



به نام خدا دانشگاه تهران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تهران دانشگده مهندسی برق و کامپیوتر

شبکهٔ عصبی مک کلاچ-پیتز

محمدجواد احمدي	نام و نام خانوادگی
4.115	شمارهٔ دانشجویی

فهرست مطالب

۴	قطعی (DFA)	ا ماشین متناهی
۴	قسمت الف	۱.۱ پاسخ
۴	قسمت <i>ب</i>	۲.۱ پاسخ
٧	قسمت ج	۳.۱ پاسخ
١.	قسمت د ـ	۴.۱ پاسخ
14	و نگاه دوم	۵.۱ راهحل

فهرست تصاوير

۲ نحوهٔ ترکیب ورودیها برای تولید E
 شبکهای که می تواند برای خروجی D در نظر گرفته شود
۵ شبکهای بهینه که می تواند برای خروجی D در نظر گرفته شود
۹ شبکهای که می تواند برای خروجی E در نظر گرفته شود ۲ ۹ شبکهای که می تواند برای خروجی F در نظر گرفته شود ۷ ۹ شبکهای که می تواند برای خروجی F در نظر گرفته شود ۸ ۹ شبکهٔ ادغام شده ۱۰ ۱۰ شبکهٔ ادغام شدهٔ بهینه ۱۰
۷ شبکهای که می تواند برای خروجی F در نظر گرفته شود
۸ شبکهای که می تواند برای خروجی F در نظر گرفته شود
۹ شبکهٔ ادغامشده
۱۰ شبکهٔ ادغام شدهٔ بهینه
۱۱ شبكهٔ ادغام شدهٔ بهینه
۱۲ تصویر مربوط به حالت اول در نگاه دوم
۱۳ تصویر مربوط به حالت دوم در نگاه دوم
۱۴ تصویر مربوط به حالت سوم در نگاه دوم

او ل	حدا	ست	فهر
			<i>,</i> ,

پرسش۱. شبکهٔ عصبی Mcculloch-Pitts

ماشین متناهی قطعی (DFA)

توضيح پوشهٔ کدهای Mcculloch-Pitts

كدهاي مربوط به اين قسمت، علاوه بر پوشهٔ محلي كدها در اين لينك آورده شده است.

١.١ پاسخ قسمت الف

جدول انتقال حالتي كه مطابق توضيحات سوال و متناسب با شبكهٔ نورونها به صورت زير است:

OUT IN В D 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1

جدول ١: نمايش جديد جدول انتقال حالت

۲.۱ پاسخ قسمت ب

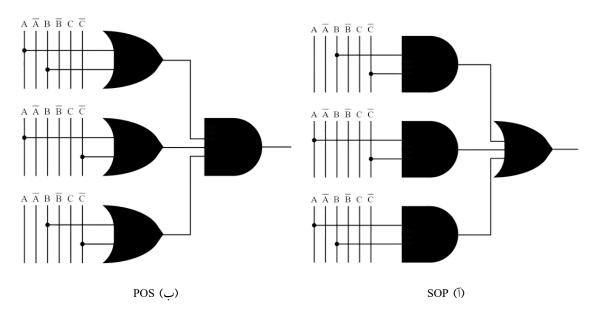
در این قسمت براساس نامگذاری انجامشده در جدول ۱، به دست می آوریم که هر خروجی معادل چه ترکیبی از ورودی هاست. در جدول کارنو، روش SOP و روش POS دو روش مختلف برای تبدیل یک عبارت منطقی به یک عبارت استاندارد می باشند. در روش (SOP (Sum of Products) عبارت منطقی به صورت جمع بیشترین (OR) حاصل ضرب کوچکترین (AND) های ممکن تشکیل می شود. به عبارت دیگر، ابتدا برای هر حالت ممکن مقادیر ورودی، یک خروجی (AND) از متغیرهای ورودی ایجاد می شود. سپس تمام این خروجی ها با هم جمع می شوند. در روش (Pos (Product of Sums)، عبارت منطقی به صورت ضرب کوچکترین (AND) حاصل جمع بیشترین (OR) های ممکن تشکیل می شود. به عبارت دیگر، ابتدا برای هر حالت ممکن مقادیر ورودی، یک جمع (OR) از متغیرهای ورودی ایجاد می شود. سپس تمام این جمعها با هم ضرب می شوند. استفاده از هر

