

Лабораторная работа № 1

Экономико-математические модели линейного программирования в среде табличного процессора MS Excel

Цель работы - приобретение навыков реализации экономико-математических моделей линейного программирования средствами MS Excel

Методические указания

2.1. Работа с электронной таблицей

2.1.1. Основные положения

При вызове MS Excel на экране появляется окно, показанное на рис. 2.1.1.

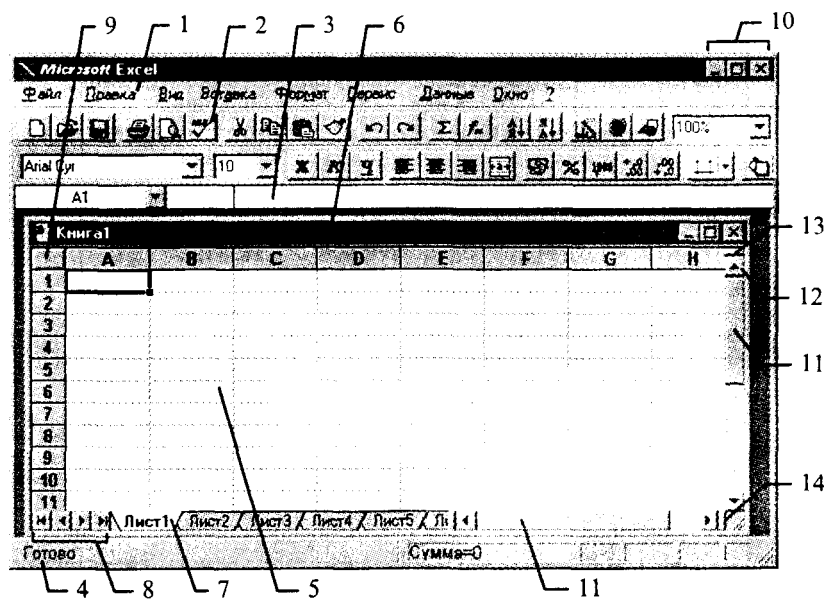


Рис. 2.1.1

Рассмотрим те основные элементы этого окна, с которыми мы будем работать при поиске оптимального решения.

- 1 — главное меню;
- 2 — панель инструментов;
- 3 — строка ввода;
- 4 — информационная строка;
- 5 — книга: основное рабочее место электронной таблицы, которая является файлом;
- 6 — поле заголовка, где указывается имя электронной таблицы;
- 7 — ярлычок листа;

Книга состоит из листов, число которых обычно равно 16. Каждому листу можно присвоить имя, которое укладывается на ярлычке листа. По умолчанию имена листов: Лист1, Лист2 и т. д. Каждый лист — это электронная таблица, являющаяся элементом одного файла-книги. Электронная таблица состоит из строк и столбцов; строки нумеруются 1, 2, ..., 16394; столбцы обозначаются буквами A, B, ..., AA, AB, ..., всего столбцов 256. На пересечении строк и столбцов находятся ячейки. Каждая ячейка имеет свой адрес A1, B18, AD243 и т. д.

- 8 — блок прокрутки листов;
- 9 — угловой элемент, предназначенный для выделения всех ячеек окна;
- 10 — кнопки управления размером окна;
- Элементы, предназначенные для работы с большими таблицами:
- 11 — полосы прокрутки;
- 12 — стрелки прокрутки;
- 13 — горизонтальный делитель;
- 14 — вертикальный делитель.

В Excel предусмотрен ввод команд различными способами. В дальнейшем будем отдавать предпочтение вводу команд с помощью мыши. При этом будем применять обозначения, приведенные на рис.

2.1.2. Например, запись **МН** A1:B5 соответствует выполнению следующих работ:

1. Курсор в A1.
2. Нажать и удерживать левую кнопку мыши.
3. Переместить курсор в B5.
4. Отпустить левую кнопку.

