دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق- گروه مهندسی کنترل

تمرین درس محاسبات نرم

در رشتهٔ مهندسی برق گرایش مهندسی کنترل

عنوان

تمرین کلاسی اول: بیشینه‌یابی با الگوریتم‌های مختلف

نگارش

محمدجواد احمدی

استاد درس

دکتر مهدی علیاری شوره‌دلی

آبان‌ماه ۱۴۰۱

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها

پاسخ سوالات

نکات قابل ذکر

کدهای متلب و پایتون مربوط به این سوال در پوشهٔ کدها قرار داده شده است. علاوه بر این برخی از نتایج در این گزارش قید شده است. دفترچه‌کد پایتون مربوط به این سوال در این پیوند قابل دسترسی است.

در این سوال قرار است بیشینهٔ تابع peaks را با استفاده از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات بیابیم.

$$z = f(x[۰], x[۱]) = f(x, y) = ۳(۱-x)^۲ e^{-x^۲-(y+۱)^۲} - ۱۰\left(\frac{x}{۵} - x^۳ - y^۵\right) e^{-x^۲-y^۲} - \frac{۱}{۳} e^{-(x+۱)^۲-y^۲} \quad (۱)$$

شبیه‌سازی (GA):

دستورات زیر در محیط پایتون برای هدف سوال نوشته شده‌اند:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import animation
from IPython.display import HTML
from IPython.display import clear_output
import time
import random
import math

```

```
# Function to be maximized
def peaks(x):
    return (3*(1-x[0])**2*math.exp(-(x[0]**2) - (x[1]+1)**2) - 10*(x[0]/5 - x[0]**3 - x[1]**5)*math.exp(-x[0]**2-x[1]**2) - 1/3*math.exp(-(x[0]+1)**2 - x[1]**2))

# Plot function
def plot_peaks():
    x = np.linspace(-3, 3, 100)
    y = np.linspace(-3, 3, 100)
    X, Y = np.meshgrid(x, y)
    Z = peaks([X, Y])
    fig = plt.figure(figsize=(10, 10))
    ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
    ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap='viridis', edgecolor='none')
    ax.set_title('Peaks Function')
    ax.set_xlabel('x')
    ax.set_ylabel('y')
    ax.set_zlabel('z')
    plt.show()

