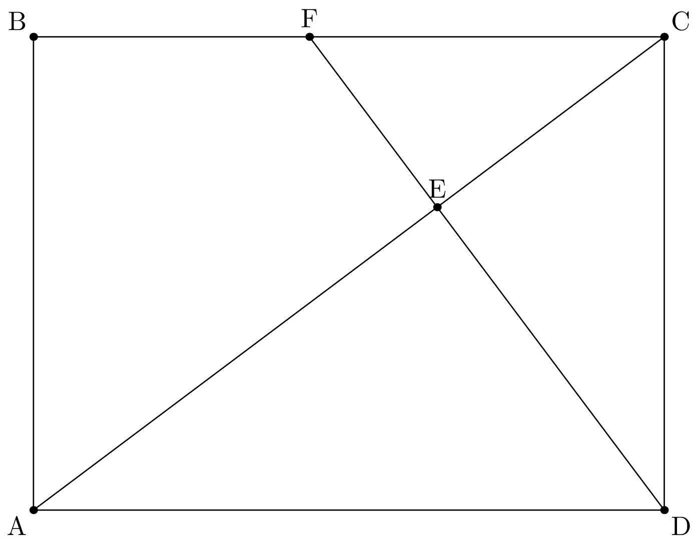
1 Opgave 1

Et rektangel $ABCD$ er givet. Vinkelret på diagonalen AC tegnes en linje gennem D, som skærer diagonalen i punktet E og som skærer siden BC i punktet F.



Det er givet, at arealet af trekant $CEF = 2$ og arealet af trekant $CED = 3$. Bestem arealet af firkanten $ABFE$.

1.1 Løsning

Trekanterne FCE og DAE er ensvinklede. Der gælder derfor

$$\frac{|AE|}{|DE|} = \frac{|EC|}{|EF|}$$

Dette omskrives til

$$\frac{|AE|}{|EC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$$

Den venstre brøk forlænges med $\frac{1}{2}|DE|$ og den højre brøk forlænges med $\frac{1}{2}|CE|$. Det giver

$$\frac{\frac{1}{2}|DE||AE|}{\frac{1}{2}|DE||EC|} = \frac{\frac{1}{2}|CE||DE|}{\frac{1}{2}|CE||EF|}$$

hvoraf følger følgende sammenhæng mellem arealerne af trekanter.

$$\frac{\triangle ADE}{\triangle CDE} = \frac{\triangle CDE}{\triangle CEF}$$

Med andre ord:

$$\triangle ADE = \frac{(\triangle CDE)^2}{\triangle CEF}$$

Det sidste regnestykke er:

$$\begin{aligned}
\Box ABFE &= \triangle ABC - \triangle CEF \\
&= \triangle ACD - \triangle CEF \\
&= \triangle ADE + \triangle CDE - \triangle CEF \\
&= \frac{(\triangle CDE)^2}{\triangle CEF} + \triangle CDE - \triangle CEF
\end{aligned}$$

Heri indsættes de angive talværdier:

$$\Box ABFE = \frac{3^2}{2} + 3 - 2 = \frac{11}{2}$$