Tous chercheurs

Math en Djellaba

Lycée El Malak

Lycée International A.Dumas - Alger

GROUPE SCOLAIRE PRIVE LES GLYCINES

Société des Mathématiques d'Algerie

Sujet 1: *la chasse à l'ours*

Question posée :

Siad est un chasseur d'animaux sauvages au profit du zoo de Jijel. Il est parti dans un pays où il pouvait se procurer un ours.

Il a réussi à en mettre un en cage. Il repart à la chasse et parcourt 1km plein sud, 1km plein Est et enfin 1km plein nord.

A sa grande stupeur, il se retrouve devant la cage de l'ours qu'il l'a attrapé.

Quelle est la couleur de l'ours ?

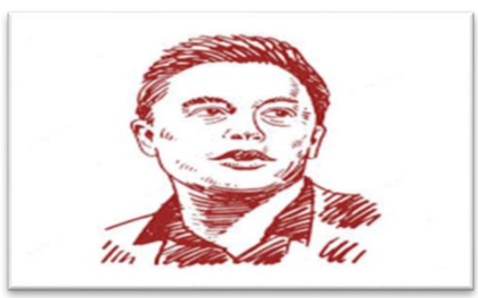
Si vous résolvez cette énigme, vous pouvez répondre à la question suivante : quelle ville peut être un coin de carré avec Alger ?

Sommaire :

1-Introduction :

Depuis l’avènement des bateaux à vapeur, la place de la géographie dans les domaines militaires, économiques et de transport n’a fait que croitre.

Plus particulièrement, les problèmes à dimension géographique nécessitent une compréhension profonde de la géométrie sphérique, qui elle, est beaucoup plus complexe que la géométrie euclidienne.

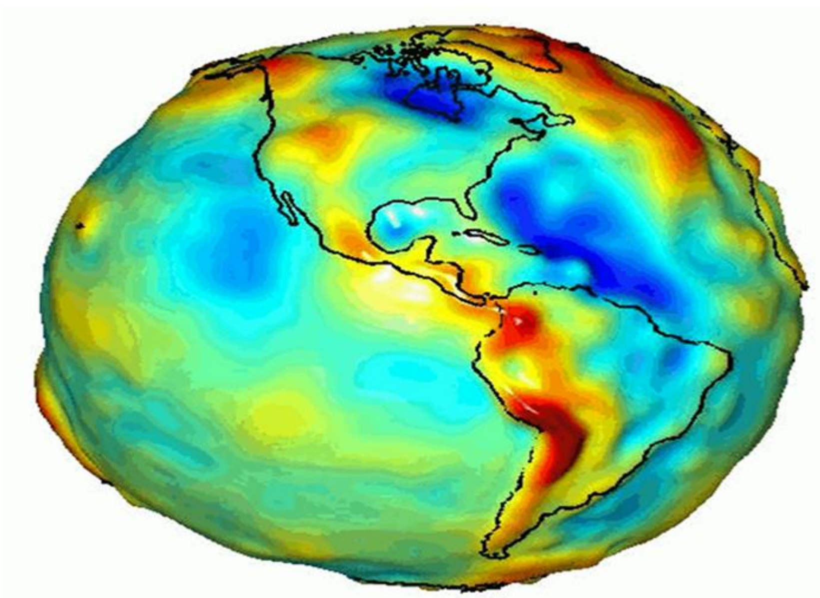


Ce problème a d’abord été pose par Elon Musk, fondateur de Tesla Motors et de Spacex, le plus souvent lors des entretiens d’embauche

2-Données et notions

2.1-Conséderations de base :

- Durant tous les calculs et réflexions, on considère que la terre est une sphère parfaite, de ce fait les résultats peuvent présenter une marge d'erreur qui heureusement est inférieur à 0.5%.



Déformations de la surface de la terre.

(Accentuées)

Les points à l'OUEST du méridien de Greenwich ont pour longitudes des valeurs positives.

2.2 Données et unités employées.

- Distances : Kilomètre km
- Angles : Degrés décimaux °

  Degrés minutes secondes

  X y' z''

Données et notions

Radian

- π =3.14159265359
- Coordonnées d'Alger :

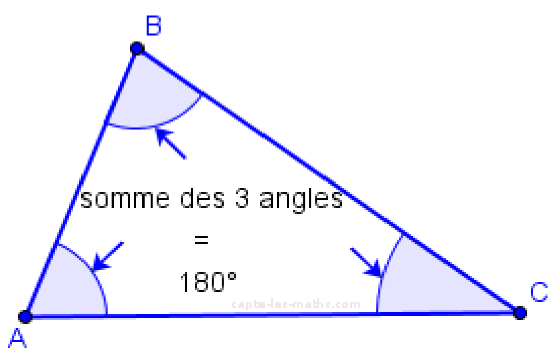
Latitude : 36°45'08"

Longitude : -3°02'31''

- Rayon de la terre = 6371km

2.3-Cours à maitriser.

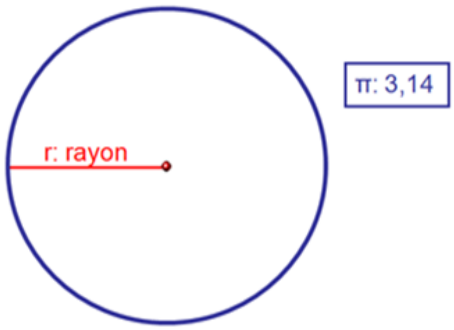
Notions de géométrie dans l'espace



Angles d'un triangle.

Règles de trois
(Proportionnalité)

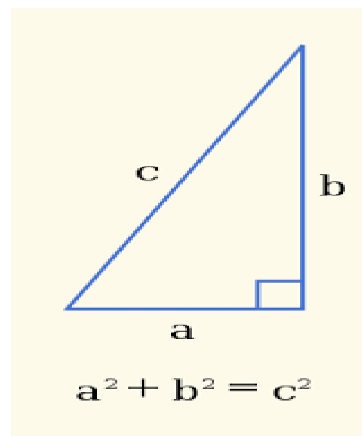
Données et notions



Circonférence du cercle

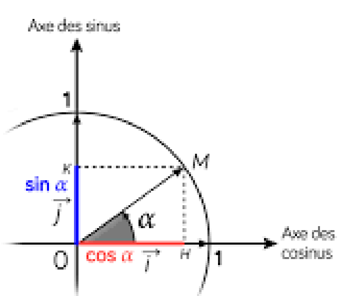
C=2×r×3.14…

Théorème de Pythagore



Fonctions trigonométriques.

