

سوال اول

برای پاسخ به سوال از ساب ماژول انتگرال گیری در ماژول `scipy` استفاده شده است. همچنین با توجه به اینکه در صورت مسئله گام حل عددی بیان شده است، از روش - تابع `scipy.integrate.quad` برای انتگرال گیری استفاده شده است. برای مقایسه با روش های حل بهینه گام متغیر، انتگرال گیری با روش - تابع `scipy.integrate.simpson` نیز انجام شده است.

روش کار کلی نیز در این برنامه به این صورت است که تابعی که قصد انتگرال گیری داریم، با `def` و با نام `sin2x(x)` تعریف شده است که در خروجی `sin(x*x)` را برمی گرداند. همچنین بازه انتگرال گیری توسط `a = -3` و `b = 4` و گام حرکت توسط `step = 1/200` عملاً بعنوان ورودی تعریف شده اند. نهایتاً انتگرال گیری توسط توابع `integrate.simpson()` برای گام حرکتی ثابت و `integrate.quad()` برای گام حرکتی متغیر بصورت عددی محاسبه می شود و در خروجی برنامه نتایج به شرح زیر چاپ می شوند:

```
Integration with fixed step size - Simpson approach: 1.520696364204743
Integration with variable step size - Quad approach: (1.5206963715418835, 3.631605848744416e-09)
```

روش کواد خروجی دقیق تری می دهد. همچنین عبارت بسیار کوچک دوم در خروجی کواد، خطای محاسبه است.

سوال دوم

روش حل بسیار ساده است. عدد n توسط تابع $\text{isPrime}(n)$ گرفته می‌شود. این عدد بر تمام اعداد کمتر از خودش تقسیم می‌شود. اگر باقیمانده برابر ۰ بود، در حافظه شمارنده ۱ واحد بیشتر می‌شود. همچنین این عدد کمتر هم در یک آرایه ذخیره می‌شود. عدد اول عددی است که فقط بر ۱ و خودش بخش پذیر بصورت کامل است. پس اگر شمارنده ۲ باشد (پس از انجام همه تقسیم ها با کمک حلقه)، آن عدد اول است اما اگر شمارنده ۲ نباشد، آن عدد اول نیست.

خروجی تابع نیز یک متغیر Boolean است که برای اعداد ورودی اول مقدار True و برای اعداد ورودی غیراول مقدار False را صادر می‌کند. همچنین با یک تابع پرینت، اگر عددی اول نباشد، چاپ می‌کند که این عدد ب چه اعدادی بصورت کامل تقسیم پذیر بوده و عملاً توجیه غیراول بودن آن را نشان می‌دهد. خروجی بررسی عملکرد تابع بصورت زیر است.

```
>>>
RESTART: D:\Javad\Books\University Books\Image Processing\Home works\HW0_98126079\codes\question 2\HW0_q2_Zallaghi_98126079.py
2 is a prime number!

4 is not a prime number!
see below:
[1, 2, 4] : list of perfect devidable numbers...

7 is a prime number!

8 is not a prime number!
see below:
[1, 2, 4, 8] : list of perfect devidable numbers...

11 is a prime number!

24 is not a prime number!
see below:
[1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24] : list of perfect devidable numbers...

Printing bool value returned by isPrime() for upper subjects
True False True False True False
```

سوال سوم

۱ - تابع ریاضی نگاشت

$$x \in [a, b] \text{ and } x' \in [0, 255]$$

$$x' = \left\lfloor \frac{\text{abs}(255 - 0)}{\text{abs}(b - a)} \times (x - a) \right\rfloor$$

۲ - پیاده‌سازی در پایتون

تابع `convertor(inputArray)` در برنامه برای پیاده‌سازی قسمت قبل نوشته شده است. در این برنامه با توابع `amin()` و `amax()` از ماژول `numpy` عملاً `a` و `b` را از ورودی تعیین می‌کنیم. سپس یک تابع اسکالر `mapper(x)` نوشته شده که مقدار `xprime` را تعیین می‌کند. نهایتاً با تابع `np.vectorize()`، تابع اسکالر را به برداری تبدیل کردیم تا براحتی روی تمام عناصر آرایه ورودی اعمال کنیم و در خروجی آرایه عملاً با دیتاتایپ `uint8` ست می‌شود. همچنین کامنت‌ها در برنامه عملکرد آن را مشخص کرده‌اند.

۳- نمایش تصویر ایجاد شده از ورودی تصادفی

با تابع `np.random.uniform()` یک آرایه `۳` بعدی با ابعاد `۵۰*۴۰*۳` و در بازه `-۳,۲` تا `۹,۳` بصورت رندوم در کد ایجاد می‌شود. سپس این آرایه را به تابع `convertor()` می‌دهیم تا تمام اعضای آن به استاندارد `uint8` بصورت `۰-۲۵۵` نگاشت شوند. سپس با تابع `cv2.imwrite()` با آرایه استاندارد شده یک تصویر دیجیتالی `RGB` ایجاد می‌کنیم. نهایتاً با توابع `imshow()` و `waitKey()` نیز آن را نمایش می‌دهیم. این تصویر بصورت زیر است:



ابعاد کوچک تصویر بخاطر رزولوشن پایین آن است که در متن سوال خواسته شده است.

سوال چهارم

تابع `polDerCoefVec(coeffVec)` تعریف شده است تا با گرفتن شی ضرایب چندجمله‌ای بصورت `numpy`، ضرایب مشتق چندجمله‌ای را بصورت `outPut[i] = (rank-i) * coeffVec[i]` محاسبه نماید و خروجی بدهد. توجه داریم مرتبه چند جمله‌ای ورودی توسط چندجمله‌ای و با تابع `size()` از ماژول `numpy` محاسبه می‌شود. سپس یک سهمی با ضرایب `[1,2,-5]` تعریف می‌شود و به تابع تعریف شده داده می‌شود تا ضرایب مشتق آن که عملاً معادله خط می‌شود را بدهد. سپس در دامنه دلخواه و با تابع `np.polyval()` مقدار چند جمله‌ای و مشتق آن را محاسبه و ذخیره کردیم. سپس نتایج را با رعایت موارد خواسته شده برای چاپ نمودار نتایج با ماژول `matplotlib` ترسیم کردیم. خروجی نمودار بصورت زیر می‌شود:

