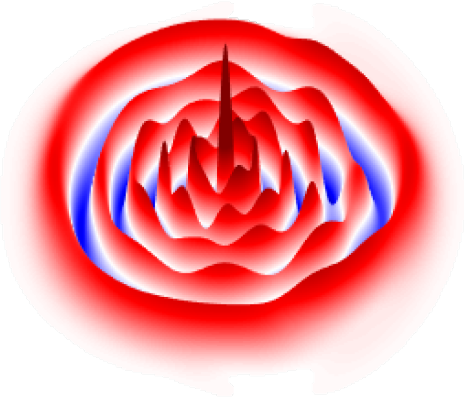
Se comienzan a ver aspectos contraintuitivos de la cuántica

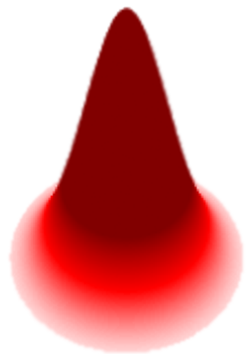
Energía que diverge cuando se consideran todos los posibles modos!

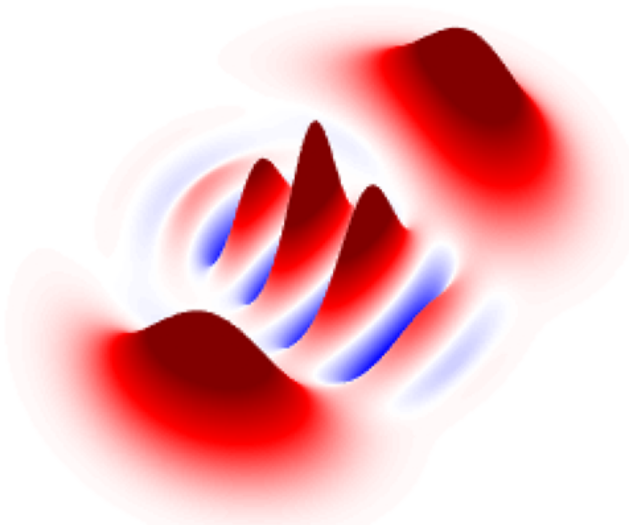
¿Cómo podemos vivir con eso?

Estados del CEM

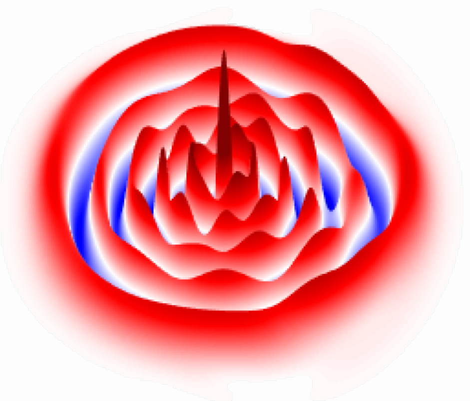
- Estados de número o Fock
- Estados coherentes (lo más clásico)
- Estados de compresión (squeezing)
- Estados tipo gatos de Schrödinger
- NOON
- más…







Cuantización del CEM



Estados de número o Fock:

Se define **n** como el operador de número $\hat{a}^{\dagger}\hat{a} \longrightarrow \hat{n}\,|n\rangle = n\,|n\rangle$

$$\hat{H}|n\rangle = \hbar\omega\left(\hat{a}^{\dagger}\hat{a} + \frac{1}{2}\right)|n\rangle = E_n|n\rangle$$

El estado de número o Fock |n>es un autoestado de la energía

$$\hat{a}\,|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-1\rangle$$

$$\hat{a}^{\dagger}\,|n\rangle = \sqrt{n+1}\,|n+1\rangle$$

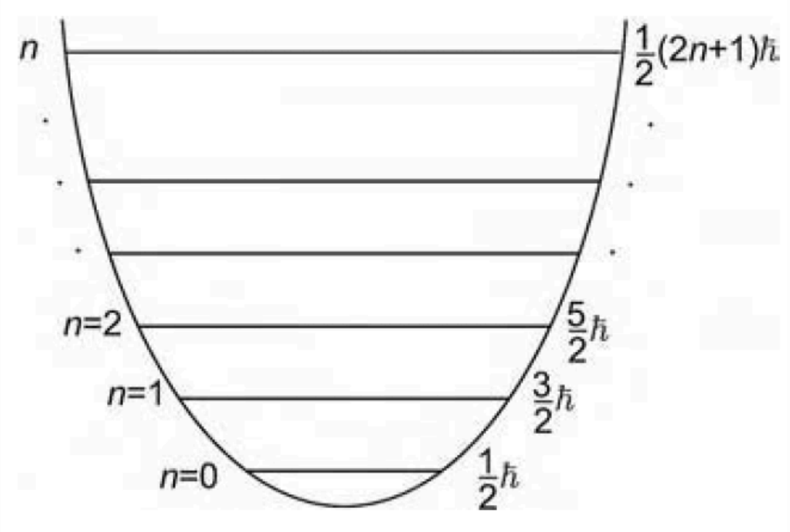
Se conoce el número de fotones pero se pierde toda información de fase

¿Cómo puede ser?