R=1

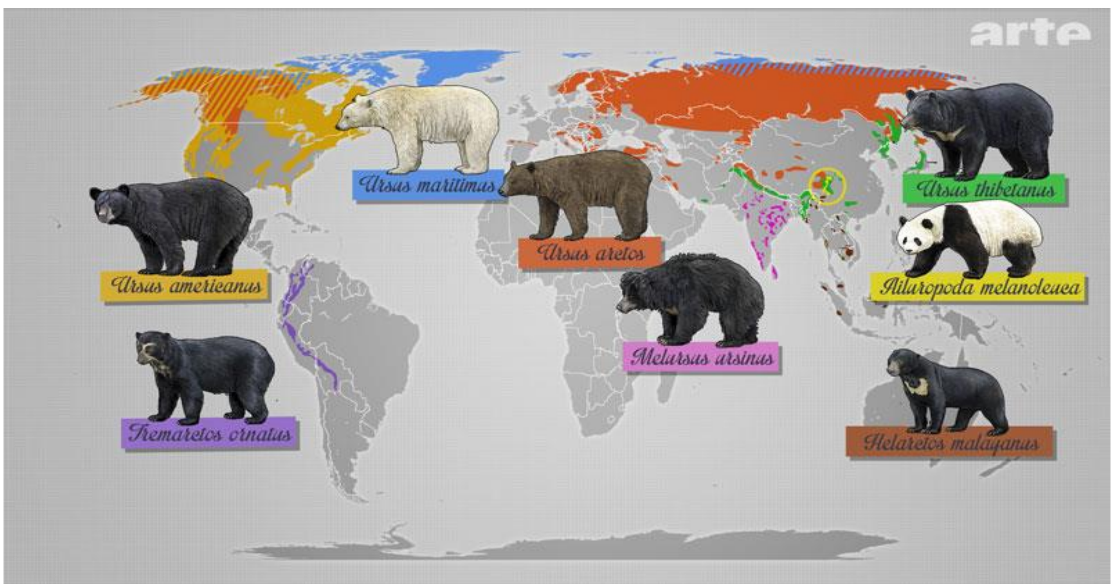


3-Question 1 :

3.1 Interprétations :

Réflexions :

L'on nous demande de déterminer la couleur d'un ours à partir de caractéristiques géographiques. Nous pouvons déjà présenter les différents pelages d'ours ainsi que leur habitat.



L'on notera que la couleur d'un ours est définie par son habitat c'est-à-dire la zone géographique dans laquelle il se situe.

Il nous suffit de définir la ou les solutions du problème suivant :

Question 1

a-Transcription :

Problématique: Quels points à la surface de la terre vérifient les déplacements de Siad ?

Donnez les coordonnées des points à la surface de la terre pour lesquelles l'équation suivante est vérifiée :

$$X+S+E+N=X$$

Sachant que :

X : les coordonnes d'un point.
S : vecteur 1km sud.
E : vecteur 1km est.
N : vecteur 1km nord.

Note : -Les vecteurs S et N sont opposées.
-L'ordre des vecteurs est très important en géométrie sphérique


ca se
complique!!

Question 1

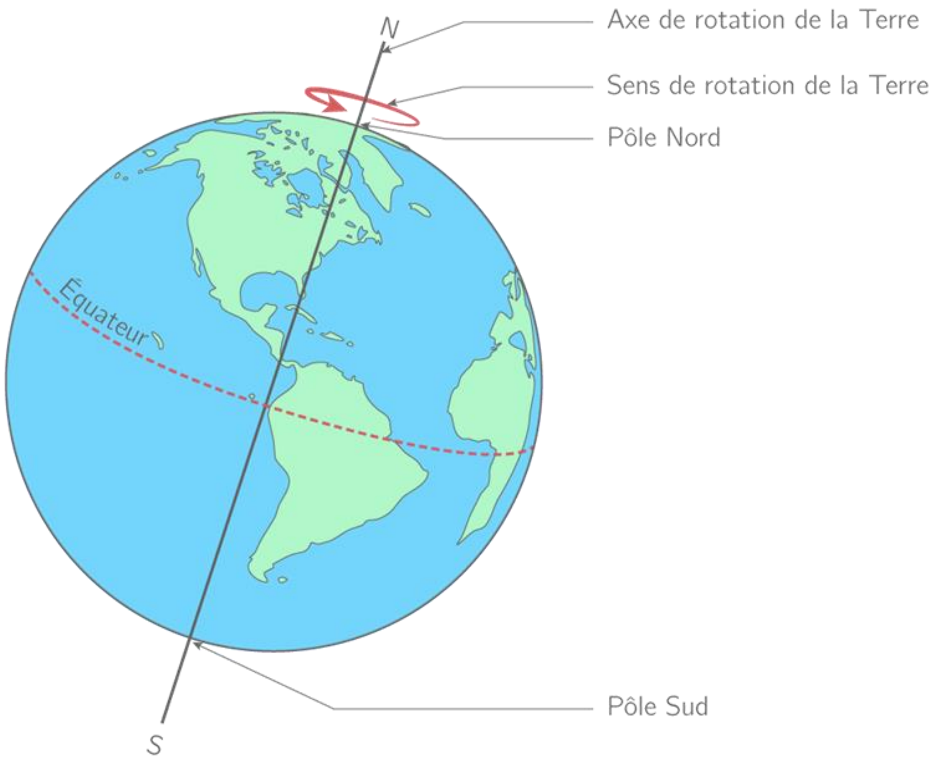
b-Deux cas de figures :

Afin de résoudre ce problème, l'on doit placer des repères sur la sphère terrestre. Ainsi nous définissons :

- Les pôles :

La terre possède deux lots de pôles :

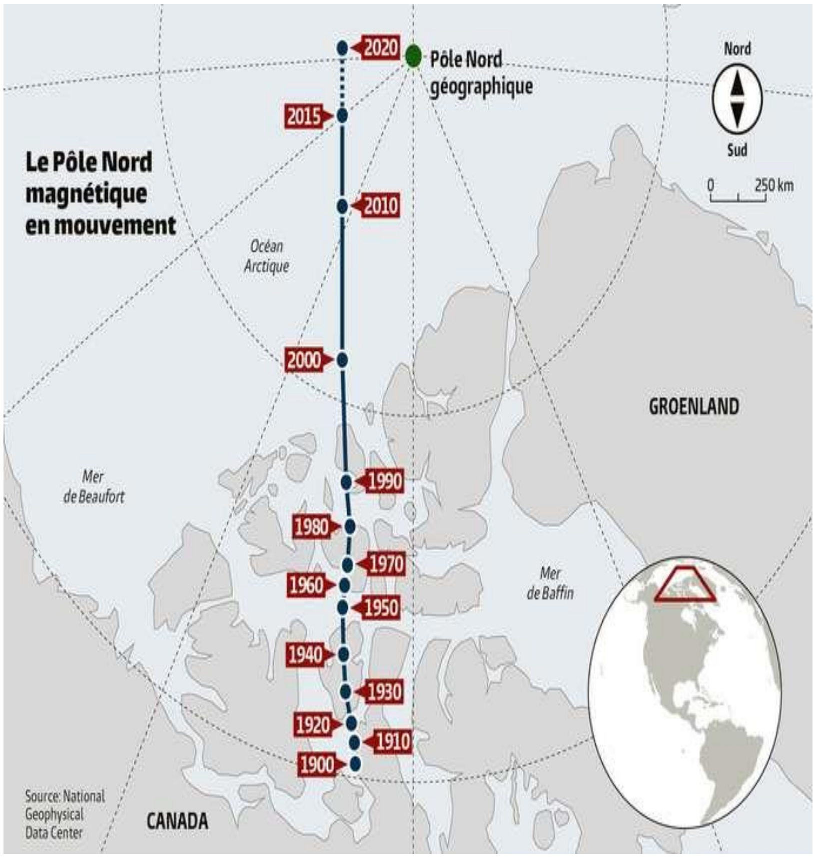
1. **le pôle nord géographique.**



Définie par l'axe de rotation terrestre.