# Genetic Algorithm
class GA:
    def __init__(self, pop_size, num_parents, num_children, num_generations, num_genes, mutation_rate, mutation_step, x_range, y_range):
        self.pop_size = pop_size
        self.num_parents = num_parents
        self.num_children = num_children
        self.num_generations = num_generations
        self.num_genes = num_genes
        self.mutation_rate = mutation_rate
        self.mutation_step = mutation_step
        self.x_range = x_range
        self.y_range = y_range
```

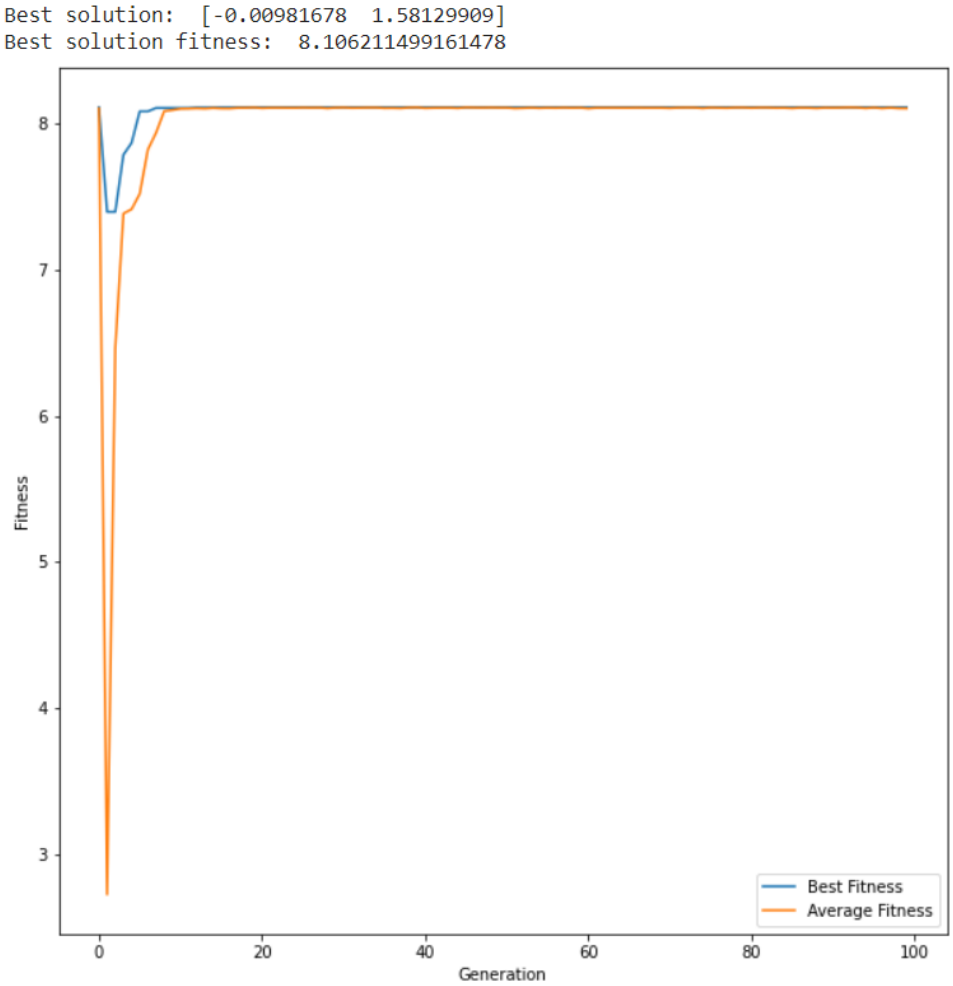
```
        self.population = np.random.uniform(-3, 3, (self.pop_size, self.
    num_genes))
        self.fitness = np.zeros(self.pop_size)
        self.best_fitness = 0
        self.best_individual = np.zeros(self.num_genes)
        self.best_fitness_history = np.zeros(self.num_generations)
        self.best_individual_history = np.zeros((self.num_generations, self.
    num_genes))
        self.avg_fitness_history = np.zeros(self.num_generations)
        self.avg_fitness = 0
        self.best_fitness_history[0] = self.best_fitness
        self.best_individual_history[0] = self.best_individual
        self.avg_fitness_history[0] = self.avg_fitness

    def fitness_function(self):
        for i in range(self.pop_size):
            self.fitness[i] = peaks(self.population[i])
        self.avg_fitness = np.mean(self.fitness)
        self.avg_fitness_history[0] = self.avg_fitness
        if np.max(self.fitness) > self.best_fitness:
            self.best_fitness = np.max(self.fitness)
            self.best_individual = self.population[np.argmax(self.fitness)]
        self.best_fitness_history[0] = self.best_fitness
        self.best_individual_history[0] = self.best_individual

    def selection(self):
        parents = np.zeros((self.num_parents, self.num_genes))
        for i in range(self.num_parents):
            max_fitness_idx = np.where(self.fitness == np.max(self.fitness))
            max_fitness_idx = max_fitness_idx[0][0]
            parents[i] = self.population[max_fitness_idx]
            self.fitness[max_fitness_idx] = -99999999999
        return parents