Cuantización del CEM

Aparece la discretización de la energía

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$



En el vacío, si bien no hay fotones, si hay energía, y esta además diverge.

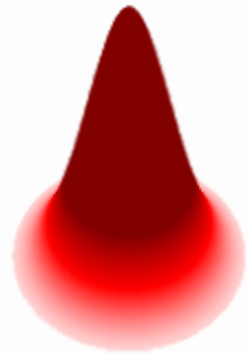
En el vacío, el promedio del CE es cero, pero aparecen fluctuaciones o variancias.

$$\langle 0|H|0\rangle = \frac{1}{2}\hbar\omega$$ → Promedio* de energía del punto cero (?)

$$(\Delta E)^2 = \langle E^2\rangle - \langle E\rangle^2 \neq 0$$

$$(\Delta E)^2_{|0\rangle} = \frac{1}{2}\frac{\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}$$ → Fluctuaciones cuánticas del vacío

Cuantización del CEM



Estados coherentes $\hat{a}\,|\alpha\rangle = \alpha\,|\alpha\rangle$

fase

$\alpha = |\alpha| e^{i\theta}$

amplitud

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\tfrac{1}{2}|\alpha|^2\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle$$

Estadística de Poisson

Ojo: no tiene que ver con su forma espacial!

$$P_n = |\langle n \mid \alpha\rangle|^2 = e^{-|\alpha|^2}\frac{|\alpha|^{2n}}{n!}$$

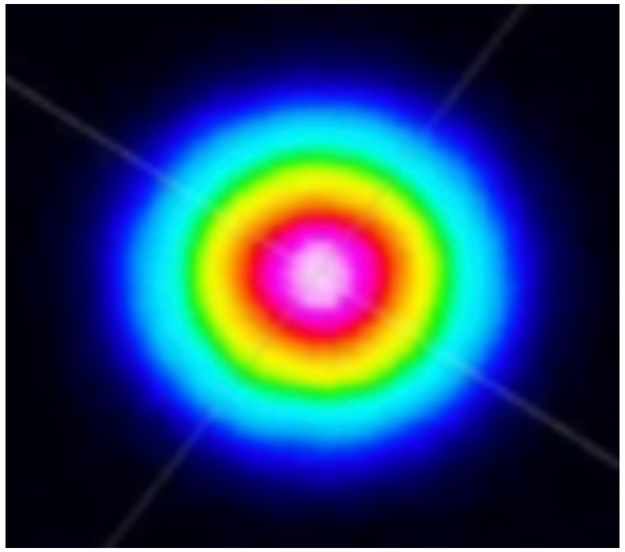
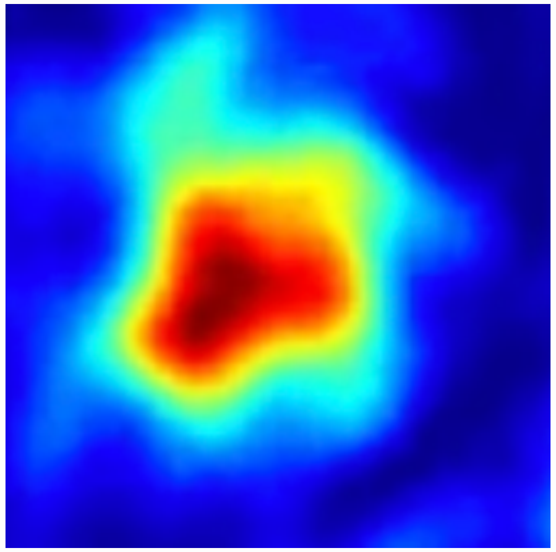
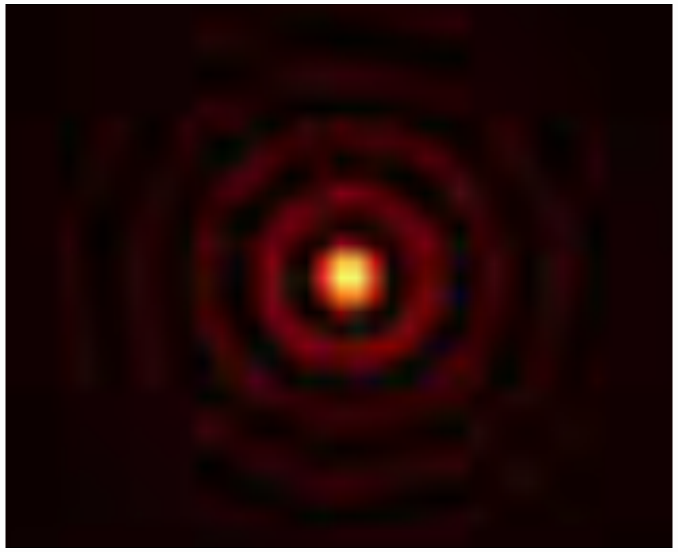
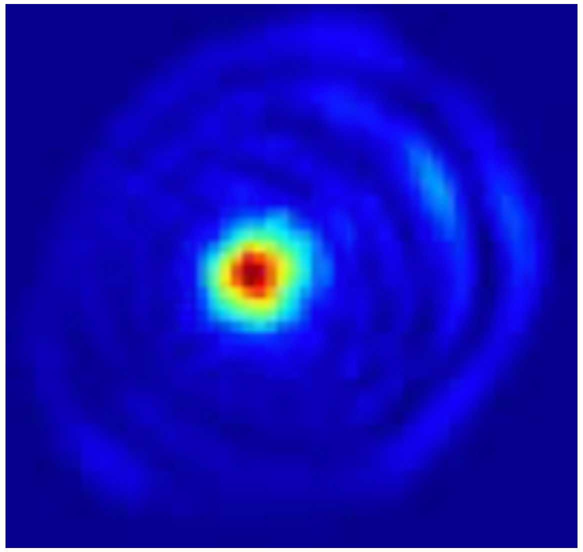
$$= e^{-\bar{n}}\frac{\bar{n}^n}{n!}$$