Question 1

2. -Le pôle nord magnétique.



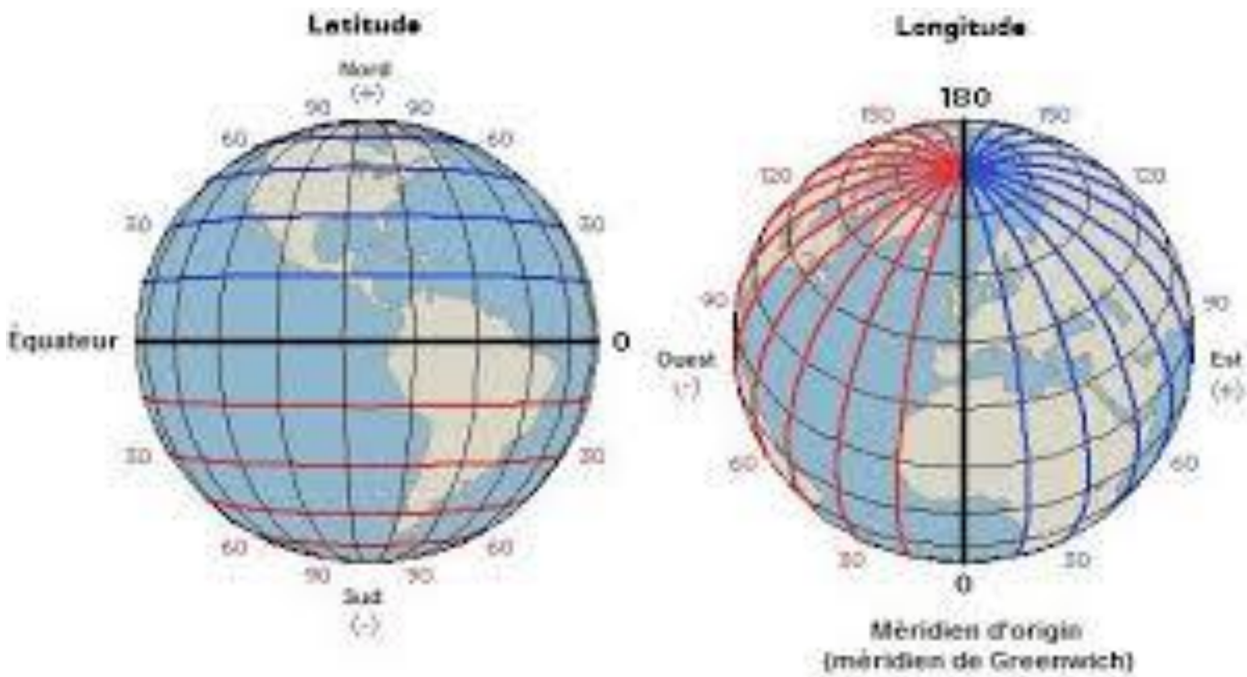
Beaucoup moins utilisé de nos jours, c'est pourtant en sa direction que les boussoles pointent. Toutefois Il est en perpétuelle mouvement.

Sa localisation est définie par le champ magnétique de la terre. Il est donc en mouvement et suit le phénomène d'inversion des pôles magnétiques.

On établie donc les repères de notre plan de travail :

- Un déplacement SUD ou NORD est un déplacement passant par les méridiens (demi cercles qui se rencontrent tous aux pôles).
- Un déplacement EST ou OUEST est un déplacement passant par les parrallèles (Cercles parrallèles à l'équateur)

Question 1



- Le pôle nord est un repère important dans ce genre de problème.

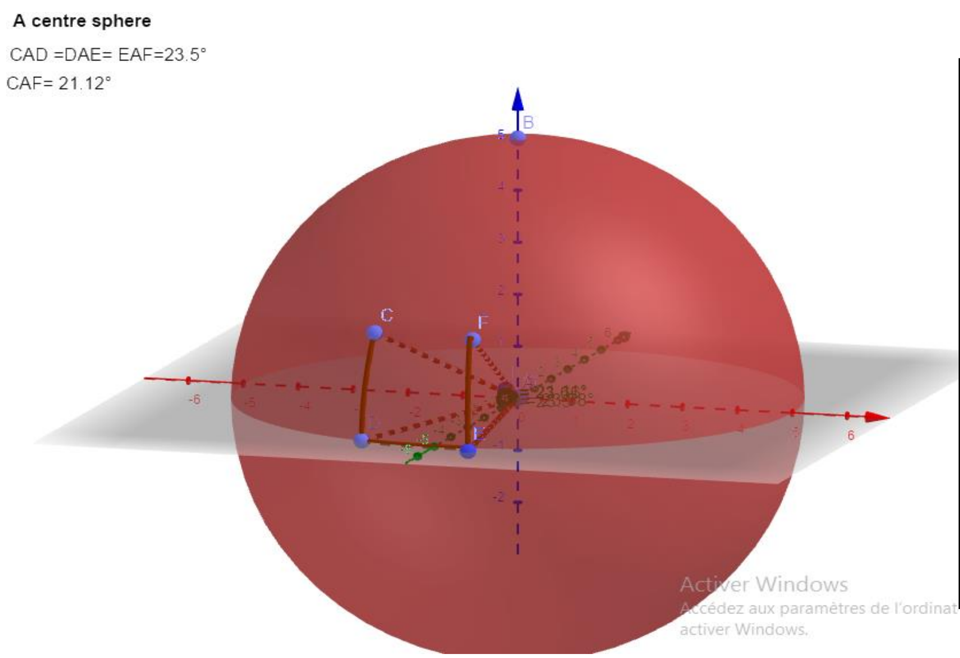
A cet effet nous considérerons le pôle nord géographique (car plus fiable). Nous étendrons ensuite les solutions au pôle nord magnétique.

Libre ensuite au lecteur d'interpréter sur quelle repère Siad s'est basé lors de ses déplacements

Une boussole => pôle nord magnetique.

Logiciel informatique , cartes => pôle nord géographique.

Question 1



Ceci est une figure 3D réalisée à l'aide du logiciel Geogebra.

Noter que les mesures ne sont pas à l'échelle.

Ce n'est qu'une représentation.

