Week3 3.14 四

1、 A

由定义 $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

当 $f(x)$ 连续，则 $F(x)$ 一定连续。

对于B，不一定处处可导

对于C，不一定，可能有一个跳跃点 x，$P(X=x)=C>0$

对于D ~~F(x)~~ 可能有一些跳跃点意味着 $F(x)$ 不连续，但 $F(x)$ 仍可能在不跳跃的点，具有连续的性质。

2. X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<-1 \\ 1/8, & x=-1, \\ ax+b, & -1<x<1, \\ 1, & x\geq 1 \end{cases}$$

则 $P(X=1)=\frac{1}{4}$

求a, b的值.

解：

由分布函数的定义，我们可知：

$$P(X=1)=F(1)-F(1-0)$$

$$=1-\lim_{x\to 1} ax+b = 1-(a+b)=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a+b=\frac{3}{4} \quad ①$$

又

$$\int_{-1}^{1} ax+b \, dx = 1-P(X=1)-P(X=-1).$$

$$= 1-\frac{1}{4}-\frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{2}+b\right)-\left(\frac{a}{2}-b\right) = 2b = \frac{5}{8}$$

$$b = \frac{5}{16}$$ 代回①式

解得 $\begin{cases} a = \frac{7}{16} \\ b = \frac{5}{16} \end{cases}$

3. 机器检修时间服从$\lambda=1$的指数分布(单位:h).
试求:
(1) 检修超过2h的概率;
(2) 若已检修2h,求总修时间超过4h的概率

解:
设 事件A="检修超过2h"
事件B="检修超过4h"

(1).

$$f(x) = e^{-x} I_{(0,\infty)}(x).$$

F(x)为概率分布函数

则 ~~P(X≥2)~~

$$P(A)=P(X>2)=1-F(2)$$

$$=1-\int_0^2 e^{-x}dx = e^{-2} \approx 0.318$$

(2) $P(B)=P(X>4)=1-F(4)=e^{-4}$

$$P(B|A)=\frac{P(B)}{P(A)}=e^{-2}\approx 0.318$$

4. X为产卵数目

$$P(Y=k)=\sum_{n=k}^{\infty} P(Y=k \mid X=n)\cdot P(X=n)$$

$$=\sum_{n=k}^{\infty}\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}\cdot\frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda}$$

$$=\sum_{n=k}^{\infty}\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k(1-p)^{n-k}\frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda}$$

$$=\sum_{n=k}^{\infty}\frac{(p\lambda)^k}{k!}\frac{(\lambda q)^{n-k}}{(n-k)!}e^{-\lambda}=\frac{(p\lambda)^k}{k}e^{-\lambda p}.$$

服从λp的泊松分布

同理 Z 服从 $\lambda(1-p)$ 的泊松分布.

且 Y和Z相互独立.

5.

X	-1	1	2
P	0.25	0.5	0.25

(1) X 的分布函数 $F(x)$；

(2) 求 $P(X\le 0)$，$P(0.5<X\le 1.5)$，$P(1\le X\le 2)$ 和 $P(1<X\le 2)$.

解：(1) $\cancel{F(x)=\int_{-\infty}}$

$\cancel{F(-1}\ x<\cancel{0}-1\quad F(x)=0.$

$F(-1)=\int_{-\infty}^{-1} f(x)\,dx=\cancel{7}\,0.25$

以此类推

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 0.25, & -1\le x<1\\ 0.75, & 1\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$$

(2) $P(x\le 0)=F(0)=0.25$

$P(0.5<x\le 1.5)=\cancel{P(1.5)}\ F(1.5)-F(0.5)$

$=0.75-0.25=0.5$

$P(1\le x\le 2)=F(2)-F(1-0)$

$=\cancel{0.75}\ 1-0.25=0.75$

$P(1<x\le 2)=F(2)-F(1)=\cancel{0}\ 1-0.75=0.25$