$\Rightarrow \langle N\rangle = (\Delta N)^2$

$\Rightarrow$ "promedio = varianza"

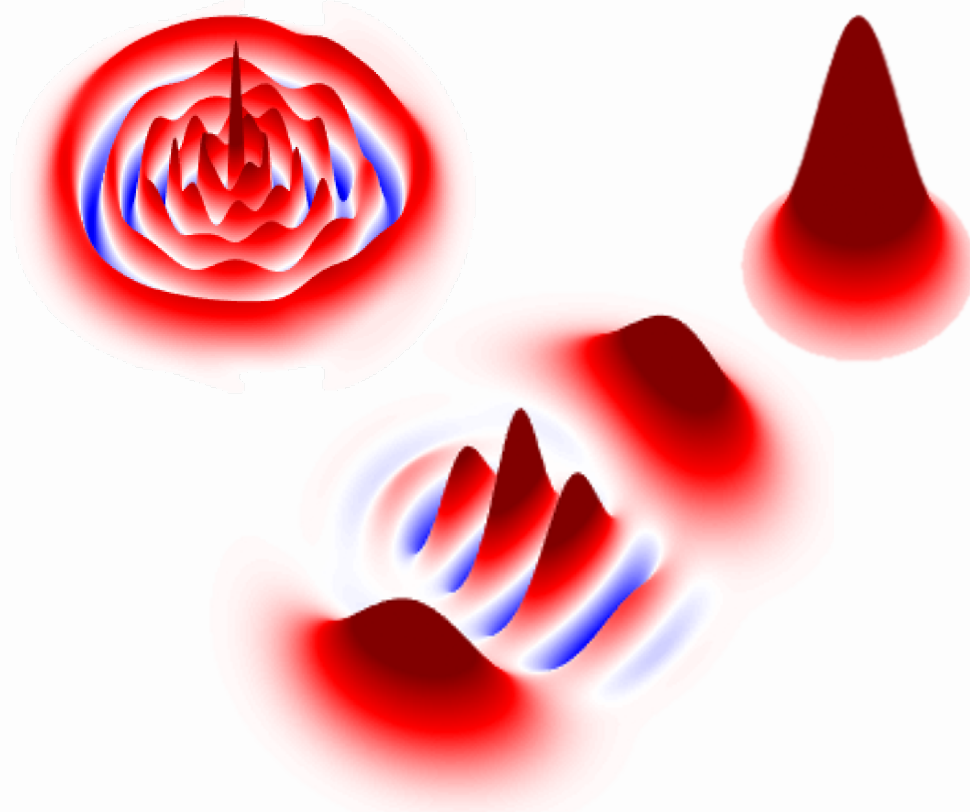
Cuantización del CEM

Todos estas fotos de estados pueden corresponder a estados coherentes

El espectro espacial tiene que ver con los modos espaciales, no con la estadística de fotones (por ejemplo)