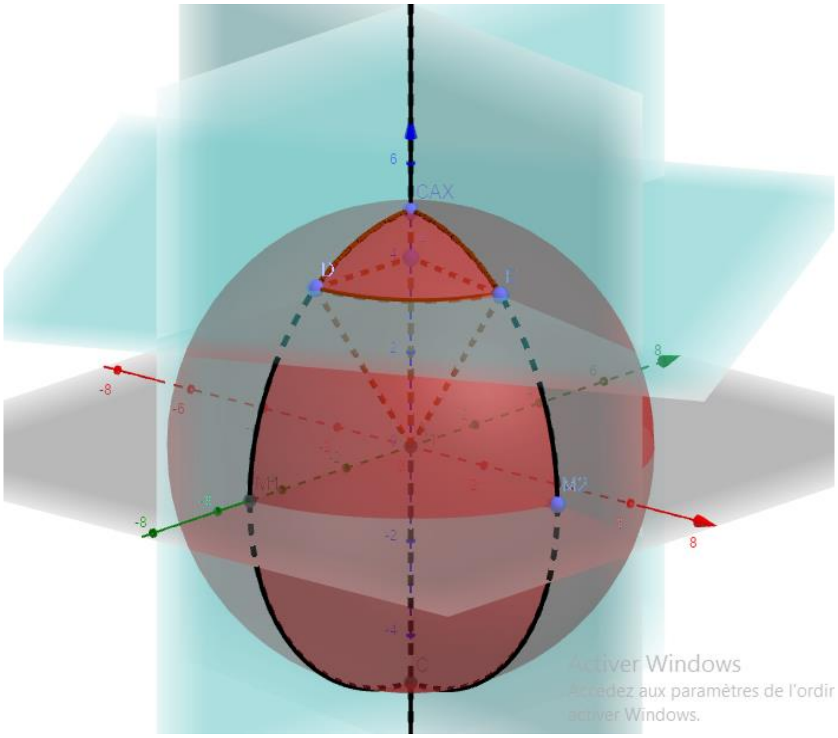
Si les trois vecteurs S, E, N s'annulent cela veut dire que les points C et F doivent être confondues. Autrement dit l'angle CAF doit être nulle.

Les deux points D et E appartiennent à deux méridiens, un de base (m1) et un autre (m2) mouvant (selon la latitude) de sorte que DE=1 km. L'on peut alors les déplacer tout au long des demi-cercles. L'intersection des deux méridiens est donc le point confondue de C et de F.

L'on sait par ailleurs que tous les méridiens se rencontrent en deux points : -le pôle nord.

-le pôle sud.

Question 1



Sur cette illustration, l'on arrive à visualiser le parcours de Siad en partant du pôle nord.

D est à 1km au sud

E est à 1km à l'est de D

Et finalement le point d'arrivée est confondu avec le point de départ (pôle nord).

Les deux pôles sont donc solutions de l'équation CAF=0°

Toutefois on ne peut pas aller à l'est du pôle sud. On doit donc l'exclure des solutions.

Conclusion de ce développement : **le pôle nord (repère) est solution de l'équation : X+S+E+N=X**

Nous calculerons par la suite les angles de chaque déplacement.

-Autres embranchements :

Nous savons que S est l'opposée de N, on peut donc les barrer de l'équation à résoudre, on trouve :

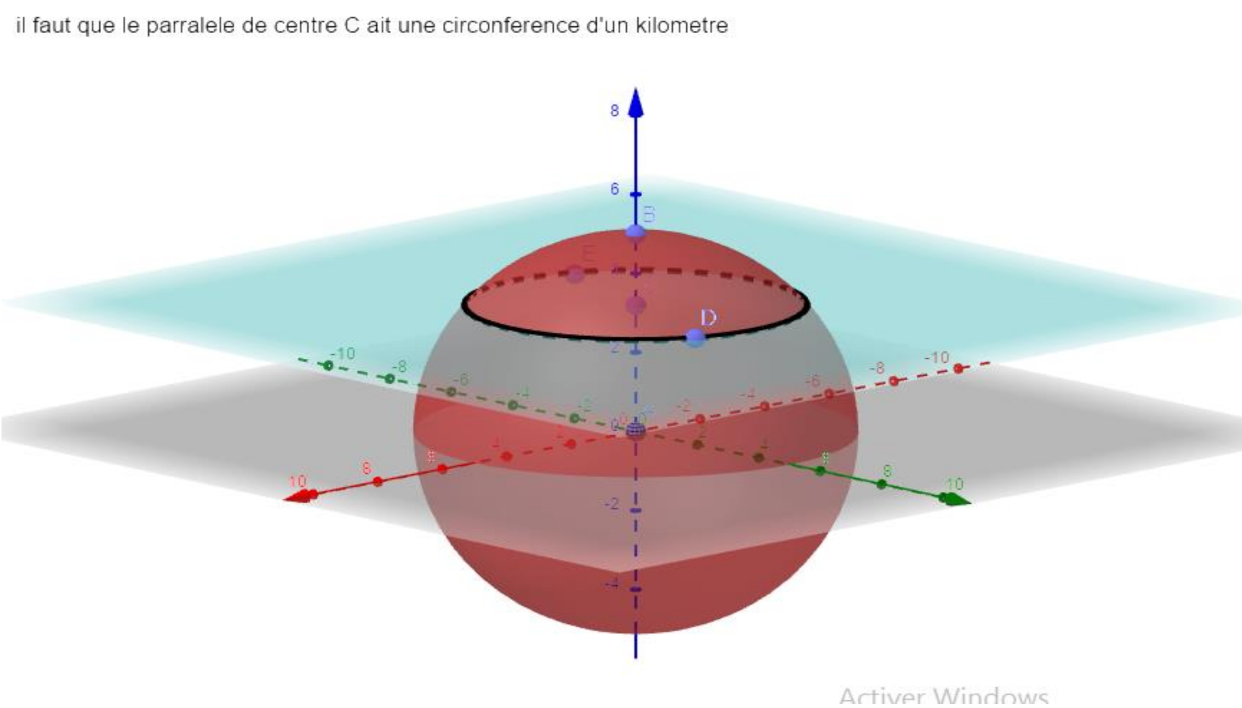
Question 1

X+E=X

Nous nous focaliserons désormais sur la recherche de points pour lesquelles un déplacement d’un kilomètre à l’EST équivaut à un déplacement nul. A chaque solution de cette équation nous additionnerons un vecteur N (l’ordre a une importance).

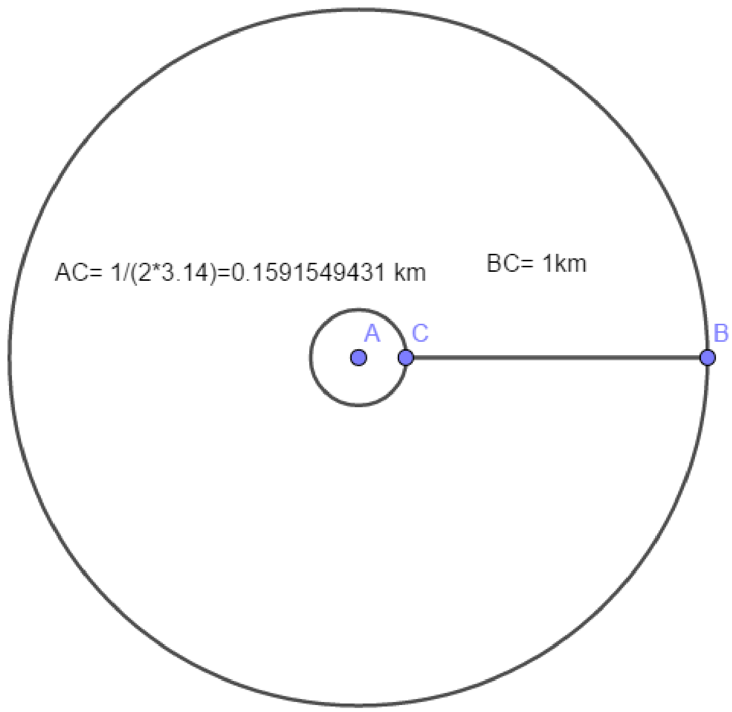
En outre, pour qu’un déplacement à 1 seul vecteur soit nul sur une sphère, il faut parcourir 360° soit un tour complet.