Действие	Кнопка	
	левая	правая
один щелчок	M1	МП
двойной щелчок	M2	...
нажатие и перемещение	MH	...

Рис. 2.1.2

Пример

3.1.2. Задача распределения ресурсов

Если финансы, оборудование, сырье и даже людей полагать ресурсами, то значительное число задач в экономике можно рассматривать как задачи распределения ресурсов. Достаточно часто математической моделью таких задач является задача линейного программирования.

Рассмотрим следующий пример.

Требуется определить, в каком количестве надо выпускать продукцию четырех типов Прод1, Прод2, Прод3, Прод4, для изготовления которой требуются ресурсы трех видов: трудовые, сырье, финансы. Количество ресурса каждого вида, необходимое для выпуска единицы продукции данного типа, называется нормой расхода. Нормы расхода, а также прибыль, получаемая от реализации единицы каждого типа продукции, приведены на рис. 3.1.6. Там же приведено наличие располагаемого ресурса.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ресурс	Прод1	Прод2	Прод3	Прод4	знак	наличие
2	Прибыль	60	70	120	130	max	—
3	Трудовые	1	1	1	1	<=	16
4	Сырье	6	5	4	3	<=	110
5	Финансы	4	6	10	13	<=	100

Рис. 3.1.6

Составим математическую модель, для чего введем следующие обозначения:

X_j — количество выпускаемой продукции j -го типа, $j = 1, \dots, 4$;

B_i — количество располагаемого ресурса i -го вида, $i = 1, \dots, 3$;

A_{ij} — норма расхода i -го ресурса для выпуска единицы продукции j -го типа;

C_j — прибыль, получаемая от реализации единицы продукции j -го типа.

Теперь приступим к составлению модели.

Как видно из рис. 3.1.6, для выпуска единицы Прод1 требуется 6 единиц сырья, значит, для выпуска всей продукции Прод1 требуется $6 \cdot X_1$ единиц сырья, где X_1 — количество выпускаемой продукции Прод1. С учетом того, что для других видов продукции зависимости аналогичны, ограничение по сырью будет иметь вид:

$$6 \cdot X_1 + 5 \cdot X_2 + 4 \cdot X_3 + 3 \cdot X_4 \leq 110.$$

В этом ограничении левая часть равна величине *потребного* ресурса, а правая показывает количество *имеющегося* ресурса.

Аналогично можно составить ограничения для остальных ресурсов и написать зависимость для целевой функции. Тогда математическая модель задачи будет иметь вид:

$$F(X) = 60 \cdot X_1 + 70 \cdot X_2 + 120 \cdot X_3 + 130 \cdot X_4 \rightarrow \max_X$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 16$$

$$6 \cdot X_1 + 5 \cdot X_2 + 4 \cdot X_3 + 3 \cdot X_4 \leq 110$$

$$4 \cdot X_1 + 6 \cdot X_2 + 10 \cdot X_3 + 13 \cdot X_4 \leq 100$$

(3.1.8)

$$X_j \geq 0; j=1, \dots, 4$$

3.3. Решение задач линейного программирования с помощью MS Excel

3.3.1. Блок-схема решения задачи

Последовательность необходимых работ, выполняемых при решении задач линейного программирования с помощью Excel, приведена на блок-схеме (рис. 3.3.1).