دو روش، به دلیل وجود یک تعداد محدودی ورودی، به راحتی قابل انجام است. با ارائهٔ این توضیحات، ابتدا به سراغ خروجی D می رویم. جداول و محاسبات مربوط به این خروجی به شرح زیر است (منطق SOP):

با منطق POS اما داريم:

در نتیجه داریم (شکل ۱):

$$D = B\bar{C} + A\bar{C} + AB, \quad D = (A+B)(A+\bar{C})(B+\bar{C}) \tag{(7)}$$



شكل ۱: نحوهٔ تركيب وروديها براي توليد .D



در ادامه به سراغ خروجي E ميرويم. جداول و محاسبات مربوط به اين خروجي به شرح زير است (منطق SOP):

$$ar{C}$$
 $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{A} \cdot ar{B} = 0 = 1$ $ar{A} \cdot B = 0 = 1$ $ar{A} \cdot B = 2 = 3$ $ar{A} \cdot B = 1 = 1$ $ar{A} \cdot B = 6 = 7$ $ar{A} \cdot ar{B} = 1 = 1$ $ar{A} \cdot ar{B} = 4 = 5$ (*)

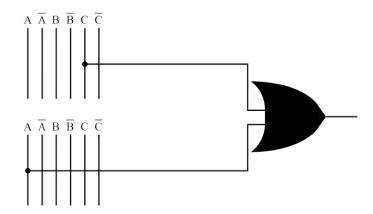
با منطق POS اما داريم:

$$ar{C}$$
 $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{C}$ $ar{A} \cdot ar{B}$ 0 1 $ar{A} \cdot B$ 0 1 $ar{A} \cdot B$ 2 3 $ar{C}$ ($ar{O}$) $ar{A} \cdot B$ 1 1 $ar{A} \cdot B$ 6 7 $ar{A} \cdot ar{B}$ 1 1 $ar{A} \cdot ar{B}$ 4 5

در نتیجه داریم (شکل ۲):

$$E = C + A \tag{9}$$

در پایان هم به سراغ خروجی F میرویم. جداول و محاسبات مربوط به این خروجی به شرح زیر است (منطق SOP):



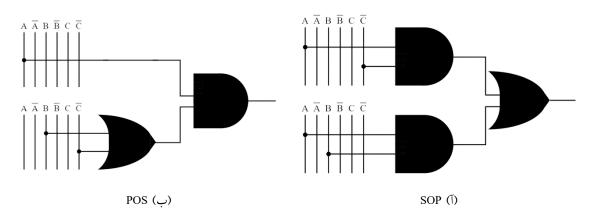
شكل ۲: نحوهٔ تركيب وروديها براي توليد .E



با منطق POS اما داريم:

در نتیجه داریم (شکل ۳):

$$F = A\bar{C} + AB \qquad F = (A)\left(B + \bar{C}\right) = (A)\overline{(C\bar{B})} \tag{4}$$