Il faut donc trouver un parallèle de circonférence 1km



Pour qu’un cercle ait une circonférence de 1 km il faut que son rayon soit égale à $\frac{1}{2\times\pi}$. Sur ce cercle le chasseur effectuera 1 km à l’Est (1tour complet) et reviendra donc à son point de départ.

Question 1



Voici donc le premier cas de figure de cette réponse. Toutefois le chasseur peut effectuer plusieurs tours autour d'un cercle de circonférence 1/X km. (X entier naturel)

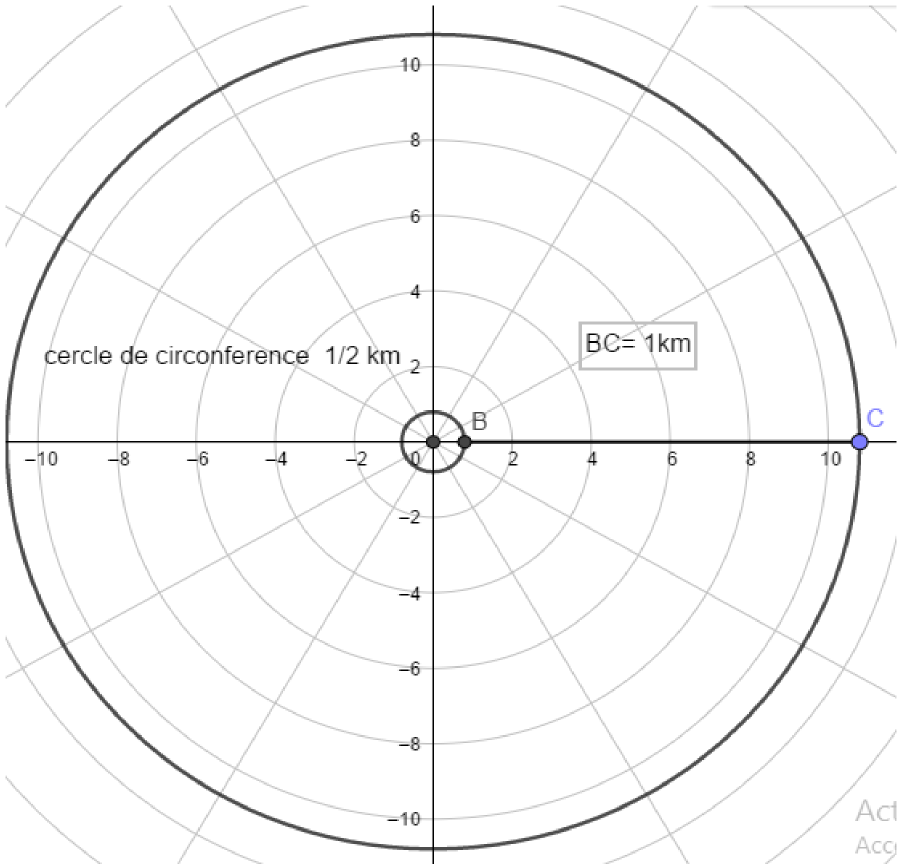
C'est-à-dire que le parallèle peut avoir une circonférence de 0.5km le chasseur effectuera alors 2 tours.

Il peut avoir une circonférence de 1/n km le chasseur effectuera

N tours. Tant que n≥1 et n appartient à l'ensemble des entiers naturels.

Le rayon sera égale à (1/n)/ (2π).

Question 1



Les cercles d’une si petite taille (comparé à la terre) ne peuvent se trouver que près des pôles.

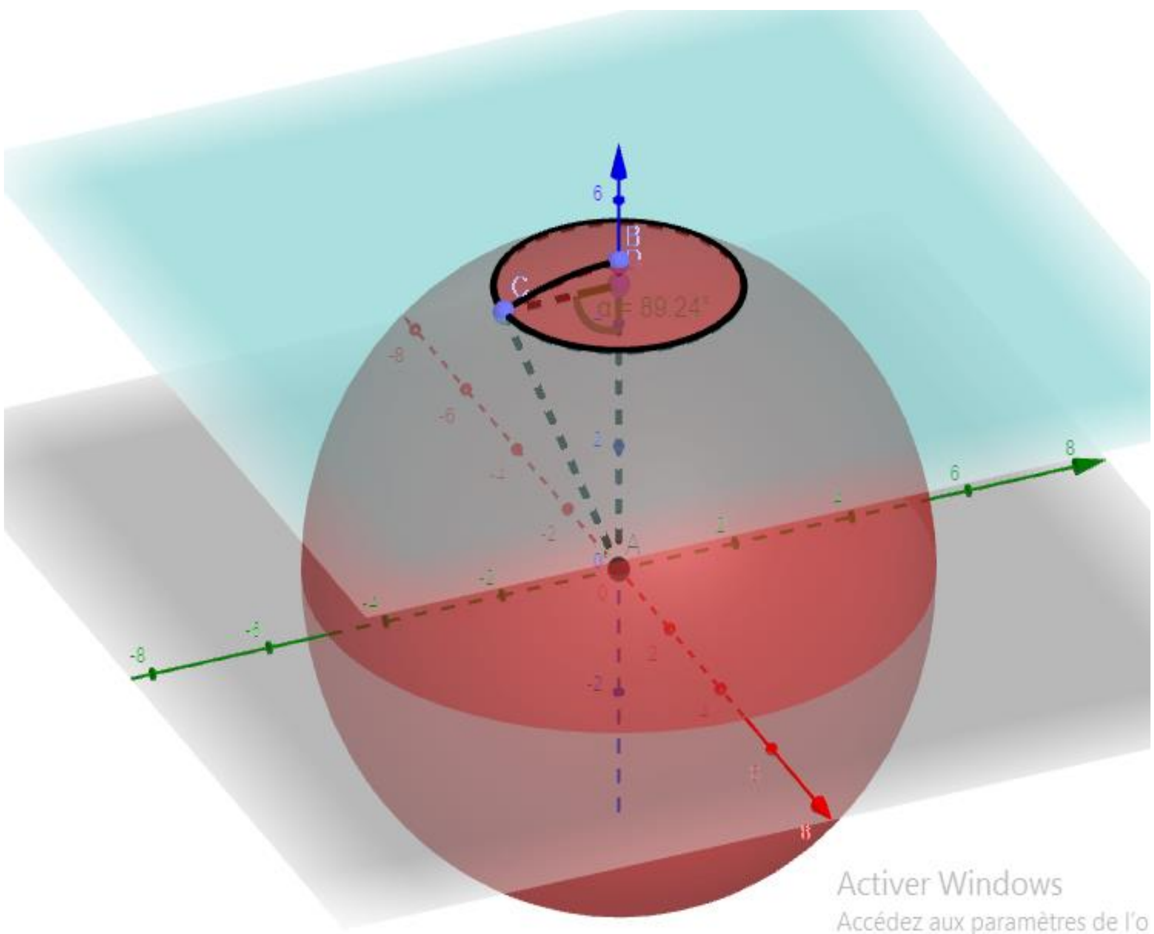
Calculons les latitudes exactes de ces cercles.