Cuantización del CEM



Cuadraturas del CEM:

$$\hat{X}_1 = \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$$

$$\hat{X}_2 = \frac{1}{2i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$$

Importantes para entender el espacio de fase

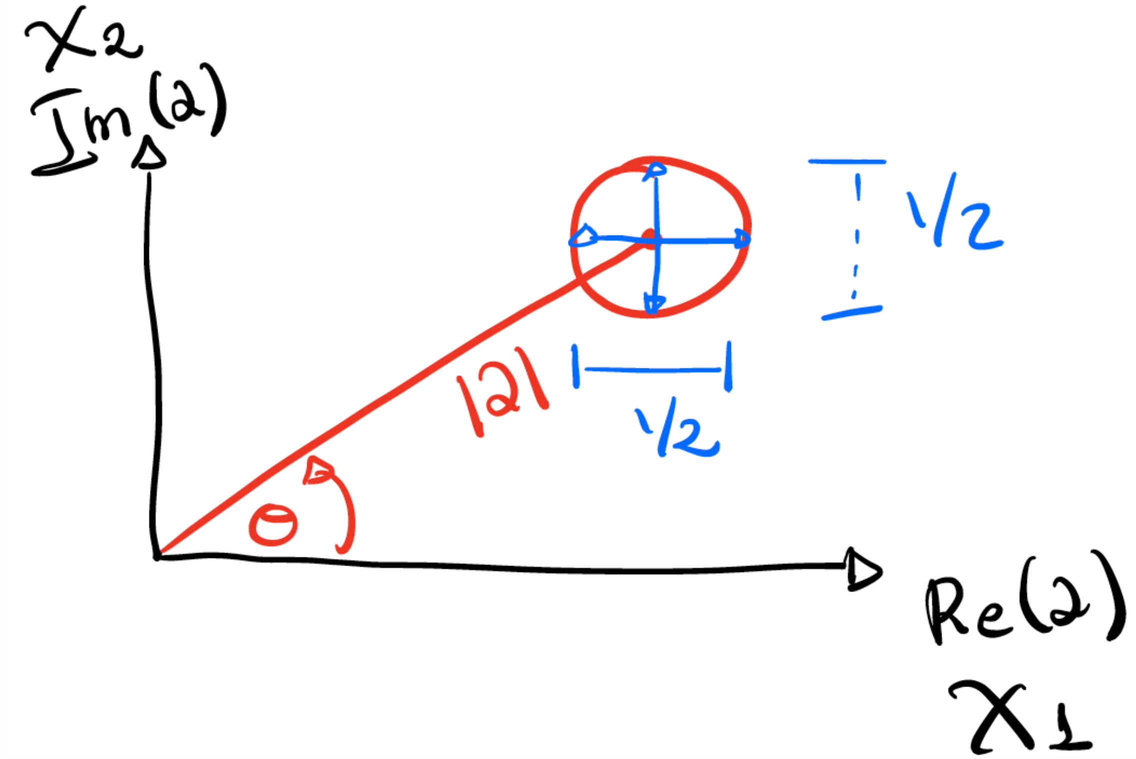
Son esencialmente los operadores análogos a la posición y momento canónico que hemos visto antes, pero ahora son adimensionales, y tienen un desfase de 90º (por eso se les llama cuadraturas)

Cuantización del CEM

Cuadraturas y espacio de fase para estados coherentes

$$\langle \hat{X}_1 \rangle_\alpha = \frac{1}{2}(\alpha + \alpha^*) = \mathrm{Re}\alpha$$

$$\langle \hat{X}_2 \rangle_\alpha = \frac{1}{2i}(\alpha - \alpha^*) = \mathrm{Im}\alpha$$



$$\Delta X_1 = 1/2$$

$$\Delta X_2 = 1/2$$

$$\Delta X_1 \Delta X_2 = 1/4$$

Estados de minima incerteza (satura la desigualdad de Heisenberg)

Resumen de cuantización del CEM

¿Qué estamos cuantizando cuando decimos que cuantizamos?

La energía

No todo lo que lleva "gorrito" es discreto. No es lo mismo cuantizar que encontrar un espectro discreto.

No podemos esperar **ver consecuencias cuánticas** si estudiamos solo el espectro **espacial** de la luz

Lo **cuántico** aparece al momento de considerar las **correlaciones** de los observables (ej. la estadística de fotones) o funciones de Wigner

¡FIN!

DE LA CLASE 1