

М + НАЙ-МАЛКИТЕ

ДА ПРИЛОЖИМ МЕТОДА НА МАЛКИЯ ГАУС

Четиво за 4 – 5 клас

Здравейте, млади любители на математиката!

Знам, че всички сте чували колко бързо е пресмятал малкият Гаус, а ако някой от вас не е чул, може да прочете за великият френски математик в някой сайт. В това четиво ще се научим, да прилагаме неговите хитрости в разнообразни задачи. Но да решаваме!

Задача 1. Цветята в един цветарски магазин са разпределени в 35 вази. Вили забелязала, че няма празна ваза и броят на цветята във всяка ваза е различен. Най-малко колко са цветята в този магазин?

Решение: Най-малкият различен брой цветя, който може да има във вазите е: в първата -1 цвете, във втората -2, в третата -3 и така нататък, в последната -35. За да намерим търсения брой, трябва да пресметнем сумата:

$$C = 1 + 2 + 3 + ... + 33 + 34 + 35$$
.

На помощ ни идва "Методът на Гаус": имаме последователни числа и ако събираме първото с последното, второто с предпоследното и т.н., получаваме 1 + 35 = 2 + 34 = 3 + 33 = ... = 36, т.е. забелязваме, че получаваме равни суми. Но имаме малък проблем – числата са нечетен брой 35 и следователно едно от тях си няма другарче за събиране. Да опитаме отново, като оставим само последното число: 1 + 34 = 2 + 33 = 3 + 32 = ... = 35. Сетихте ли се вече?

C = 35.(34:2) + 35 = 35.18 = 630 цветя има в магазина.

Хайде, да напишем алгоритъм за пресмятане с помощта на Гаус:

1 стъпка: проверяваме има ли равни суми;

2 стъпка: проверяваме колко са числата, които ще събираме;

3 стъпка: проверяваме колко са групите (по 2 числа) и колко е сумата в една група;

4 стъпка: събираме.

Задача 2. През месец март Васко изреши задачите от един сборник. На 01.03. той решил 6 задачи, а всеки следващ ден решавал с 2 задачи повече от предишния ден. Така, на 24.03. той решил последните 2 задачи в сборника. Колко общо задачи е решил Васко?

Решение: Не е трудно да съобразим, че трябва да съберем числата:

$$6 + 8 + 10 + 12 + ... + ? + 2 = \mathbf{B}$$

Колко дни е решавал Васко задачи? Без последния ден той е решавал 24 - 1 = 23 дни. Следователно предпоследния ден е решил 6 + 2.22 = 50 задачи.

Така получаваме, че $\mathbf{B} = 6 + 8 + 10 + ... + 46 + 48 + 50 + 2$.

Да спазим алгоритъма: 6 + 50 = 8 + 48 = 10 + 46 = ... = 56. Броят числа е 23 (без числото 2). Отделяме 50 + 2 и остават 22 : 2 = 11 групи със сума във всяка група 6 + 48 = 8 + 46 = ... = 54. Търсеният брой задачи е $\mathbf{B} = 54 \cdot 11 + 52 = 646$.

Задача 3. Пепи събира парички в касичката си. На 15.09.2016 г. той пуснал 10 ст. Всеки следващ ден пускал с три стотинки повече от предишния. Последния ден Пепи пуснал в касичката 5 лева и 89 стотинки и тя се напълнила. Колко пари е събрал Пепи? На коя дата е пуснал Пепи пари в касичката си за последен път?

Решение: Парите на Пепи са $\Pi = 10 + 13 + 16 + ... + 583 + 586 + 589$.

За да намерим колко са числата в сумата, трябва да разберем, колко пъти е добавял Пепи по 3 стотинки. Имаме 10 + x.3 = 589, x.3 = 579, x = 579: 3 = 193.

Получаваме, че всички числа в сумата са 194.

Ще групираме 10 + 589 = 13 + 586 = 16 + 583 = ... = 599. Броят на групите е: 194 : 2 = 97.

Тогава Π = 97. 599 = 58 103 стотинки или 581 лева и 3 стотинки. (*Капка по капка вир става*!)

Разбрахме, че Пепи е събирал пари 194 дни. Следователно последният ден е 27 март 2017 г.

Задача 4. Ники събрал 76 последователни числа и получил сбор 4750. Кое е наймалкото число в този сбор?

Решение: Нека кръстим най-малкото число, което е събрал Ники, с a. Тогава следващото е a+1, после идва a+2 и така до a+75. Имаме точно 76 последователни числа. Сумата на Ники е $\mathbf{H}=a+a+1+a+2+\ldots+a+73+a+74+a+75=76$. $a+1+2+\ldots+75=76$. a+75. a+75.

Остава да намерим неизвестното от равенството 76.a + 2850 = 4750, a = 25. Най- малкото число в сбора на Ники е 25.

Опитайте сами!

Задача 5. На работливите 50 джуджета Дядо Коледа реши да направи подарък. Той купил шоколади и за да си направи шега, ги раздал по следния начин: на първото джудже дал 2 шоколада, на следващото с 2 повече и така нататък. Може ли джуджетата да си разпределят шоколадите поравно?

Задача 6. Ели и Мими направили коледна украса. Ели направила елхички, а Мими – звездички. Те подредили направените играчки по следния начин: първо Мими сложила една звездичка, после Ели сложила две елхички, Мими сложила три звездички и т.н. Най-накрая Ели сложила 50 елхички. Колко са звездичките и колко са елхичките в коледната украса?

Задача 7. Калоян влязъл в залата на едно кино и преброил, че редовете са общо 40. На всеки ред седели четно число хора и нямало два реда с еднакъв брой зрители. Колко наймалко зрители е имало в това кино?

Задача 8. Намерете сумите и ги подредете в намаляващ ред:

$$A = 11 + 13 + 15 + 17 + \dots + 221$$
; $B = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 572$; $C = 1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 665$; $D = 77 + 82 + 87 + 92 + \dots + 1002$; $E = 16 + 23 + 30 + 37 + \dots + 1416$; $F = 54 + 64 + 74 + \dots + 2014$.

До нови срещи!