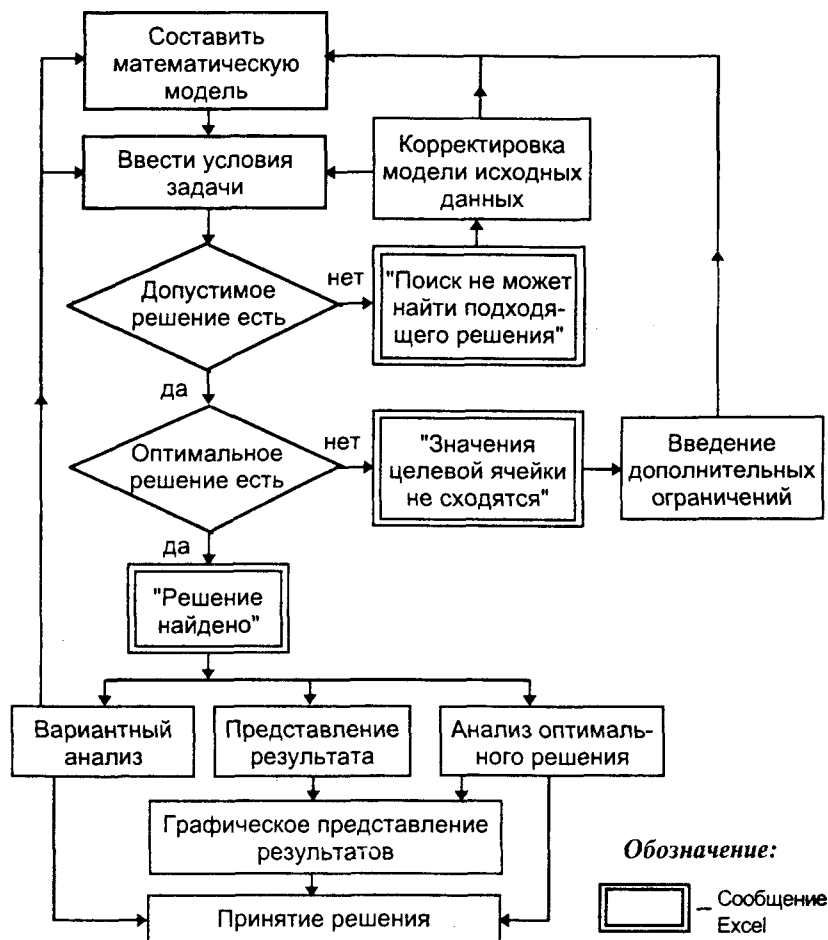


Рис. 3.3.1

3.3.2. Ввод условий задачи

Ввод условий задачи состоит из следующих основных шагов:

1. Создание формы для ввода условий задачи.
2. Ввод исходных данных.
3. Ввод зависимостей из математической модели.
4. Назначение целевой функции.
5. Ввод ограничений и граничных условий.

Последовательность работ рассмотрим на примере задачи распределения ресурсов, исходные данные которой приведены на рис. 3.1.6, а математическая модель имеет вид (3.1.8).

Алгоритм 3.3.1. Ввод данных для решения задачи линейного программирования

1. Для задачи, приведенной на рис. 3.1.6, сделать форму для ввода условий задачи (рис. 3.3.2).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			Переменные (неизвестные)						
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4				
3	значение								
4									
5						ЦФ (прибыль)	вид оптимиз.		
6	коэф. ЦФ								
7			Ограничения						
8	вид					лев. часть	знак	пр. часть	
9	трудоу						<=		
10	сырье						<=		
11	финансы						<=		
12									

Рис. 3.3.2

Весь текст на рис. 3.3.2 (и в дальнейшем) является комментарием и на решение задачи не влияет.

2. Ввести исходные данные в форму (рис. 3.3.2).
Необходимые исходные данные приведены на рис. 3.1.6.
Переход от рис. 3.1.6 к рис. 3.3.2 показан на рис. 3.3.3.

	А	В	С
1		рис 3.1.6	рис 3.3.2
2	с	B2:E2	B6:E6
3	знак в огр	F3:F5	G9:G11
4	b	G3:G5	H9:H11
5	a	B3:E5	B9:E11

Рис. 3.3.3

3. Ввести зависимости из математической модели (3.1.8).

Для наглядности (но не обязательно!) можно перейти к режиму представления формул. При этом ввод данных приводится на рис. 3.3.4, а режим представления формул - на рис. 3.3.5 .

