



تمرین سوم - بخش اول

شماره دانشجویی: ۹۸۱۰۱۰۷۴

محمدجواد هزاره

سوال ۱

(آ) اگر شدت باد زیاد را با ۲ و شدت باد کم را با ۱ نشان دهیم و همچنین نگاشت زیر را برای دامنه‌ی متغیرها در نظر بگیریم

$$\begin{cases} \text{زندان} & = 0 \\ \text{خروج} & = 1 \\ \text{چاه} & = 2 \end{cases}$$

آنگاه مشاهدات پرهام را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \max(x_1, x_2) = 1 \\ \max(x_2, x_3) = 1 \\ \max(x_3, x_4) = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \max(x_4, x_5) = 2 \\ \max(x_5, x_6) = 2 \\ \max(x_6, x_1) = 2 \end{cases}$$

همچنین از آنجایی که هیچ دو در خروجی در کنار یکدیگر قرار ندارند باید داشته باشیم:

$$(x_i, x_j) \in S \times S - \{(1, 1)\}$$

$$.j = (i + 1) \bmod 6 \text{ و } S = \{0, 1, 2\} \text{ که}$$

(ب) با توجه به قیدهای قسمت (آ) داریم:

x_6	x_5			x_4			x_3			x_2			x_1		
۱	۲	۱	۰	۲	۱	۰	۲	۱	۰	۲	۱	۰	۲	۱	۰
۱	۲			۲	۱	۰	۲	۱	۰	۲	۱	۰	۲		

(پ) با توجه به جدول داده شده و MRV، باید متغیرهای x_4 و x_6 برای مقداردهی انتخاب شوند.

ت) با توجه به قیود مسئله مقداردهی‌های زیر راه‌حل‌های ممکن برای برچست‌گذاری درها خواهد بود:

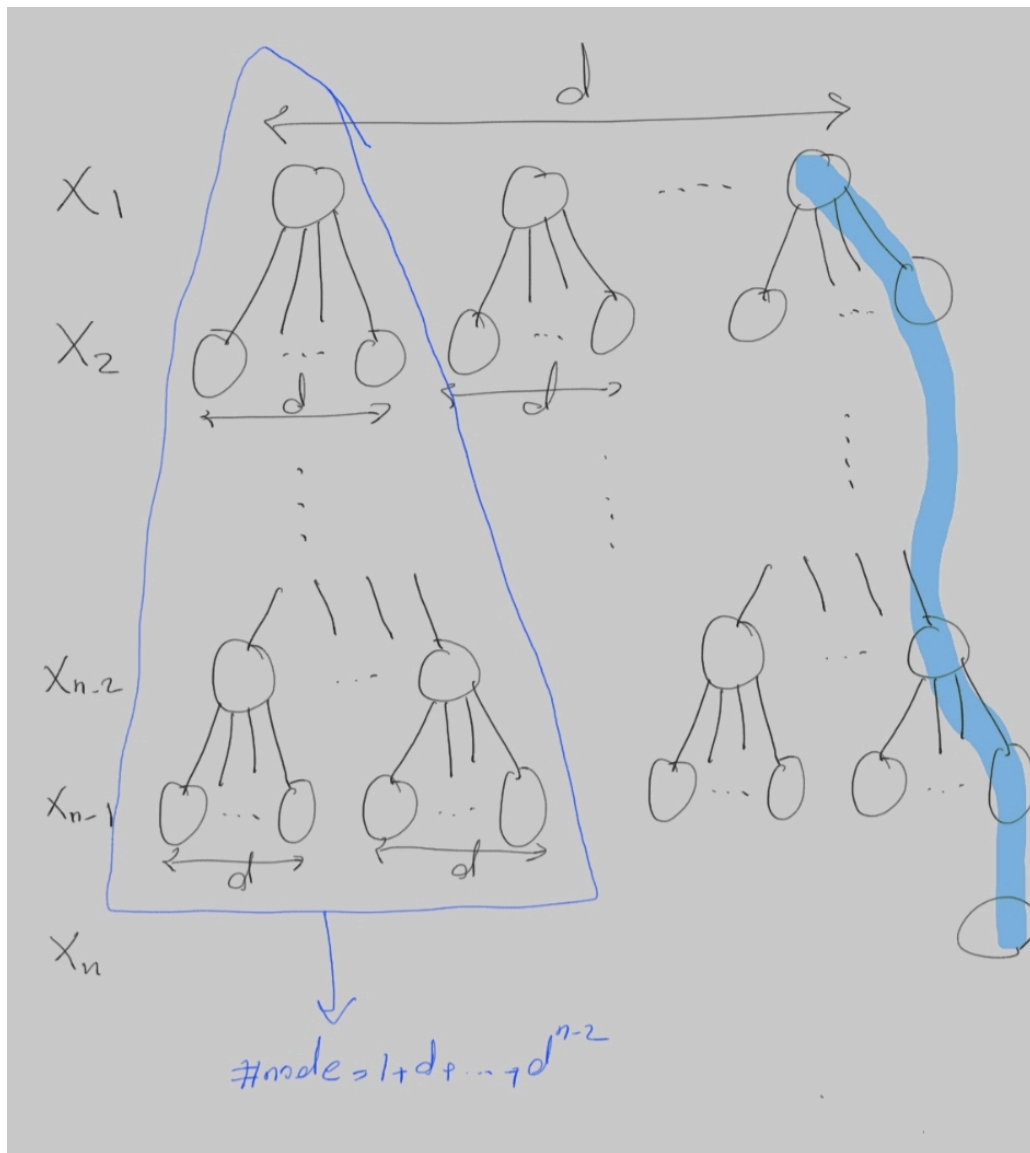
$$\begin{cases} x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 2, x_5 = 0, x_6 = 2 \\ x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 2 \end{cases}$$