b-Calculs :

<u>I-Calcul des angles exacts du premier cas de figure:</u>

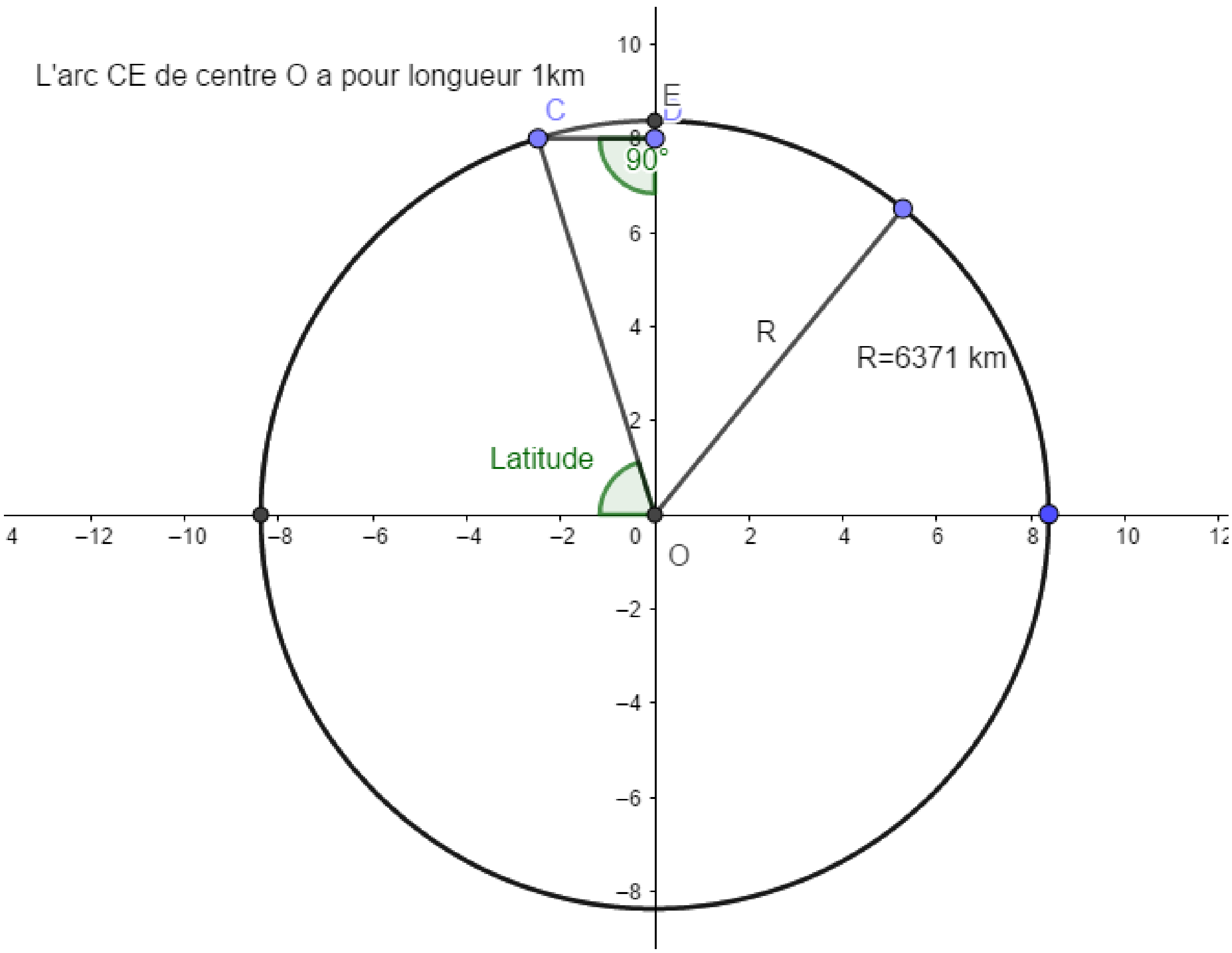
Nous savons que les trois déplacements sont de même longueur (1km) toutefois nous devons déterminer la valeur de chaque point d’arrêt.

1-Nous commenceons par determiner les coordonnées du point C.



Question 1

Pour y voir plus clair nous simplifions notre figure, celle-ci passe en deux dimensions. (Pas à l'échelle).



Ainsi l'on utilise une règle de trois

6371×π×2 km => 360°

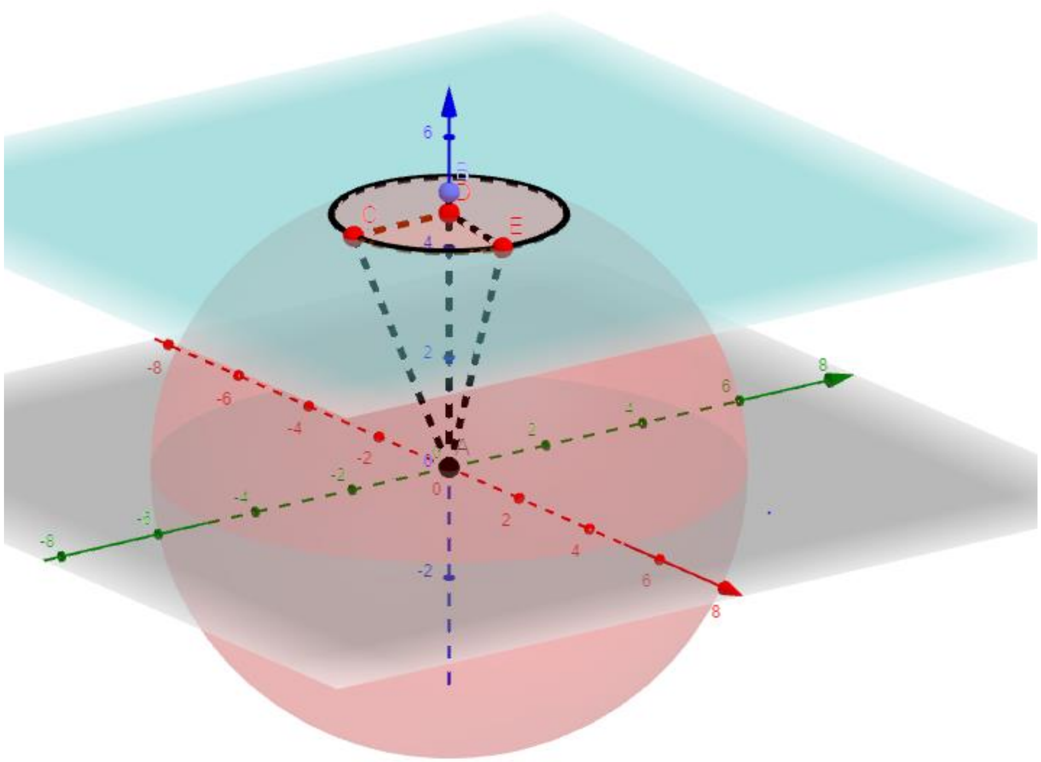
1km => s°

s= (1×360)/ (6371×2π)= 0.0089932161°

Question 1

La latitude est donc
90-s=L=89.99100678°
C(x, 89.99100678)