    def crossover(self, parents):
```

```
74          children = np.zeros((self.num_children, self.num_genes))
75          crossover_point = np.uint8(self.num_genes/2)
76          for i in range(self.num_children):
77              parent1_idx = i%self.num_parents
78              parent2_idx = (i+1)%self.num_parents
79              children[i, 0:crossover_point] = parents[parent1_idx, 0:
    crossover_point]
80              children[i, crossover_point:] = parents[parent2_idx,
    crossover_point:]
81          return children
82
83      def mutation(self, children):
84          for i in range(self.num_children):
85              if np.random.uniform(0, 1, 1) < self.mutation_rate:
86                  mutation_idx = np.random.randint(0, self.num_genes)
87                  children[i, mutation_idx] = children[i, mutation_idx] + np.
    random.uniform(-1*self.mutation_step, self.mutation_step, 1)
88          return children
89
90      def next_generation(self):
91          parents = self.selection()
92          children = self.crossover(parents)
93          children = self.mutation(children)
94          self.population[0:self.num_parents, :] = parents
95          self.population[self.num_parents:self.pop_size, :] = children
96
97      def run(self):
98          self.fitness_function()
99          for i in range(1, self.num_generations):
100             self.next_generation()
101             self.fitness_function()
102             self.best_fitness_history[i] = self.best_fitness
103             self.best_individual_history[i] = self.best_individual
104             self.avg_fitness_history[i] = self.avg_fitness
105
```

```
    def plot_fitness(self):
        fig = plt.figure(figsize=(10, 10))
        plt.plot(self.best_fitness_history, label='Best Fitness')
        plt.plot(self.avg_fitness_history, label='Average Fitness')
        plt.xlabel('Generation')
        plt.ylabel('Fitness')
        plt.legend()
        plt.show()

    def plot_best(self):
        plot_peaks()
        plt.scatter(np.asscalar(self.best_individual_history[:, 0], self.
    best_individual_history[:, 1], c='r', s=100))
        plt.show()

    def plot_best_3d(self):
        plot_peaks()
        fig = plt.figure(figsize=(10, 10))
        ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
        ax.scatter(self.best_individual_history[:, 0], self.
    best_individual_history[:, 1], self.best_fitness_history, c='r', s=100)
        plt.show()

    def plot_best_path(self):
        plot_peaks()
        plt.plot(self.best_individual_history[:, 0], self.
    best_individual_history[:, 1], c='r')
        plt.show()

    def plot_best_path_3d(self):
        plot_peaks()
        fig = plt.figure(figsize=(10, 10))
        ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
        ax.plot(self.best_individual_history[:, 0], self.
    best_individual_history[:, 1], self.best_fitness_history, c='r')
```

```
        plt.show()