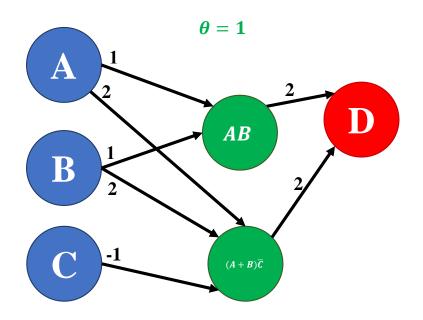


شكل ٣: نحوهٔ تركيب وروديها براي توليد . ٢

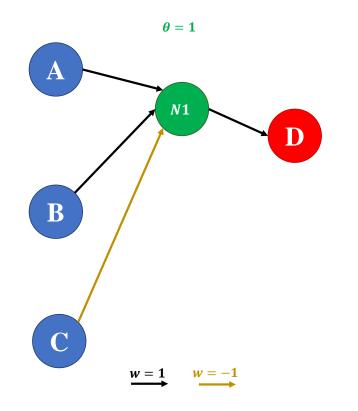
حال شبکهٔ مربوط به هر خروجی را تشکیل میدهیم. ابتدا برای خروجی D و بر اساس رابطهٔ ۳ شبکهٔ آوردهشده در شکل ۴ را تشکیل میدهیم. میتوانستیم حالت دیگر را نیز در نظر بگیریم اما در آن صورت به تعداد نورون بیش تری نیاز بود. همجنین می توان حالت بهینهٔ نشان داده شده در شکل ۵ را برای خروجی D در نظر گرفت. هرچند بهینگی مدنظر این قسمت از سوال نیست. در ادامه برای خروجی E و بر اساس رابطهٔ ۶ شبکهٔ آوردهشده در شکل ۶ را تشکیل میدهیم. در پایان، برای خروجی F و بر اساس رابطهٔ ۹ شبکهٔ آوردهشده در شکل ۷ را تشکیل میدهیم. میتوانستیم حالت دیگر را نیز در نظر بگیریم اما در آن صورت به تعداد نورون بیش تری نیاز بود. برای جلوگیری از تولید عدد دو برای F ناچاریم که شبکه را به شکل ۸ تغییر دهیم.

پاسخ قسمت ج ٣.١

با ادغام شبکه های بهینهٔ درنظرگرفته شده در شکل ۴، شکل ۶ و شکل ۷، شبکهٔ نمایش داده شده در شکل ۹ را به دست می آوریم. با این وجود حالت بهینه و پاسخگوی این ادغام با سعی وخطا در پاسخ قسمت د به دست آمده است که آن را در شکل ۱۰ نمایش دادهایم (با فرض اینکه خروجی دارای تابع فعال ساز است و یا جنس صفر و یک آن از پیش تعریف شده و به محض دریافت یک، یک می شود). با این حال اگر اتصال مستقیم ورودی و خروجی را مجاز ندانیم، یک نورون میانی برای خروجی E هم در نظر می گیریم و نتیجه به صورتی خواهد بود که در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. هرچند در کد میتوان این محدودیت را دور زد؛ اما به لحاظ منطق تئوري نياز به استفاده از ۴ نورون داريم تا خروجي بيشتر از يک نشود (آستانه در تمام حالات يک است).

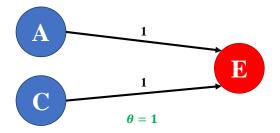


شکل ۴: شبکهای که می تواند برای خروجی D در نظر گرفته شود.

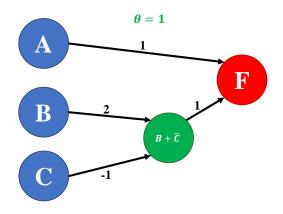


شکل ۵: شبکهای بهینه که می تواند برای خروجی D در نظر گرفته شود.

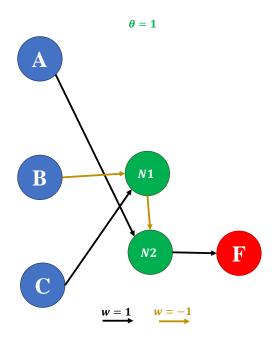




شکل ۶: شبکهای که می تواند برای خروجی E در نظر گرفته شود.

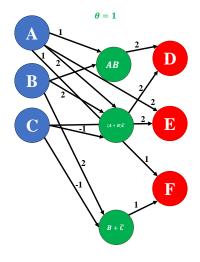


شکل ۷: شبکهای که می تواند برای خروجی F در نظر گرفته شود (دارای ایراد جزئی. درستش در شکل ۸).