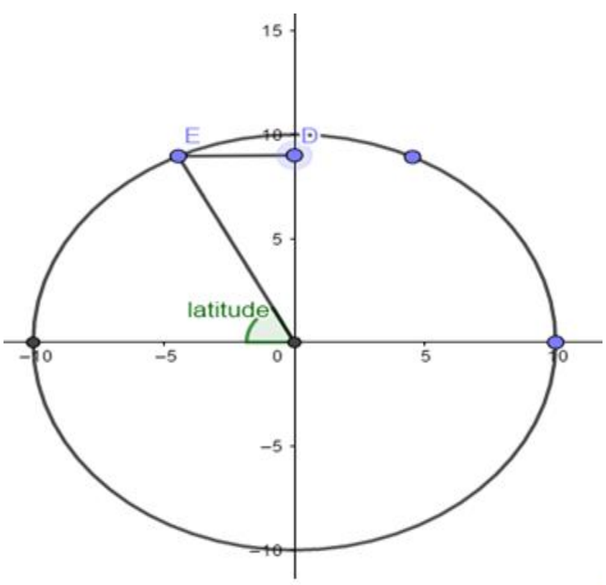
L'on peut désormais définir la longitude du point E par rapport à la longitude x du Point C. Pour cela nous cherchons la mesure de l'angle CDE ci-dessous.



Question 1

Pour vous détendre un peu, nous vous invitons à admirer cet ours guitariste.

Pour cela on simplifie encore une fois la figure en 2 dimensions.



On sait que C et E ont la même latitude, on peut donc déterminer la longueur du segment ED.
EDO est rectangle en D :
On trouve :
Sin (90-L)= ED/R
ED= 6371× sin (90-L)
Par le calcul l'on trouve que ED= 1km =r1

Question 1

On peut désormais calculer la circonférence du parallèle de latitude L (89.9910067°) :

On trouve : 2×π×r1= 2π km

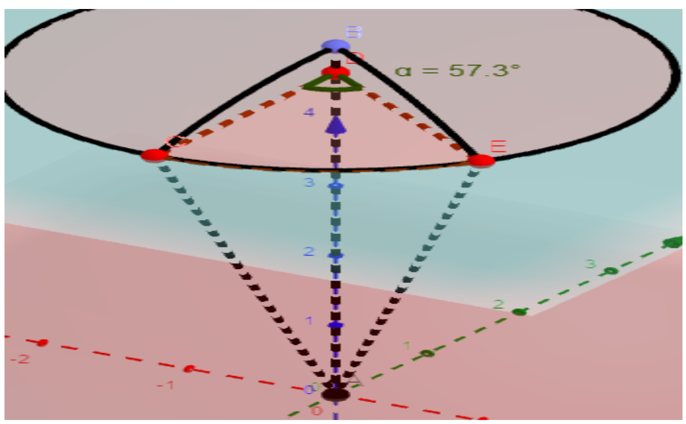
Par règle de trois on déduit l'angle de l'arc EC (rapport à sa longueur) :

2π=>360°

1=>angle α

On trouve que : Angleα = 57.296°

Ou plus précisément : 1 Radian



On peut ainsi définir les trois déplacements :

1-Pôle nord : B(x , 90) +S=

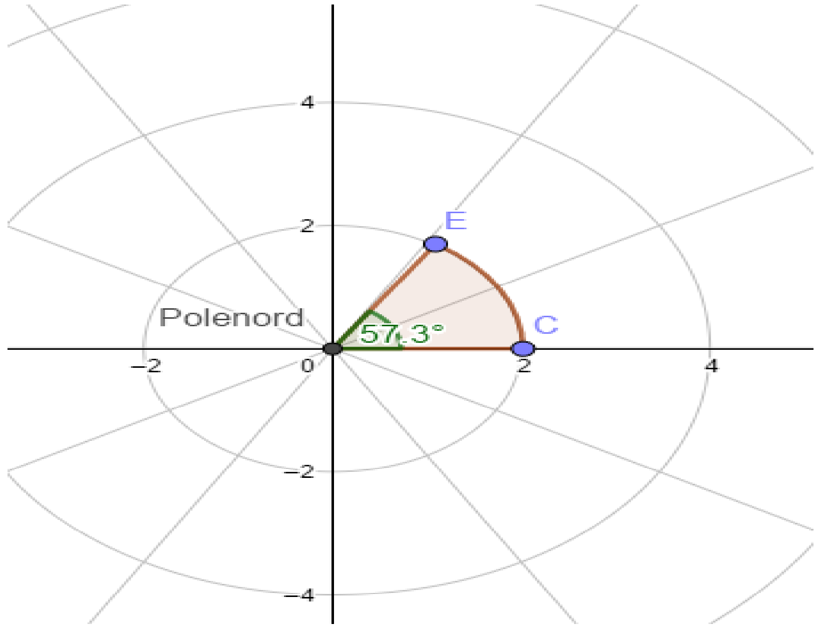
2-point à 1km au sud : C(x , 89.9910067) +E=

3-point à 1km a l'est de C :

E(x-57.296 , 89.9910067) +N=

4-point d'arrivee pôle nord (x,90)

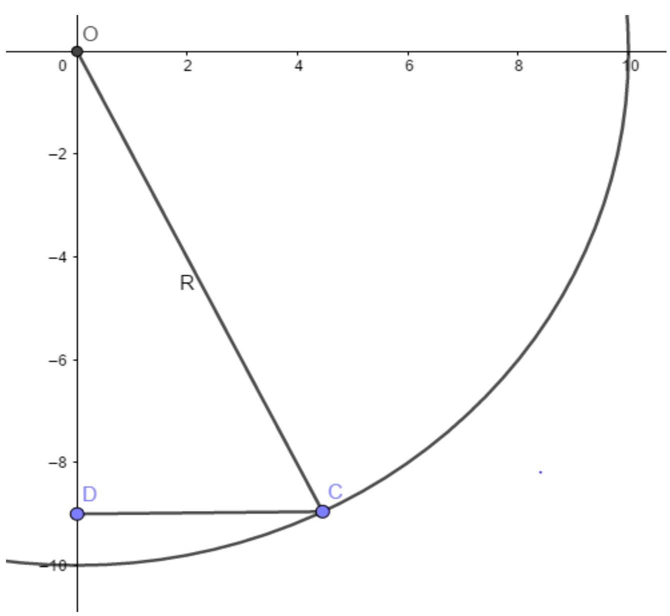
Question 1



II- Calcul des latitudes du deuxieme cas de figure :

Les cercles de circonfénce 1km :

on prend encore une fois une figure en 2D :



Pour que le parallèle de centre D ait une circonférence de 1km,

Il faut que DC soit égale à

1/ (2π)

Question 1

on cherche donc pour quelles valeurs de l'angle DOC

Le segment DC a pour longeur $1/(2\pi)$.

Par trigonometrie l'on a que :

$$\sin DOC = DC/ R$$

$$\sin DOC =(1/(2\pi))/6371$$

$$DOC = \arcsin ((1/(2\pi))/6371)$$

Le parrallèle de latitude 90-DOC a pour circonference **1km.**

Sa latitude est de **-89.99856869.**

on y ajoute 1km au nord et cela par regle de trois

$$2\times\pi\times6371 \Rightarrow 360°$$

$$1 \Rightarrow ??°$$

Le resultat est de **0.0089932161°**

Le cercle de latitude **:-89.98957547°** est un cercle de solutions au probleme.

