ЗАДАЧИ М+

В тази рубрика, която се води от доц. д-р Веселин Ненков, се публикуват задачи за ученици от горните класове, за студенти и учители. Основният признак за подбор е оригиналност. Това не означава задължителна новост, защото твърдението, че една задача е нова, остава в сила до доказване на противното. Оригиналността включва естетичност и остроумие, а решаването на задачи с подобни качества изисква инициативност, откривателски подход, интелектуално усилие. Рубриката разчита на активното Ви участие както с решения, така и с предложения на задачи. Изпращайте ги на адрес:

1618 София,
ул. "Гусла" № 1
ВУЗФ
Радмила Златкова

В писмата си посочвайте училището (университета) и класа (курса), ако сте ученик (студент). Желателно е предлаганите задачи да са напечатани в два екземпляра с кратки, но пълни решения. Ще отбелязваме имената на тези, които са направили предложенията. Ако задачата е заета, посочете източника. В писмото си поставете празен плик с точния Ви адрес. Без да извършва класиране, М+ ще обсъжда изпратените решения, а най-хубавите от тях ще намерят място на страниците на рубриката и ще бъдат награждавани.

М+571. Да се намерят последните три цифри на числото 2017^{2017}. **(Танка Милкова, гр. Варна)**

М+572. Да се покаже, че за всички естествени числа n и k стойността на израза $2017^n + 5^k$ може да се представи като сбор от квадратите на две, три или четири естествени числа. **(Христо Лесов, гр. Казанлък)**

М+573. Да се определят стойностите на реалния параметър a, при които уравнението

$$ax^5 - 5(a-1)x + a = 0$$

има точно един реален корен.

(Росен Николаев, Йордан Петков, гр. Варна)

М+574. Върховете A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 и A_6 на начупената линия $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ са подредени в равнината в посока, обратна на часовниковата стрелка, така че

$$\sphericalangle A_1A_2A_3 = \sphericalangle A_2A_3A_4 = \sphericalangle A_3A_4A_5 = \sphericalangle A_4A_5A_6 = 120^\circ.$$

Ако $A_1A_2 = \frac{47}{2}$, а дължините на отсечките A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5 и A_5A_6 в някакъв ред са равни на 4, 5, 6 и 7, да се докаже, че $13{,}3 < A_1A_6 < 21{,}2$.

(Тодор Митев, гр. Русе,
Веселин Ненков, с. Бели Осъм)

М+575. Точката C_1 от равнината на изпъкналия четириъгълник $ABCD$ е такава, че $\sphericalangle AC_1B = 180^\circ - \sphericalangle ACB$ и $\sphericalangle AC_1D = 180^\circ - \sphericalangle ACD$. Аналогично са определени точките A_1, B_1 и D_1. Да се докаже, че съществува точка, относно която четириъгълниците са симетрични.

(Хаим Хаимов, гр. Варна)

М+576. В кълбо с обем V е вписана конична повърхнина с връх, който съвпада с центъра на кълбото. Коничната повърхнина пресича повърхнината на кълбото в две еднакви окръжности, които лежат в две успоредни равнини и отсичат от коничната повърхнина тяло с обем V_K. Да се намери най-малката стойност на отношението $V : V_K$. **(Милен Найденов, гр. Варна)**

Краен срок за изпращане на решения: 15.09.2017 г.