HW13

1. 求总体方差的95%和90%置信区间。

(1) $\mu=500g$。μ已知 枢轴统计量为 $T=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\sigma^2}\sim\chi^2_n$

已知 $n=10$，$\alpha_1=0.05$，$\alpha_2=0.1$，$\mu=500g$

对应置信区间为

$$\sigma^2\in\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\chi^2_n(\frac{\alpha}{2})},\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\chi^2_n(1-\frac{\alpha}{2})}\right]=[60.92,384.28]$$

$$\sigma^2\in\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\chi^2_n(\frac{\alpha_2}{2})},\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{\chi^2_n(1-\frac{\alpha_2}{2})}\right]=[68.16,316.6]$$

(2) μ未知，则枢轴统计量为 $T=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2_{n-1}$

对应置信区间为

$$\sigma^2\in\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1}(\frac{\alpha}{2})},\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1}(1-\frac{\alpha}{2})}\right]$$

得 95%：$[65.46,461.14]$　90% $[73.60,374.5]$

2. 在μ已知时 有 $\chi^2=\frac{1}{\sigma_0^2}\sum(x_i-\mu)^2$　D: $\chi^2>\chi^2_n(\frac{\alpha}{2})$或$\chi^2<\chi_n$

$\alpha=0.05$　$\chi^2=\frac{3.42}{1}=3.42$　$\chi^2_4(0.025)=11.143$

$\chi^2_4(0.975)=0.484$

因此并不在拒绝域，即接受H_0

3. $\hat{p}=\frac{15}{500}=0.03$　令 $z=(\hat{p}-p_0)/\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\approx1.597$

$z_{0.025}\approx1.96>z$　不拒绝H_0　即无法证明$p\neq0.02$

4. $\bar{x}\approx0.986$．$z=\sqrt{n}(\bar{x}-\frac{1}{\lambda_0})/\frac{1}{\lambda_0}$　大数定律 $\bar{X}\sim N(\frac{1}{\lambda},\frac{1}{n\lambda}$

$\Rightarrow z=-0.042<z_{0.05}=1.645$　不拒H_0

H_0: $\lambda>1$

5. 令 $\alpha=P(X>\frac{1}{2}\mid\theta=5)$　$\beta=P(X\le\frac{1}{2}\mid\theta=3)$

$F(x;\theta)=\int_0^x(1+\theta)x^\theta dx$　令$\theta=5$　$\Rightarrow F(x;5)=x^6$　$\alpha=\frac{63}{64}$

令$\theta=3$　$F(x;3)=x^4$　$\Rightarrow\beta=\frac{1}{16}$　令$\theta=2$　$F(x;2)=x^3$　$\Rightarrow$功效函数值为$\frac{7}{8}$