TP 2
Champs de deux variables : représentation, gradient, divergence, rotationnel

1 Représentation : la spirale

Soit le champ de vecteurs de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ défini comme $F(x, y) = (f_1(x, y), f_2(x, y))$ avec

$$f_1(x, y) = -x + y,$$
$$f_2(x, y) = -x - y.$$

1.1 Avec `streamplot`

➽ Discrétiser le domaine de représentation $[-3, 3] \times [-3, 3]$ avec 40 points dans chaque direction. Définir les matrices correspondant aux valeurs de f_1 et f_2 sur cette grille.

➽ Utiliser `plt.streamplot` pour tracer le champ de vecteurs F. On utilisera la norme euclidienne du vecteur F pour la colorisation.

1.2 Avec `quiver`

➽ Utiliser maintenant `plt.quiver` pour tracer ce champ de vecteurs.

➽ Est-ce lisible ? Que peut-on faire pour bien voir les flèches ? (et le faire bien entendu).

2 Opérateurs du premier ordre

On définit les deux fonctions d_1 et d_2 qui à un point de coordonnées (x, y) associent la norme euclidienne de leur distance aux points $(-1, -1)$ et $(1, 1)$ respectivement.

Soit le champ de vecteurs de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ défini comme $G(x, y) = (g_1(x, y), g_2(x, y))$ avec

$$g_1(x, y) = -\frac{y+1}{d_1^{1.5}(x, y)} + \frac{x-1}{d_2^{1.5}(x, y)},$$
$$g_2(x, y) = \frac{x+1}{d_1^{1.5}(x, y)} + \frac{y-1}{d_2^{1.5}(x, y)}.$$

➽ Tracer côte-à-côte les surfaces correspondant à g_1 et g_2 pour $(x, y) \in [-2, 2]^2$.

2.1 Gradient

➽ Définir une fonction `grad` qui à une fonction f de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ associe son gradient.

➽ Tracer côte-à-côte les champs correspondant au gradient de chacune des composantes de G.

➽ Comment améliorer le rendu visuel ?

2.2 Divergence

➽ Définir une fonction `div` qui à deux fonctions f_1 et f_2 de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ associe la divergence de $F = (f_1, f_2)$.

➽ Tracer la divergence de notre fonction G.

2.3 Rotationnel

On peut "généraliser" la notion de rotationnel pour une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ par

$$\operatorname{rot}(F)(x, y) = \frac{\partial f_2}{\partial x}(x, y) - \frac{\partial f_1}{\partial y}(x, y).$$

➽ Définir une fonction `rot` qui à deux fonctions f_1 et f_2 de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ associe le rotationnel de $F = (f_1, f_2)$.

➽ Tracer le rotationnel de notre fonction G.