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
1			Переменные (неизвестные)						
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4				
3	значение								
4									
5						ЦФ (прибыль)	вид оптимиз.		
6	коэф.ЦФ	60	70	120	130	0	максим.		
7				Ограничения					
8	вид					лев. часть	знак	пр. часть	
9	трудовые	1	1	1	1	0	<=	16	
10	сырьё	6	5	4	3	0	<=	110	
11	финансы	4	6	10	13	0	<=	100	
12									

Рис. 3.3.4

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
1			Переменн						
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4				
3	значение								
4									
5						ЦФ (прибыль)	вид оптимиз.		
6	коэф.ЦФ	60	70	120	130	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B6:E6)	максим.		
7			Ограничени						
8	вид					лев. часть	знак	пр. часть	
9	трудовые	1	1	1	1	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B9:E9)	<=	16	
10	сырьё	6	5	4	3	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B10:E10)	<=	110	
11	финансы	4	6	10	13	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$E\$3;B11:E11)	<=	100	
12									

Рис. 3.3.5

- 3.1. Ввести зависимость для целевой функции:

- > Курсор в F6.
- > Курсор на кнопку Мастер функций.
- > **M1.**
- На экране: диалоговое окно Мастер функций шаг 1 из 2.
- > Курсор в окно Категория на категорию Математические.
- > **M1.**
- > Курсор в окно Функции на СУММПРОИЗВ.
- > **M1.**
- > **Далее.**
- На экране: диалоговое окно (рис. 3.3.6).

Аргументы функции

СУММПРОИЗВ

Массив1

\$B\$3:\$E\$3

= {0;0;0;0}

Массив2

B6:E6

= {60;70;120;130}

Массив3

= массив

= 0

Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.

Массив2:

массив1;массив2;... от 2 до 30 массивов, чьи компоненты нужно перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одну и ту же размерность.

Справка по этой функции

Значение: 0

OK

Отмена

Рис. 3.3.6

- > В массив 1 ввести $\$B\$3:\$E\3 (абсолютная адресация, которая не изменяется при копировании).
Заметим, что во все диалоговые окна адреса ячеек удобно вводить не с клавиатуры, а протаскивая мышью по ячейкам, чьи адреса следует ввести, а для задания абсолютной адресации (координаты ячеек со знаком "\$") следует использовать функциональную клавишу F4.
- > В массив 2 ввести $B6:E6$ (относительная адресация, которая изменяется при копировании).
- > **Готово.**
На экране: рис. 3.3.4, рис. 3.3.5 (в F6 введены значения целевой функции).
- 3.2. Ввести зависимости для левых частей ограничений:
 - > Курсор в F6.
 - > **Копировать в буфер.**
 - > Курсор в F9.
 - > **Вставить из буфера.**
На экране: в F9 введена функция, как это показано на рис. 3.3.5.
 - > Скопировать F9 в F10:F11.
На экране: в F10:F11 введены функции, как это показано на рис. 3.3.5.
- На этом ввод данных в таблицы (рис. 3.3.4, рис. 3.3.5) закончен.

Алгоритм 3.3.2. Работа в диалоговом окне Поиск решения

1. Сервис, Поиск решения...

На экране: диалоговое окно Поиск решения (рис. 3.3.7).