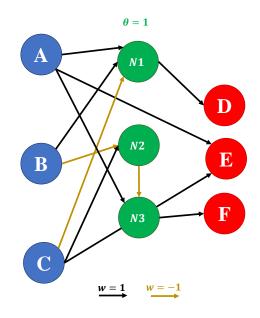


شکل ۸: شبکهای که می تواند برای خروجی F در نظر گرفته شود.





شکل ۹: شبکهٔ ادغامشده (دارای ایراد جزئی. درستش در شکل ۱۰).



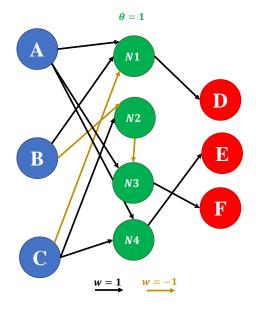
شكل ١٠: شبكة ادغام شدة بهينه (حالت ايده آل با ملاحظه).

۴.۱ پاسخ قسمت د

برای این قسمت از سوال، ضمن انجام یکسری بهینهسازی نهایی روی شبکه دستورات زیر را مینویسیم:

```
class McCullochPittsNeuron:
     {\tt def} __init__(self, weights, threshold, bias=0):
          self.weights = weights
          self.bias = bias
          self.threshold = threshold
```





شكل ۱۱: شبكهٔ ادغامشدهٔ بهینه (حالتی دیگر).

```
def fire(self, inputs):
          weighted_sum = sum(w * x for w, x in zip(self.weights, inputs)) + self.bias
          if weighted_sum >= self.threshold:
              return 1
          else:
              return 0
14 class ThreeInputThreeOutputNetwork:
      def __init__(self):
          self.neuron_D = McCullochPittsNeuron([1, 1, -1], 1)
          self.neuron_F1 = McCullochPittsNeuron([1, -1], 1)
          self.neuron_F = McCullochPittsNeuron([1, 1], 1)
18
      def predict(self, inputs):
20
          A, B, C = inputs
21
          D = self.neuron_D.fire([A, B, C])
          E_inputs = [A, C]
          E = self.neuron_D.fire(E_inputs)
          F1 = self.neuron_F1.fire([B, C])
          F_inputs = [A, F1]
          F = self.neuron_F.fire(F_inputs)
          return D, E, F
30 # Test the network for all possible input states
```



```
network = ThreeInputThreeOutputNetwork()
33 for A in range(2):
    for B in range(2):
        for C in range(2):
              D, E, F = network.predict([A, B, C])
              print(f"Input: ({A}, {B}, {C}) --> Output: ({D}, {E}, {F})")
```

انواع ترکیبها و روشهای دیگری در کدهای پیادهسازی آوردهشده در این لینک آزمایش شده است که براساس روش خواسته شده در صورت سوال، روش کدنویسیای که به صورت صریح از گیتهای منطقی استفاده نکرده است و کاملاً نورون پایه است صحیح است. با اجرای دستورات، نتایج به شرح زیر خواهد بود و مشاهده می شود که خواستهٔ سوال کاملاً بر آورده شده

```
Input: (0, 0, 0) --> Output: (0, 0, 0)
2 Input: (0, 0, 1) --> Output: (0, 1, 0)
3 Input: (0, 1, 0) --> Output: (1, 0, 0)
4 Input: (0, 1, 1) --> Output: (0, 1, 0)
5 Input: (1, 0, 0) --> Output: (1, 1, 1)
6 Input: (1, 0, 1) --> Output: (0, 1, 0)
7 Input: (1, 1, 0) --> Output: (1, 1, 1)
8 Input: (1, 1, 1) --> Output: (1, 1, 1)
```