ga = GA(pop_size=100, num_parents=20, num_children=80, num_generations=100,
    num_genes=2, mutation_rate=0.1, mutation_step=0.1, x_range=(-3, 3), y_range
    =(-3, 3))
ga.run()
print('Best solution: ', ga.best_individual)
print('Best solution fitness: ', ga.best_fitness)
ga.plot_fitness()
```

و نتیجه به صورتی است که در شکل ۱ آورده شده است. دستورات پایتون مربوط به این سوال، علاوه



شکل ۱: دستورات پایتون GA و نتایج آن‌ها.

بر پوشه‌های موجود در فایل فشرده در این پیوند نیز قابل دسترسی است.

شبیه‌سازی (PSO):

دستورات زیر در محیط پایتون برای هدف سوال نوشته شده‌اند:

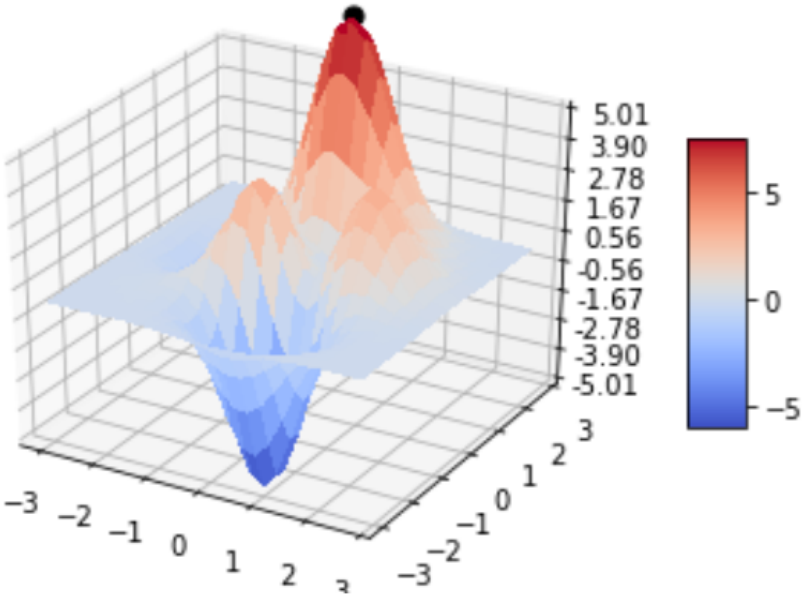
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
from matplotlib.ticker import LinearLocator, FormatStrFormatter

# Function to be optimized
def peaks(x, y):
    return 3*(1-x)**2*np.exp(-(x**2) - (y+1)**2) - 10*(x/5 - x**3 - y**5)*np.exp(-x**2-y**2) - 1/3*np.exp(-(x+1)**2 - y**2)

# Particle swarm optimization (PSO) algorithm
class PSO:
    def __init__(self, x_min, x_max, y_min, y_max, n_particles, n_iterations, w, c1, c2):
        self.x_min = x_min
        self.x_max = x_max
        self.y_min = y_min
        self.y_max = y_max
        self.n_particles = n_particles
        self.n_iterations = n_iterations
        self.w = w
        self.c1 = c1
        self.c2 = c2
        self.x = np.random.uniform(x_min, x_max, (n_particles, 2))
        self.v = np.random.uniform(-1, 1, (n_particles, 2))
        self.p = self.x
        self.p_best = self.x
        self.g_best = self.x[np.argmax([peaks(x[0], x[1]) for x in self.x])]

    def optimize(self):
        for i in range(self.n_iterations):
```

```
            for j in range(self.n_particles):
                if peaks(self.p[j][0], self.p[j][1]) > peaks(self.p_best[j][0], self.p_best[j][1]):
                    self.p_best[j] = self.p[j]
                if peaks(self.p_best[j][0], self.p_best[j][1]) > peaks(self.g_best[0], self.g_best[1]):
                    self.g_best = self.p_best[j]
            self.v = self.w*self.v + self.c1*np.random.uniform(0, 1, (self.n_particles, 2))*(self.p_best - self.x) + self.c2*np.random.uniform(0, 1, (self.n_particles, 2))*(self.g_best - self.x)
            self.x = self.x + self.v
            self.p = self.x
        return self.g_best

# Run PSO algorithm
pso = PSO(-3, 3, -3, 3, 100, 1000, 0.9, 2, 2)
print('Best solution: ', pso.optimize())
print('Best solution fitness: ', peaks(pso.g_best[0], pso.g_best[1]))

# Plot function with maximum
fig = plt.figure()
ax = fig.gca(projection='3d')
X = np.arange(-3, 3, 0.25)
Y = np.arange(-3, 3, 0.25)
X, Y = np.meshgrid(X, Y)
Z = peaks(X, Y)
surf = ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap=cm.coolwarm, linewidth=0, antialiased=False)
ax.set_zlim(-5.01, 5.01)
ax.zaxis.set_major_locator(LinearLocator(10))
ax.zaxis.set_major_formatter(FormatStrFormatter('%.02f'))
fig.colorbar(surf, shrink=0.5, aspect=5)
ax.scatter(pso.g_best[0], pso.g_best[1], peaks(pso.g_best[0], pso.g_best[1]), c='k', marker='o', s=50)
plt.show()
```

```
# print(pso.x)
# print(pso.v)
# print(pso.p)
# print(pso.p_best)
# print(pso.g_best)
```

و نتیجه به صورتی است که در شکل ۲ آورده شده است. نقطهٔ بیشینه روی نمودار تابع با نقطهٔ سیاه نشان داده شده است. دستورات پایتون مربوط به این سوال، علاوه بر پوشه‌های موجود در فایل فشرده در

```
Best solution:  [-0.01816957  1.58311171]
Best solution fitness:  8.105517817706277
```



شکل ۲: دستورات پایتون PSO و نتایج آن‌ها.

این پیوند نیز قابل دسترسی است.