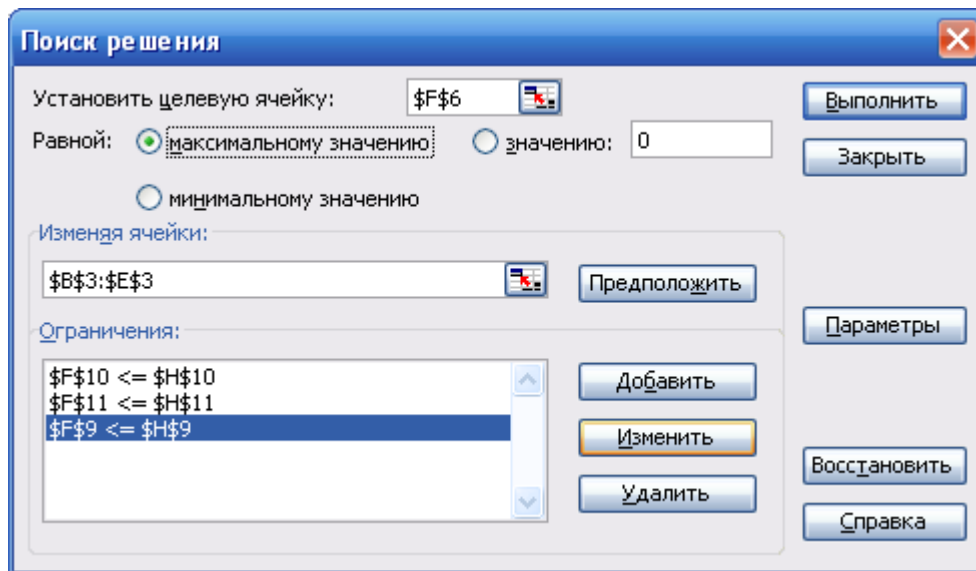


Рис. 3.3.7

- 2. Назначить целевую функцию:
 - > Курсор в окно Установить целевую ячейку.
 - > Ввести адрес: F6.
 - > Ввести направление целевой функции: Максимальному значению.
- 3. Ввести адреса искомых переменных:
 - > Курсор в поле Изменяя ячейки.
 - > Ввести адреса: B3:E3.
- 4. **Добавить...**
На экране: диалоговое окно Добавление ограничения (рис. 3.3.8).

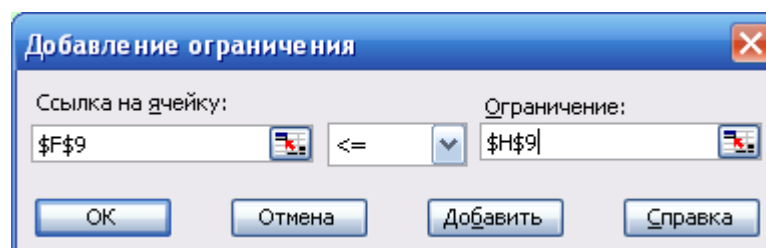


Рис. 3.3.8

5. Ввести ограничения: $F9 \leq H9$, $F10 \leq H10$, $F11 \leq H11$.

> В окне Ссылка на ячейку ввести F9.

> Курсор на стрелку.

> **M1.**

На экране: знаки для ввода в ограничения.

> Курсор на знак \leq .

> **M1.**

> Курсор в правое окно.

> Ввести H9.

> **Добавить...**

На экране: опять диалоговое окно Добавление ограничения (рис. 3.3.8).

Аналогично ввести ограничения: $F10 \leq H10$, $F11 \leq H11$.

> После ввода последнего ограничения вместо **Добавить...** ввести **ОК**.

На экране: диалоговое окно Поиск решения с введенными условиями (рис. 3.3.7).

Если при вводе задачи возникает необходимость в изменении или удалении внесенных ограничений или граничных условий, то это делается с помощью команд **Изменить...**, **Удалить**.

На этом ввод условий задачи заканчивается. На очереди следующий шаг - решение задачи.

3.3.3. Решение задачи

Решение задачи производится сразу же после ввода данных по алг. 3.3.2, когда на экране находится диалоговое окно Поиск решения (рис. 3.3.7).

Алгоритм 3.3.3. Решение задачи линейного программирования

1. Параметры...

На экране: диалоговое окно Параметры поиска решения (рис. 3.3.9).

