МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Факультет: «**Вычислительная техника**»
Кафедра: «**Математическое обеспечение и применение ЭВМ**»
Направление подготовки: **09.03.04 «Программная инженерия»**

Полиноминальная и биноминальная теоремы

По дисциплине «Дискретная математика»

ОТЧЕТ

По лабораторной работе №15

Выполнили:	Угроватов Д. Лялин Н.
Группа:	16ВП1
Проверил:	доц. Горюнов Ю.Ю.

Пенза 2018

Полиноминальная и биноминальная теоремы

Задание:

1. Используя биноминальную теорему (бином Ньютона) решить первую задачу варианта №4:

Определить, содержит ли разложение $(a+b)^n$ рациональные члены, если содержит, то подсчитать их количество, найти номер k и значение наибольшего коэффициента C_n^k рациональных членов при $a=\sqrt[3]{12}$,

$b=\sqrt[6]{3}, n=30$.

2. Используя полиноминальную теорему решить вторую задачу варианта №4:

Найти коэффициент при t^k в разложении $(2+t^4+t^7)^{15}$ для данного $k=17$, либо доказать их отсутствие.

Ход работы:

1. Под биномом Ньютона понимают формулу, дающую выражение степени $(a+b)^n$ двучлена $a+b$ с любым натуральным показателем n.

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k}$$

По биномиальной теореме:

$$(\sqrt[3]{12}+\sqrt[6]{3})^{30}=\sum_{k=0}^{30} C_{30}^k*\left(\sqrt[3]{12}\right)^k*(\sqrt[6]{3})^{30-k}=\sum_{k=0}^{30} C_{30}^k*12^{\frac{k}{3}}*3^{\frac{30-k}{6}}=$$

$$=\sum_{k=0}^{30} C_{30}^k*4^{\frac{k}{3}}*3^{\frac{30-k}{6}+\frac{k}{3}}=\sum_{k=0}^{30} C_{30}^k*4^{\frac{k}{3}}*3^{\frac{30+k}{6}}$$

Так как биноминальные коэффициенты есть числа целые, то произведение $C_{30}^k*4^{\frac{k}{3}}*3^{\frac{30+k}{6}}$ будет числом рациональным тогда и только тогда, когда числа $4^{\frac{k}{3}}$ и $3^{\frac{30+k}{6}}$ будут целыми числами, то есть когда k делится на 3, а $30+k$ делится на 6.

Если k делится на 3, то $k=3t, t\in\mathbb{Z}$. Тогда $30+k = 30+3t$ будет делиться на 6, т.е. $5+\frac{t}{2}$ делится на 3, что возможно при чётном t, то есть при

$t = 2q, q\in\mathbb{Z}$

Таким образом, каждому $k = 3 * 2q = 6q$ и только им соответствует рациональный член в данном разложении.

Так $0 \leq k \leq 30$, то для нахождения количества рациональных членов находим наибольшее q из неравенства $6q \leq 30$, то есть из $q \leq 5$.

Следовательно, количество рациональных чисел в данном разложении равно 5.

Для нахождения номера k и значение наибольшего коэффициента C_n^k рациональных членов при $a = \sqrt[3]{12}, b = \sqrt[6]{3}, n = 30$ создадим программу на языке Phyton.

Код файла laba15_1.py:

```
def P(n):
   if n==0 or n==1:
      return 1;
   else:
      return n*(P(n-1))

def C(n, k):
   return int(P(n)/P(k)/P(n-k))

def maxK(n):
   maxk=1
   maxs=1
   for k in range(n):
      if(C(n, k)>maxs):
         maxs=C(n, k)
         maxk=k
   return maxk

n=30
k=maxK(n)
print("k=",k)
print("C(n,k)=",C(n,k))
```

Скриншот результата выполнения программы

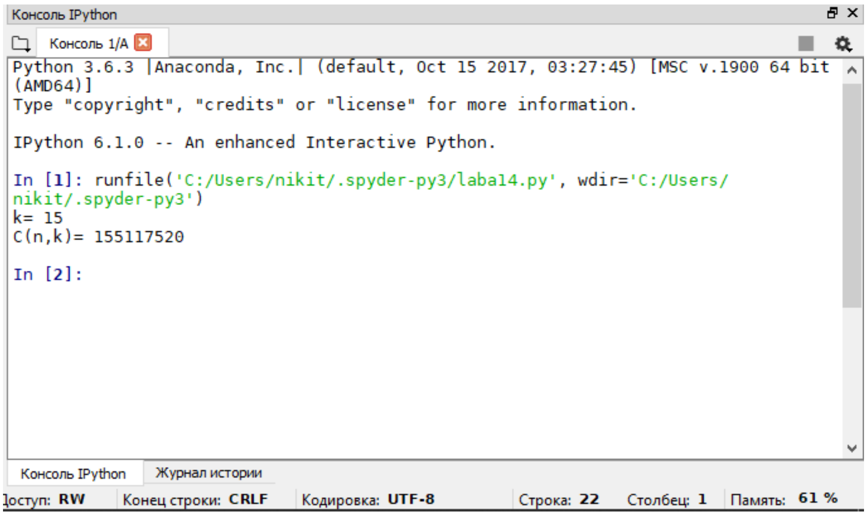

Рисунок 1 - Результат работы программы

Следовательно, значение наибольшего коэффициента $C_n^k = 155117520$, при $k = 15$.

2. Полиномиальная терема. Возведение в -ю степень суммы $x_1 + x_2 + \cdots + x_m$ даёт:

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \\ = \sum_{a_1+a_2+\cdots+a_m=n} \frac{n!}{a_1! * a_2! * \ldots * a_3!} * {x_1}^{a_1} * {x_1}^{a_2} * \ldots * {x_m}^{a_m}$$

Применяя полиноминальную теорему, найдем коэффициент при t^k в разложении $(2 + t^4 + t^7)^{15}$ для данного $k = 17$, либо докажем их отсутствие:

$$(2 + t^4 + t^7)^{15} = \sum_{\substack{d_1+d_2+d_3=15 \\ d_1\geq 0, d_2\geq 0, d_3\geq 0}} \frac{15!}{d_1! * d_2! * d_3!} * 2^{d_1} * (t^4)^{d_2} * (t^7)^{d_3} = \\ = \sum_{\substack{d_1+d_2+d_3=15 \\ d_1\geq 0, d_2\geq 0, d_3\geq 0}} \frac{15!}{d_1! * d_2! * d_3!} * t^{4d_2+7d_3}$$

Так как по условию $4d_2 + 7d_3 = 17$, а для каждого слагаемого $d_1 + +d_2 + d_3 = 15$, то получаем систему линейных уравнений

$$\begin{cases} d_1 + d_2 + d_3 = 15 \\ 4d_2 + 7d_3 = 17 \\ d_1 \geq 0, d_2 \geq 0, d_3 \geq 0 \end{cases}$$

Так как система решений не имеет, т.е. не существует таких положительных целых чисел d_1, d_2и d_3, удовлетворяющих системе уравнений, то коэффициент при t^k в разложении $(2 + t^4 + t^7)^{15}$ для данного $k = 17$ отсутсвует.

Вывод

Используя биноминальную теорему (бином Ньютона) решили первую задачу варианта №4: Определили, содержит ли разложение $(a + b)^n$ рациональные члены, подсчитали их количество, нашли номер k и значение наибольшего коэффициента C_n^k рациональных членов при $a = \sqrt[3]{12}$. Используя полиноминальную теорему решить вторую задачу варианта №4: доказали отсутствие коэффициента, при t^k в разложении $(2 + t^4 + t^7)^{15}$ для данного $k = 17$.