

## پرسش ۱. شبکه عصبی Mcculloch-Pitts

در این پرسش ابتدا با ماشین متناهی قطعی آشنا خواهید شد، سپس با پاسخ دادن به چند پرسش، شبکه‌ای عصبی برای آن طراحی خواهید کرد.

### ۱-۱. ماشین متناهی قطعی (DFA)

در بیانی ساده می‌توان ماشین متناهی قطعی<sup>۱</sup> را جعبه سیاهی<sup>۲</sup> فرض کرد که ورودی دریافت می‌کند و اگر متوجه الگویی خاص در ورودی‌ها شود آن را در خروجی اعلام می‌کند. برای این کار از مجموعه‌ای از حالت‌ها<sup>۳</sup> استفاده می‌کند تا الگوهای مشاهده شده را بتواند ذخیره کند.

یک ماشین متناهی قطعی به این شکل فرض کنید که در الفبای  $\{0,1\}$  بتواند با مشاهده حداقل یک بار ۱۰۰، پذیرش را انجام دهد. (بعد از مشاهده اولین ۱۰۰ در حالت پذیرش باقی بماند).

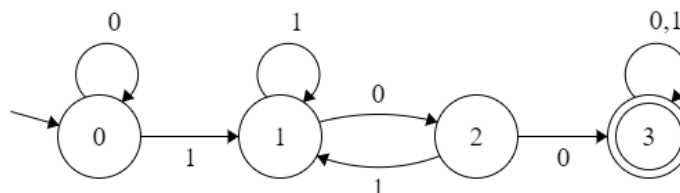
نمودار حالت‌های ماشین متناهی قطعی را به صورت شکل ۱ نمایش می‌دهند.

شماره داخل دایره، شماره حالت است.

اعداد روی یال، ورودی‌ای است که حالت کنونی توسط آن به حالت بعدی می‌رود.

از حالت شماره صفر شروع می‌شود.

اگر ورودی‌ها تمام شوند و در حالتی باشیم که حالت دو خط دارد (حالت سه)، ورودی مورد نظر توسط دستگاه تشخیص داده شده است. (پذیرفته شده است).



شکل ۱. نمودار حالت ماشین متناهی قطعی

<sup>۱</sup> DFA (Deterministic finite automaton)

<sup>۲</sup> Black Box

<sup>۳</sup> State

مثلا ورودی ۰۱۱۰۰۱ را در نظر بگیرید.

ابتدا در حالت صفر با ورودی صفر (۰۱۱۰۰۱) مجدد به حالت صفر می‌رویم.

سپس در حالت صفر با ورودی بعدی یک (۰۱۱۰۰۱) به حالت یک می‌رویم.

حال در حالت یک با ورودی یک (۰۱۱۰۰۱) مجدد به حالت یک برمی‌گردیم.

در حالت یک با ورودی صفر (۰۱۱۰۰۱) به حالت دوم می‌رویم.

در حالت دو با ورودی صفر (۰۱۱۰۰۱) به حالت سوم می‌رویم.

در حالت سه با ورودی یک (۰۱۱۰۰۱) به حالت سوم بازمی‌گردیم و چون ورودی‌ها تمام شده‌اند

و در حالت سه مانده‌ایم پس رشته ورودی پذیرفته شده و الگو توسط ماشین متناهی قطعی شناسایی شده است.

حال می‌توان جدول انتقال حالت‌های ممکن آن را به شکل زیر رسم کرد.

جدول ۱. جدول انتقال حالت ماشین متناهی قطعی

پذیرفتن	حالت بعدی	ورودی	حالت کنونی
۰	۰	۰	۰
۰	۱	۱	۰
۰	۲	۰	۱
۰	۱	۱	۱
۱	۳	۰	۲
۰	۱	۱	۲
۱	۳	۰	۳
۱	۳	۱	۳

به کمک نرون Mcculloch-Pitts توسعه یافته، DFA بیان شده را شبیه سازی نمایید به این صورت که حالت فعلی<sup>۱</sup> و ورودی DFA، هر دو به عنوان ورودی شبکه نرونی و حالت بعدی<sup>۲</sup> و اینکه حالت پذیرش

<sup>۱</sup> Current state

<sup>۲</sup> Next state

شده یا نشده (پذیرش ۱ و عدم پذیرش ۰) به عنوان خروجی شبکه نوروئی محسوب شوند. (سه نوروئ ورودی و سه نوروئ خروجی)

توجه کنید که شماره حالت‌ها، ورودی و پذیرش شدن یا نشدن حالت‌ها همگی دودویی (باینری) هستند. همچنین ترتیب زمانی انجام عملیات در این سوال مهم نیست. بنابراین نیازی به در نظر گرفتن تاخیر برای انجام عملیات نیست.

**الف)** جدول انتقال حالت DFA را به جدول حالت توضیح داده شده متناسب با شبکه نوروئ‌ها تبدیل کنید. (۱۰ نمره)

**ب)** شبکه هر خروجی را به صورت جداگانه، به همراه توضیحات مختصری، رسم نمایید. (۳۰ نمره)

برای این بخش دقت داشته باشید:

- نیازی به کد نویسی در این بخش نیست.
- حتماً سه شبکه جدا از هم رسم شود.
- شبکه‌ای که برای هر خروجی رسم می‌کنید تا حد ممکن دارای کم‌ترین تعداد نوروئ و کم‌ترین threshold باشد.
- تعداد نوروئ کم‌تر دارای اهمیت بالاتری نسبت به threshold کم‌تر است.
- Threshold ها اعداد صحیح باشند.
- تمام شبکه برای یک خروجی دارای threshold یکسان باشد.

**ج)** سه شبکه رسم شده در بخش قبلی را به صورت بهینه (با کم‌ترین نوروئ و threshold) و با threshold یکسان ادغام کرده و رسم نمایید. (۱۰ نمره)

**د)** با استفاده از زبان پایتون شبکه‌های طراحی شده در بخش (د) را پیاده‌سازی کرده و خروجی تمامی حالت‌ها به ازای تمامی ورودی‌ها را نمایش دهید. (۵۰ نمره)