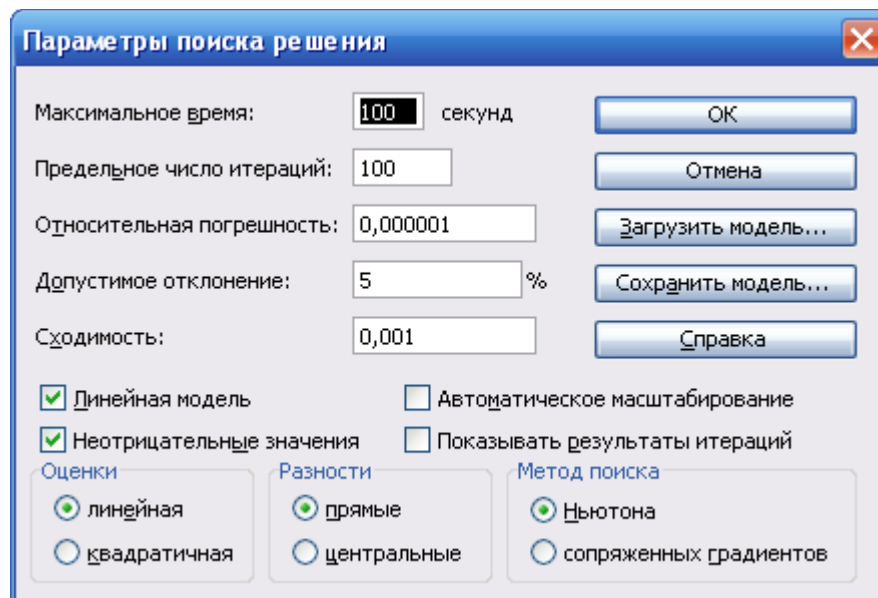


Рис. 3.3.9

С помощью команд, находящихся в этом диалоговом окне, можно вводить условия для решения задач оптимизации всех классов. С наиболее важными командами, применимыми при решении конкретных задач, мы будем знакомиться по мере необходимости. Вместе с тем, команды, используемые по умолчанию, подходят для решения большей части практических задач.

Начнем знакомство с командами, которые могут вводиться при решении задач всех классов.

Максимальное время

Служит для назначения времени в секундах, выделяемого на поиск решения задачи. В поле можно ввести время, не превышающее 32767 с (более 9 часов!). Значение 100, используемое по умолчанию, подходит для решения большинства задач.

Предельное число итераций

Служит для назначения числа итераций. Используемое по умолчанию значение 100 подходит для решения большинства задач.

После этих пояснений продолжим решение задачи.

2. Установить флажок **Линейная модель**, что обеспечивает применение симплекс-метода, и флажок **Неотрицательные значения**.

3. **ОК**.

На экране: знакомое уже диалоговое окно Поиск решения (рис. 3.3.7).

4. **Выполнить**.

На экране: диалоговое окно Результаты поиска решения. Решение найдено (рис. 3.3.10) и результат

оптимального решения задачи приведены в таблице (рис. 3.3.11).

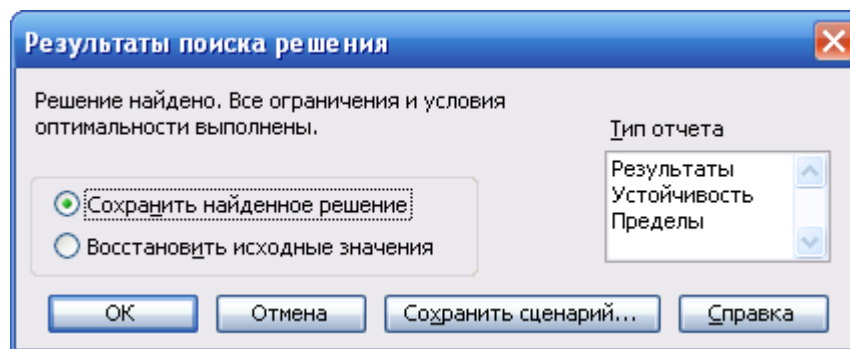


Рис. 3.3.10

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			Переменные (неизвестные)						
2	имя	прод1	прод2	прод3	прод4				
3	значение	10	0	6	0				
4									
5						ЦФ (прибыль)	вид оптимиз.		
6	коэф. ЦФ	60	70	120	130	1320	максим.		
7			Ограничения						
8	вид					лев. часть	знак	пр. часть	
9	трудовые	1	1	1	1	16	<=	16	
10	сырьё	6	5	4	3	84	<=	110	
11	финансы	4	6	10	13	100	<=	100	
12									

