

TP 5

Calcul et représentation de la solution d'une EDO

1 Les paquets python de la séance

Comme dans les TP précédents, nous utiliserons les paquets `matplotlib`, `math` et `numpy`. Nous utiliserons en plus la fonction `odeint`. On fera donc également l'import suivant

```
from scipy.integrate import odeint
```

2 L'équation $u' = -u + t$

2.1 Révision du TP1 : représentation de la solution

Reprenons l'exemple du cours. Soit à résoudre le problème de Cauchy

$$\begin{cases} u'(t) + u(t) = t, \\ u(0) = 0. \end{cases} \quad (\text{P})$$

On a vu que sa solution est

$$u(t) = e^{-t} + t - 1.$$

► Tracer la solution de l'équation sur l'intervalle de temps $[0, 3]$. Pour cela, on utilisera le pas de temps $\delta t = 0.01$.

2.2 Utilisation de `odeint`

Pour l'utilisation de `odeint`, on définit la fonction $f(t, u) = -u + t$.

On appelle ensuite `odeint` dont les arguments sont :

- la fonction f ,
- la donnée initiale,
- les temps de calcul.

► Définir la fonction f .

► Trouver l'argument optionnel d'`odeint` qui permet d'utiliser l'ordre t puis u dans la définition de la fonction f .

► Tracer la solution de l'équation sur l'intervalle de temps $[0, 3]$ en utilisant `odeint` avec la même discrétisation du temps que pour le tracé précédent.

► Tracer l'erreur entre la solution exacte et la solution calculée.

3 L'équation $u' = 3u^{2/3}$

- ▶ Vérifier que $u(t) = t^3$ est solution de l'équation pour $u(0) = 0$.
- ▶ Utiliser `odeint` pour calculer une solution sur l'intervalle $[0, 3]$. Tracer cette solution.
- ▶ Qu'observe-t-on ? Pouvez-vous expliquer ce résultat ?

4 Utilisation d'un autre outil de `scipy`

La documentation de `scipy.integrate.odeint` nous signale que les nouveaux développements doivent utiliser un autre solveur.

- ▶ Quel est cet autre solveur ?
- ▶ Résoudre le problème de Cauchy (P) avec ce nouveau solveur sur l'intervalle $[0, 3]$.
- ▶ Combien de pas de temps sont utilisés ? Comment sont-ils répartis ?
- ▶ Bien étudier la documentation du solveur et trouver deux manières d'évaluer la solution de (P) aux même temps que dans la partie 2,
 - en définissant un objet qui peut évaluer ensuite la solution en tout point,
 - en calculant la solution en des temps prédéfinis.
- ▶ Tracer une nouvelle courbe d'erreur. Qu'en pensez-vous ?