



تمرین هفتم - بخش اول

شماره دانشجویی: ۹۸۱۰۱۰۷۴

محمدجواد هزاره

سوال ۱

برای مدل سازی سه حالت زیر را در نظر می گیریم. با توجه به تقارن، هر حالت دیگری را می توان به شکل یکی از این سه حالت در نظر گرفت. G نشان دهنده مکان روح و P مکان پک من را نشان می دهد.

G	
	P

 (s_1)

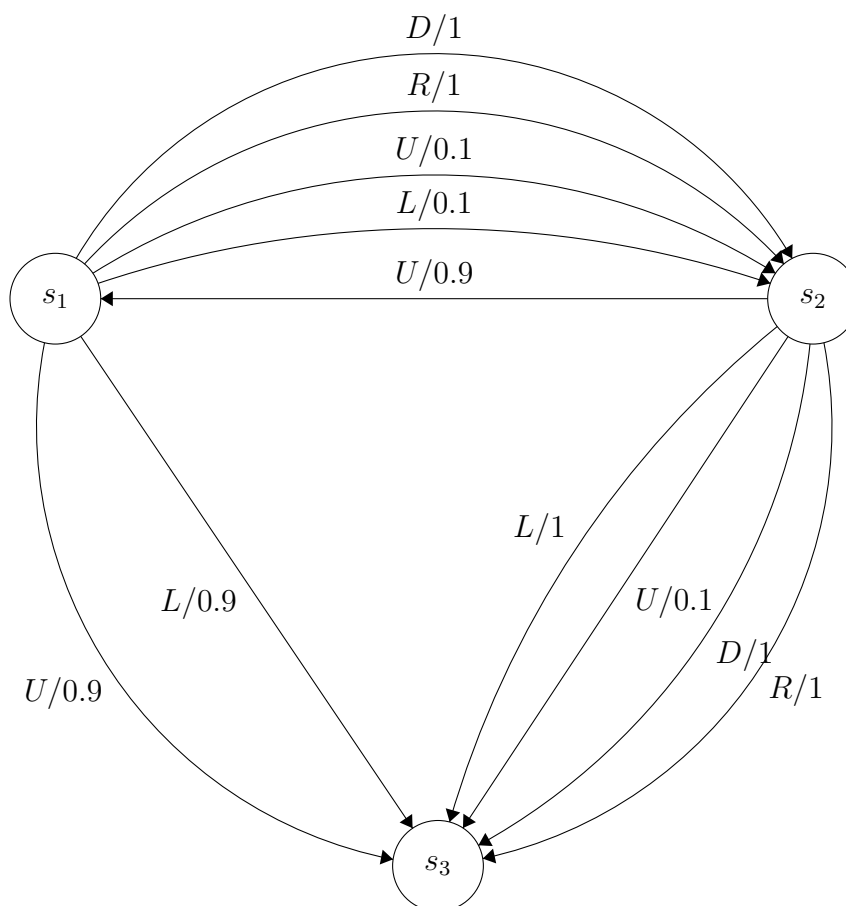
G	P

 (s_2)

	G P

 (s_3)

اگر فرض کنیم روح همواره به نحوی حرکت خواهد کرد که فاصله اش را با پک من کم کند، آنگاه برای مدل سازی مسئله خواهیم داشت: (برای هر یال، حرکت پک من و بلافاصله بهترین حرکت روح در نظر گرفته شده است). $reward$ مربوط به یال های منتهی به s_1 و s_2 برابر با ۱ و سایر یال ها ۰ خواهد بود.



(آ) اگر داشته باشیم $x \in \{D, R\}$ ، $y \in \{U, L\}$ ، $z \in \{U\}$ و $w \in \{D, L, R\}$ ، با توجه به گراف مسئله، ارزش سیاست ما نه به خود اکشن‌ها بلکه به دسته‌ای که اکشن را از آن انتخاب می‌کنیم بستگی خواهد داشت. حال سیاست زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\pi^* = \begin{cases} s_1 \rightarrow x \\ s_2 \rightarrow z \end{cases}$$

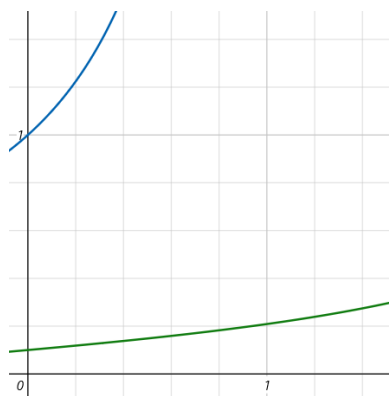
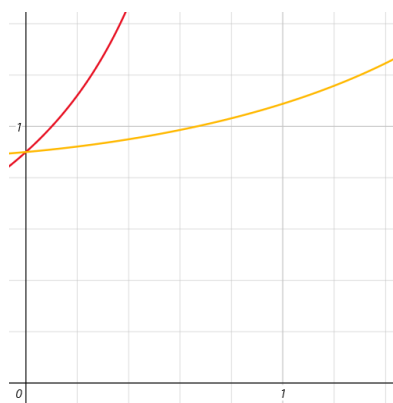
حالت s_3 نیز کنشی نخواهد داشت. ادعا می‌کنیم این سیاست خواسته‌ی مسئله را برآورده می‌کند. به عبارتی به ازای هر سیاست π ، خواهیم داشت $\pi^* \geq \pi$. با توجه به تعریفی که برای x, y, w و z داشتیم، سه حالت دیگر برای π باقی می‌ماند که به صورت زیر هستند:

$$\pi_1 = \begin{cases} s_1 \rightarrow x \\ s_2 \rightarrow w \end{cases} \quad \pi_2 = \begin{cases} s_1 \rightarrow y \\ s_2 \rightarrow z \end{cases} \quad \pi_3 = \begin{cases} s_1 \rightarrow y \\ s_2 \rightarrow w \end{cases}$$

با حل معادلات تابع ارزش برای هر یک از این سیاست‌ها خواهیم داشت:

$$V^{\pi^*} = \begin{bmatrix} \frac{1+0.9\gamma}{1-0.9\gamma^2} \\ 0.9\frac{1+\gamma}{1-0.9\gamma^2} \end{bmatrix} \quad V^{\pi_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V^{\pi_2} = \begin{bmatrix} 0.1\frac{1+0.9\gamma}{1-0.9\gamma^2} \\ 0.9\frac{1+0.1\gamma}{1-0.9\gamma^2} \end{bmatrix} \quad V^{\pi_3} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

که اگر γ عددی مثبت و کوچک‌تر از 1 باشد، مشخص است که π^* از π_1 و π_3 بهتر است. همچنین از π_2 بهتر خواهد بود که برای اثبات آن می‌توان به نمودارهای زیر دقت کرد: $(0.1\frac{1+0.9\gamma}{1-0.9\gamma^2}, \frac{1+0.9\gamma}{1-0.9\gamma^2}, 0.9\frac{1+0.1\gamma}{1-0.9\gamma^2}, 0.9\frac{1+\gamma}{1-0.9\gamma^2})$



(ب) با توجه به قسمت قبل، سیاست زیر خواسته‌ی مسئله را برآورده می‌کند:

$$\pi_{\text{det}}^* = \begin{cases} s_1 \rightarrow D \\ s_2 \rightarrow U \end{cases}$$