Рис. 3.3.11

На рис. 3.3.11 видно, что в оптимальном решении

Прод1 = B3 = 10,
Прод2 = C3 = 0,
Прод3 = D3 = 6,
Прод4 = E3 = 0.

При этом максимальная прибыль будет составлять F6 = 1320,
а количество использованных ресурсов равно

трудовых = F9 = 16,
сырья = F10 = 84,
финансов = F11 = 100.

Таково оптимальное решение рассматриваемой задачи распределения ресурсов. Однако решение задачи находится не всегда. Если условия задачи несовместны, на экране появляется диалоговое окно с сообщением "Поиск не может найти подходящего решения".

Если целевая функция не ограничена, то на экране появится диалоговое окно с сообщением "Значения целевой ячейки не сходятся".

Задание

С использованием средств табличного процессора Excel ("Поиск решения") решить производственную задачу, описанную в примере данной лабораторной работы, и производственную задачу по выданному варианту задания.

Предусмотреть построение диаграмм, соответствующих полученному оптимальному решению (объем выпуска продукции каждого вида, значение общей прибыли и значения остатков ресурсов каждого вида).

Содержание отчёта

1. Задание и его исходные данные.
2. Результаты решения производственной задачи, полученные при использовании средств MS Excel по примеру и по варианту задания - распечатка табличной формы и диаграммы с оптимальным решением (объемы выпуска продукции, общая прибыль и остатки ресурсов).
3. Выводы по выполненной работе.

Варианты заданий

№ вариан- та	Ограничения	Целевая функция $F(X) \rightarrow \max X$
1	$4X(1) + 5X(2) \leq 300$ $2X(1) + X(2) \leq 100$ $2X(1) + 3X(2) \leq 160$	$10X(1) + 12X(2)$
2	$4X(1) + 5X(2) + 6X(3) \leq 375$ $3X(1) + 6X(2) + 5X(3) \leq 225$	$9X(1) + 10X(2) + 8X(3)$
3	$X(1) + 2X(2) \leq 220$ $2X(1) + X(2) \leq 260$ $4X(1) + 5X(2) \leq 640$	$8X(1) + 12X(2)$
4	$8X(1) + 5X(2) + 4X(3) \leq 325$ $5X(1) + 4X(2) + X(3) \leq 275$	$10X(1) + 11X(2) + 12X(3)$
5	$2X(1) + 3X(2) \leq 230$ $3X(1) + 2X(2) \leq 270$ $5X(1) + 6X(2) \leq 650$	$9X(1) + 13X(2)$
6	$10X(1) + 8X(2) + X(3) \leq 425$ $X(1) + 4X(2) + 5X(3) \leq 325$	$8X(1) + 9X(2) + 10X(3)$
7	$X(1) + 4X(2) \leq 400$ $4X(1) + X(2) \leq 460$ $8X(1) + 10X(2) \leq 820$	$10X(1) + 16X(2)$
8	$5X(1) + 8X(2) + 7X(3) \leq 250$ $7X(1) + 4X(2) + 5X(3) \leq 400$	$12X(1) + 14X(2) + 13X(3)$
9	$X(1) + 4X(2) \leq 320$ $2X(1) + X(2) \leq 120$ $3X(1) + 2X(2) \leq 180$	$12X(1) + 10X(2)$
10	$2X(1) + 3X(2) + 5X(3) \leq 100$ $3X(1) + 4X(2) + 2X(3) \leq 140$	$10X(1) + 12X(2) + 10X(3)$