همچنین دستورات زیر را نوشته ایم که بر اساس شبکهٔ طراحی شده و منطق گفته شده و با دریافت حالت کنونی و ورودی، مراحل پذیرش با رویت ۱۰۰ را نشان دهد:

```
\scriptstyle\rm I # Test the network with initial state A=O, B=O
2 network = ThreeInputThreeOutputNetwork()
4 # Define the initial state
5 A, B = 0, 0
7 while True:
      # Get the input C
      C = int(input("Enter input C (0 or 1): "))
      # Get the next state and acceptance
      D, E, F = network.predict([A, B, C])
      # Print the output
      print(f"Current state: ({A}, {B}), Input: {C} --> Next state: ({D}, {E}), Acceptance: {F}")
      # Update the current state
      A, B = D, E
18
      # Check if the acceptance is 1, and break the loop if it is
      if F == 1:
21
           print("Acceptance reached!")
```

break

نتیجهٔ یک نمونه از بیادهسازی بهصورت زیر است که مشاهده می شود کاملاً منطبق با خواست سوال است:

```
Enter input C (0 or 1): 0
2 Current state: (0, 0), Input: 0 --> Next state: (0, 0), Acceptance: 0
3 Enter input C (0 or 1): 1
4 Current state: (0, 0), Input: 1 --> Next state: (0, 1), Acceptance: 0
5 Enter input C (0 or 1): 1
6 Current state: (0, 1), Input: 1 --> Next state: (0, 1), Acceptance: 0
7 Enter input C (0 or 1): 0
8 Current state: (0, 1), Input: 0 --> Next state: (1, 0), Acceptance: 0
9 Enter input C (0 or 1): 0
Current state: (1, 0), Input: 0 --> Next state: (1, 1), Acceptance: 1
Acceptance reached!
```

این دستور را به یک صورت دیگر نیز پیادهسازی کردهایم:

```
# Take input from user
2 current_state = [int(x) for x in input("Enter current state A,B (separated by comma): ").split(',
3 C = int(input("Enter input C: "))
4 next_state = current_state.copy()
6 # Test the network for the given input
7 network = ThreeInputThreeOutputNetwork()
9 while True:
      D, E, F = network.predict([current_state[0], current_state[1], C])
      next_state[0], next_state[1] = D, E
     if F == 1:
          break
      current_state = next_state.copy()
14
      C = int(input("Enter input C: "))
17 # Print the final output
18 print(f"Current State: ({current_state[0]}, {current_state[1]}) --> Input: {C} --> Next State: ({
      next_state[0]}, {next_state[1]}) --> Acceptance: {F}")
21 # Take input from user
22 current_state = [int(x) for x in input("Enter current state A,B (separated by comma): ").split(',
      ')]
23 C = int(input("Enter input C: "))
24 next_state = current_state.copy()
26 # Test the network for the given input
27 network = ThreeInputThreeOutputNetwork()
```

```
29 # Flag variable to track if F=1 has occurred previously or not
30 f_occurred = False
32 while True:
      D, E, F = network.predict([current_state[0], current_state[1], C])
      next_state[0], next_state[1] = D, E
     if F == 1 and not f_occurred:
         f_occurred = True
          current_state = next_state.copy()
          C = int(input("Enter input C: "))
      \# Print output only if F=1 has occurred previously or F is not equal to 1
41
     if f_occurred or F != 1:
          print(f"Current State: ({current_state[0]}, {current_state[1]}) --> Input: {C} --> Next
      State: ({next_state[0]}, {next_state[1]}) --> Acceptance: {F}")
45
      if f_occurred:
          break
48 # Print the final output
49 print(f"Current State: ({current_state[0]}, {current_state[1]}) --> Input: {C} --> Next State: ({
     next_state[0]}, {next_state[1]}) --> Acceptance: {F}")
```

نتیجهٔ دو نمونه از پیادهسازی با استفاده از روش دیگر بهصورت زیر است که با منطق خواستهشده سازگار است:

```
Enter current state A,B (separated by comma): 0,0
2 Enter input C: 0
3 Enter input C: 1
4 Enter input C: 1
5 Enter input C: 0
6 Enter input C: 0
7 Current State: (1, 0) --> Input: 0 --> Next State: (1, 1) --> Acceptance: 1
10 Enter current state A,B (separated by comma): 1,1
Enter input C: 0
12 Current State: (1, 1) --> Input: 0 --> Next State: (1, 1) --> Acceptance: 1
13 Current State: (1, 1) --> Input: 0 --> Next State: (1, 1) --> Acceptance: 1
```

