هوش مصنوعی

نیم‌سال اول ۰۱-۰۰

مدرس: دکتر محمدحسین رهبان

دانشکده مهندسی کامپیوتر

تمرین دوم ـ بخش اول

محمدجواد هزاره

شماره دانشجویی: ۹۸۱۰۱۰۷۴

سوال ۱

اگر تابع هیوریستیکی به صورت

$$h(s) = d(s)_M + c$$

که $d(s)_M$ جمع فاصله منهتنی کاشی‌ها تا مکان درست آن‌ها و c ثابت مثبتی است، آن‌گاه خواسته‌ی مسئله برقرار می‌شود. این هیوریستیک در بعضی مواقع هزینه‌ی بیش‌تری را پیش‌بینی می‌کند ولی در نهایت به هدفی می‌رسد که نهایتا c واحد با هدف بهینه فاصله خواهد داشت.

به طور کلی می‌توان اثبات کرد که اگر تابع هیوریستیکی داشته باشیم که نهایتا c واحد از h^* بیش‌تر پیش‌بینی کند، به هدفی می‌رسیم که نهایتا c واحد با هدف بهینه فاصله خواهد داشت.

اثبات. برای اثبات از برهان خلف استفاده می‌کنیم؛ فرض کنیم A^* را با استفاده از هیوریستیک $\bar{h}$ اجرا کرده‌ایم که به ازای هر حالت s برای آن داریم $\bar{h}(s) \leq h^*(s) + c$. حال فرض کنیم جواب اجرای این الگوریتم خواسته‌ی ما را برآورده نمی‌کند، یا به عبارتی هدفی که این الگوریتم به آن می‌رسد بیش‌تر از c واحد با هدف بهینه فاصله دارد. اگر این الگوریتم هدف G_1 را باز کرده باشد، داریم $g(G_1) > g^* + c$ که g^* هزینه‌ی رسیدن به هدف بهینه است. بنابراین برای $f(G_1)$ داریم:

$$\begin{aligned} f(G_1) &= g(G_1) + \bar{h}(G_1) \\ &\geq g(G_1) \\ &> g^* + c \end{aligned}$$

فرض کنیم هدف بهینه G_2 بوده که طبیعتا باز نشده است و هم‌چنین به fringe نیز اضافه نشده است. بنابراین در مسیر ریشه به G_2، آخرین راسی که باز نشده و به fringe اضافه شده است را در نظر می‌گیریم و این راس را با n نشان می‌دهیم. برای این راس داریم:

$$\begin{aligned} f(n) &= g(n) + \bar{h}(n) \\ &= \big(g^* - h^*(n)\big) + \bar{h}(n) \\ &\leq g^* + c && (\bar{h}(s) \leq h^*(s) + c) \end{aligned}$$

که در خط دوم از این حقیقت استفاده شده که n در مسیر ریشه به G_2 قرار دارد. بنابراین با توجه به $f(G_1)$

خواهیم داشت که $f(n) < f(G_1)$ و این با باز شدن G_1 در تناقض است چرا که نخست راسی باز می‌شود که f کم‌تری داشته باشد. بنابراین فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $\square$