



تمرین پنجم - بخش اول

شماره دانشجویی: ۹۸۱۰۱۰۷۴

محمدجواد هزاره

سوال ۱

برای تعریف HMM نیاز به توزیع احتمال حالات اولیه، Transitions و Emissions داریم. با توجه به این که هر حالت k مقدار مختلف می تواند بگیرد، با مشخص کردن $k - 1$ احتمال برای مقادیر می توان توزیع احتمال اولیه را شناخت. برای مشخص شدن Transitions باید $\mathbb{P}\{S_t | S_{t-1}\}$ را مشخص کنیم که برای یک مقدار مشخص برای S_{t-1} ، باید $k - 1$ احتمال برای مقادیر S_t را مشخص کنیم؛ بنابراین در مجموع برای مشخص کردن Transitions به $k(k - 1)$ پارامتر نیاز داریم. برای مشخص کردن Emissions نیز باید $\mathbb{P}\{O | S\}$ را مشخص کنیم که برای یک مقدار مشخص از S ، به $m - 1$ احتمال برای مقادیر مختلف O نیاز داریم. بنابراین در مجموع برای Emissions نیز $k(m - 1)$ پارامتر نیاز داریم. پس در کل به $k^2 + km - k + 1$ پارامتر نیاز خواهیم داشت.

(آ) برای محاسبه ی احتمال خواسته شده به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\mathbb{P}(O_1=0, O_2=1, O_3=0) = \mathbb{P}(S_3=A, O_1=0, O_2=1, O_3=0) + \mathbb{P}(S_3=B, O_1=0, O_2=1, O_3=0) \quad (*)$$

برای حساب کردن احتمال های جدید نیز می توان از روش forward استفاده کرد. داریم:

$$\mathbb{P}(S_3=A, O_1=0, O_2=1, O_3=0) = \mathbb{P}(O_3=0 | S_3=A) \sum_s \mathbb{P}(S_3=A | S_2=s) \mathbb{P}(S_2=s, O_1=0, O_2=1) \quad (*)$$

برای محاسبه ی عبارت داخل پرانتز نیز خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{P}(S_2=A, O_1=0, O_2=1) = \mathbb{P}(O_2=1 | S_2=A) \sum_s \mathbb{P}(S_2=A | S_1=s) \mathbb{P}(S_1=s, O_1=0) \\ \quad = 0.2(0.99 \times 0.8 \times 0.99 + 0.01 \times 0.1 \times 0.01) \approx 0.157 \\ \mathbb{P}(S_2=B, O_1=0, O_2=1) = \mathbb{P}(O_2=1 | S_2=B) \sum_s \mathbb{P}(S_2=B | S_1=s) \mathbb{P}(S_1=s, O_1=0) \\ \quad = 0.9(0.01 \times 0.8 \times 0.99 + 0.99 \times 0.1 \times 0.01) \approx 0.008 \end{array} \right.$$

بنابراین برای (*) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(S_3=A, O_1=0, O_2=1, O_3=0) &= \mathbb{P}(O_3=0 | S_3=A) \sum_s \mathbb{P}(S_3=A | S_2=s) \mathbb{P}(S_2=s, O_1=0, O_2=1) \\ &= 0.8(0.99 \times 0.157 + 0.01 \times 0.008) \\ &\approx 0.124\end{aligned}$$

به طور مشابه داریم:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(S_3=B, O_1=0, O_2=1, O_3=0) &= \mathbb{P}(O_3=0 | S_3=B) \sum_s \mathbb{P}(S_3=B | S_2=s) \mathbb{P}(S_2=s, O_1=0, O_2=1) \\ &= 0.1(0.1 \times 0.157 + 0.99 \times 0.008) \\ &\approx 0.002\end{aligned}$$

بنابراین برای (*) خواهیم داشت:

$$\mathbb{P}(O_1=0, O_2=1, O_3=0) \approx 0.126 \quad (.)$$

(ب)

(ج)