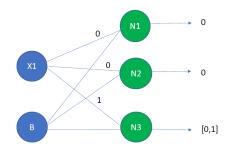
۵.۱ راه حل و نگاه دوم

ما برای حل این چالش دو منطق متفاوت را پیش بردیم که در ادامه با شرح مختصری راجب این ماشین دیدگاه خود را مطرح خواهیم کرد. با توجه به سوال مطرح شده که در آن شبیه سازی یک ماشین متناهی قطعی خواسته شده است ما به مطالعه و



شناخت این رفتار این ماشین پرداختیم و با توجه به درکی که از این ماشین به دست آمد تلاش کردیم که در نخست رفتار هر یک از حالتهای این ماشین را به صورت مجزا پیاده سازی کنیم که برای این کار از نورون Mcculloch-Pitts توسعه یافته بهره بردیم. در این سوال DFA به این صورت طراحی شده تا رشته 100 را دی یک دنباله از اعداد باینری را تشخیص دهد که در ادامه با توجه به ورودیهای ممکن حرکات هر حالت از این ماشین را نشان میدهیم. در بهر گیری از این ماشین رشته ورودی ما در ایتدا بر روی یک ابزار ذخیره سازی ذخیره می شود و با استفاده ار یک حد خواندن از یک سمت به صورت بیت به بیت خوانده شده و به حالتی که در ان قرار داریم اعمال میشود و این ماشین با توجه به رفتاری که برای آن تعریف شده و ورودی اعمال شده تصمیم گیری می کند. ما سه حالت مدنظر را با اعداد باینری شماره گذاری کرده ایم به این صورت که حالت اول (00) ، حالت دوم (01) و حالت سوم (10).

حالت او ل



شکل ۱۲: تصویر مربوط به حالت اول در نگاه دوم.

توابع حاصل شده از نورونها برای شبکه اول

$$N1 = X1.W1 + B = 0$$

$$N2 = X1.W2 + B = 0$$

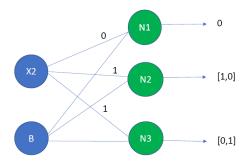
$$N3 = \begin{cases} 1 & ifX1 = 1 \Rightarrow X1.W3 + B \\ 0 & else \end{cases}$$

در این حالت به ازای هر ورودی صفر و یک دو حرکت وجود دارد که البته حالت پذیزش و یا عدم پذیرش آن هم مدنظر مي باشد. همانطور كه گفته شد رشته 100 با يك شروع مي شود پس تا لحظه ديدن يك در حالت اول مي مانيم و تنها با ديدن يك N1 به حالت بعدی می رویم (01). برای شبیه سازی این عملیات ما سه نورون در خروجی در نظر گرفته ایم که خروجی نورون حالت پذیرش و یا عدم پذیرش را مشخص می کند به این صورت که خروجی یک به معنای پذیرش و صفر به معنای عدم پذیرش میباشد و دو نورون N2 و N3 هر کدام یک بیت از شماره حات بعد را نمایش میدهند. V و نمایش که مقدار V



می باشد و همچنین روش مقایسه نورون ما NET == 0 می باشد. ما می دانیم که در حالت اول در هر صورت NET == 0ما با عدم پذیرش روبهرو هستیم به این دلیل که در ابتدا تنها یک بیت از رشته مد نظر ما دیده شده است پس در هر صورت خروجی نورون اول ما باید صفر باشد پس وزنها و بایاس را جوری درنظر گرفتیم که خروجی نورون اول صفر شود. نورونهای (N3, N2) قرار است با خروجی که تولید می کنند شماره حالت بعدی را نشان دهند.یس اگر بیت اول ورودی ما صفر بود که ما قرار است در همان حالت فعلی بمانیم (00) این به این معناست که نورونهای (N2, N3) باید صفر را تولید کنند. اما اگر بیت اول ورودی ما یک بود ما باید به حالت (01) برویم که در این صورت نورون N2 صفر می ماند و نورون N3 که بیت کم ارش را برای آن در نظر گرفته ایم یک می شود که در جدول و شکل نورون ها همهی حالت های ممکن درج شده است.