ث) می‌دانیم اگر گراف قیود ساختاری درختی داشته باشد، حل مسئله در زمان چندجمله‌ای میسر است. اما در این مسئله گراف قیود یک دور با n راس خواهد بود. با حذف کردن یک راس از این گراف، به ساختار درختی رسیده و می‌توان مسئله را در زمان چند جمله‌ای حل کرد. پس یک راس مثلاً راس x_1 را انتخاب کرده و به ازای هر مقدار آن، نخست مقادیر غیرقابل قبول برای سایر متغیرها را حذف کرده و مسئله را حل می‌کنیم. به ازای هر مقدار x_1 یک بار باید مسئله را با ساختار درختی حل کنیم و از آنجا که می‌دانیم حل مسئله‌ای که ساختار درختی دارد از $O(nd^2)$ خواهد بود، بنابراین هر اجرای الگوریتم از $O((n-1)d^2)$ خواهد بود که به تعداد مقادیر x_1 باید این کار را انجام داد، یعنی d بار. بنابراین اجرای کل الگوریتم بیان شده $O(d \times (n-1)d^2) = O(nd^3)$ زمان خواهد گرفت.

ج) فرض کنیم ترتیب مقداردهی به متغیرها همان ترتیب x_1, x_2, \dots, x_n باشد. همچنین به منظور این که بیش‌ترین بازگشت را داشته باشیم فرض می‌کنیم تنها راه‌حل مسئله، مقداردهی به متغیرها با آخرین مقدار دامنه است. (فرض کنیم دامنه را از چپ به راست پیمایش می‌کنیم، پس تنها راه‌حل مسئله مسیر ریشه به سمت راست‌ترین برگ خواهد بود.) با این ملاحظات به ازای تمام راس‌های درخت جست‌وجو غیر از راس‌های مسیر راه‌حل، یک بار بازگشت خواهیم داشت و این یعنی (به شکل ۱ توجه شود.)

$$d \times (1 + d + d^2 + \dots + d^{n-2}) - (n-1) = \frac{d^n - d}{d-1} - n + 1$$

بازگشت خواهیم داشت.



شکل ۱: حداکثر تعداد بازگشت