

TP 3

Fonctions de deux variables : extrema

On considère la fonction

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y.$$

1 Représentation

► [Voir le TP 1] Tracer la surface et les lignes de niveau de la fonction f sur deux graphes côte-à-côte. On utilisera le domaine de représentation $[-3, 3] \times [-3, 3]$ et une discrétisation de 40 points dans chaque direction. On assortira d'une échelle de couleurs, d'un titre, de noms d'axes.

2 Étude des points critiques

2.1 Détermination graphique des points critiques

- Calculer le gradient de la fonction f .
- Écrire une fonction python qui implémente cette fonction gradient.
- À l'aide du tracé de lignes de niveau, déterminer graphiquement les points critiques de f .
- Vérifier que les valeurs prédites ainsi sont bien des points critiques de f .

2.2 Nature des points critiques

- Calculer la fonction hessienne de f . Définir la fonction python correspondante.
- Pour chaque point critique, donner les valeurs propres de la hessienne. On utilisera la librairie `linalg` dans `numpy`.
- Tracer la surface représentant f au voisinage de chaque point critique pour visualiser la nature de chaque point critique.