حالت دوم



شکل ۱۳: تصویر مربوط به حالت دوم در نگاه دوم.

توابع حاصل از نورونها برای شبکه دوم

$$N1 = X2.W1 + B = 0$$

$$N2 = \begin{cases} 1 & if X2 = 0 \Rightarrow X2.W2 + B \\ 0 & else \end{cases}$$

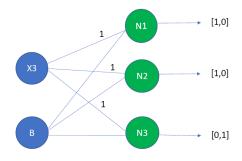
$$N3 = \begin{cases} 1 & if X2 = 1 \Rightarrow X2.W3 + B \\ 0 & else \end{cases}$$

توضیحات نورون N1 دقیقا مشابه حالت قبل است به این معنی که چون هنوز دنباله مورد نظر ما قطعا در این مرحله نمی تواند دیده شده باشد پس باید خروجی آن صفر در نظر گرفته شود.ما باید خود را کاملا در این حالت متصور باشیم به این معنی که به صورت منطقی ما اینگونه به این موضوع نگاه میکنیم که حتما یک را دیده ایم که اکنون در این حالت قرار داریم پس در صورت دیدن صفر که بیت دوم مورد نظر ما بعد از یک است باید به حالت بعد یعنی حالت سوم(10) برویم پس با توجه به این نکات اگر در این حالت صفر را دیدیم نورون N2 باید یک شود و نورون N3 باید صفر شود که نشان گر حالت سوم می باشد اما اگر ورودی

ما یک بود مه باید همچنان در حالت کنونی که (01) میباشد بمانبم که در این صورت نورون N2 صفر و نورون N3 باید یک شود که نمایان گر همان حالت فعلی است. (01).

لازم به ذکر است که این شبکه دارای bias و threshold یک است و روش مقایسه آن برای هر نورون متفاوت است.

حالت سوم



شکل ۱۴: تصویر مربوط به حالت سوم در نگاه دوم.

توابع حاصل از نورونها برای شبکه سوم

$$N1 = \begin{cases} 1 & if X3 = 0 \Rightarrow X3.W1 + B \\ 0 & else \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 & if X3 = 0 \Rightarrow X3.W2 + B \end{cases}$$

$$N2 = \begin{cases} 1 & if X3 = 0 \Rightarrow X3.W2 + E \\ 0 & else \end{cases}$$

$$for X3 = 0, 1 \Rightarrow X3.W3 + B = 1$$

نورون N1 در صورت دیده شدن صفر حالت پذیرش را یک میکند به این دلیل که با توجه به در این حالت قرار گرفتن میدانیم که حتما تا اینجای کار رشته (10) دیده شده است پس بادیدن یک صفر دیگر رشته مد نظر ما کاملا دیده شده.به همین ترتیب نورون های N2, N3 باید با دیدن صفر دیگر حالت نهایی را نمایش دهند که (11) میباشد پس باید هردو یک را تولید کنند و اما اگر بیت یک را دیدند هم حالت پذیرش باید صفر شود و هم حالت قبل را باید در خروجی نمایش دهند که در جدول دقیقا ذکر شده است. همچنین bias و threshold یک در نظر گرفته شده است.

N3	N2	N1	ورودى
١	١	١	•
١	٠	•	١

عالت سوم:

	N3	N2	N1	ورودى
>	•	١	•	•
	١	•	•	١

عالت دوم:

	N3	N2	N1	ورودى
>	•	•	•	•
	١	•	٠	١

حالت اول:



حالت اول					
ورودى	N1	N2	N3		
0	0	0	0		
1	0	0	1		
حالت دوم					
ورودى	N1	N2	N3		
0	0	1	0		
1	0	0	1		
حالت سوم					
ورودى	N1	N2	N3		
0	1	1	1		
1	0	0	1		