Lorsqu'on effectue les memes calculs sur l'hémisphère nord nous trouvons que le cercle de latitude 90.00756191° est un cercle de solutions , on élimine donc l'hémisphère nord de ces calculs car le cercle de circonférence 1 km est située à moins d'un kilometre du pôle nord.

Question 1

Afin de ne pas trop surcharger ce document , voici un tableau qui donne les neuf premières latitudes de cercles de circonference 1/n (n entier naturel).

Nombre de tours	Latitudes des solutions
1	-89.98957547°
2	-89.99029113°
3	-89.99052968°
4	-89.99064896°
5	-89.99072052°
6	-89.99076823°
7	-89.99080231°
8	-89.99082787°
9	-89.99084775°

Si vous souhaitez conduire le meme calcul sur d'autres nombres de tours (9,10,…etc) nous vous proposons un algorithme qui pour un nombre de tours n (que vous choisissez) donne la latitude du cercle de solution (1km au nord du cercle de circonfèrence 1/n), n doit etre un entier naturel.

<u>Langage naturel :</u>

1-Variables : N
2-Lire N.
3-A prend la valeur (-(90-(arcsin((1/N)/(2π))×(1/6371))))
4-B prend la valeur (A+ (360/(2π*6371)))
5- Afficher B

Question 1

<u>Langage TI 83 premium ce :</u>

```
Prompt X
-(90-(sin⁻¹((((1/X)/(2π))*(1/6371))))→A
A+(360/(2π*6371))→B
Disp B
```

(algorithme en degrés décimaux)

C’est qui qui a compris ??

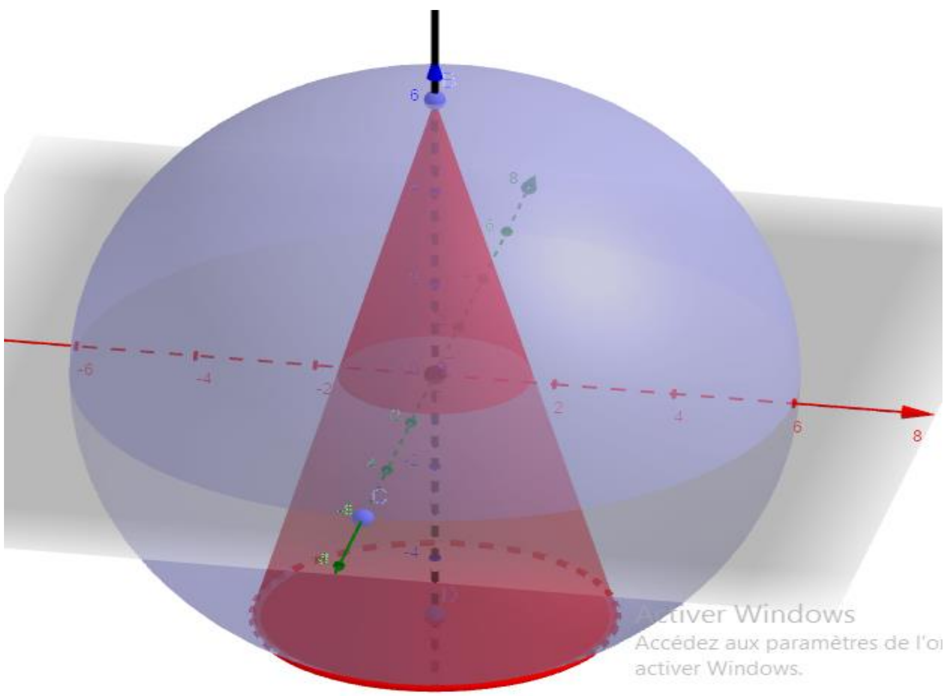
Question 1 matiques:

Nous sommes parvenus à déterminer les localisations possibles de l’ours, pour y voir plus clair voici les solutions:

- Le pôle nord (repère)
- Les cercles de solutions situés à 1km au nord des cercles de circonférence 1/N (N entier relatif)

Il ya donc une infinité de solutions .

On peut se les visualiser ainsi :



Le cône à l’écran a pour sommet le pôle nord et pour base un cercle de latitude ‘y’ (donné par l’algorithme une fois le nombre de tours N saisi). Ces deux constituants sont les points d’intersection avec la sphère terrestre et sont alors solutions du problème.

Question 1

3.4-Restriction au monde réel :

On a donc mis en place les positions possibles de l'ours :

C'est-à-dire sur l'un des cercles de latitude 'y' (donné par l'algorithme) ou alors au pôle nord.

Toutefois nous nous devons désormais de filtrer les positions

Possibles ou pas. Les cercles de latitude 'y' sont situés en antarctique, or il n'y a pas d'ours en antarctique.

Il ne reste donc plus qu'une solution, le pôle nord.

La seule espèce d'ours vivant à des latitudes aussi septentrionales est « Ursus Maritimus » ou plutôt l'ours blanc.

Ceci est valable même si l'on considère le pôle nord magnétique de la terre.

Question 1

3.5-Réponse finale :

La couleur de l’ours étant définie par son habitat, nous avons d’abord analysé les différents cas de figures possibles qui répondent aux déplacements de Siad, nous avons ensuite restreint les solutions aux localisations qui abritent des populations d’ours.

Le seul pelage possible est donc le pelage blanc.

L’ours est blanc.

Petite pause :

4-Question 2 :

4.1-Interprétations:

Quelle ville peut être un coin de carré avec la ville d'Alger ?

Pour répondre à cette question controversée nous nous sommes d'abord employés à comprendre ce que l'on attend comme réponse.

Quelle est la signification de « coin de carré » ?

Déjà un carré est un polygone, un coin de carré est donc un sommet de ce polygone.

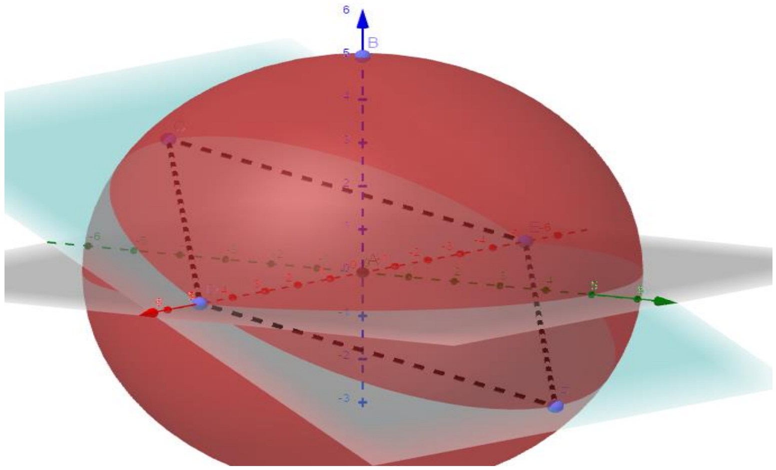
Toutefois l'on notera deux approches :

1-le carré euclidien :

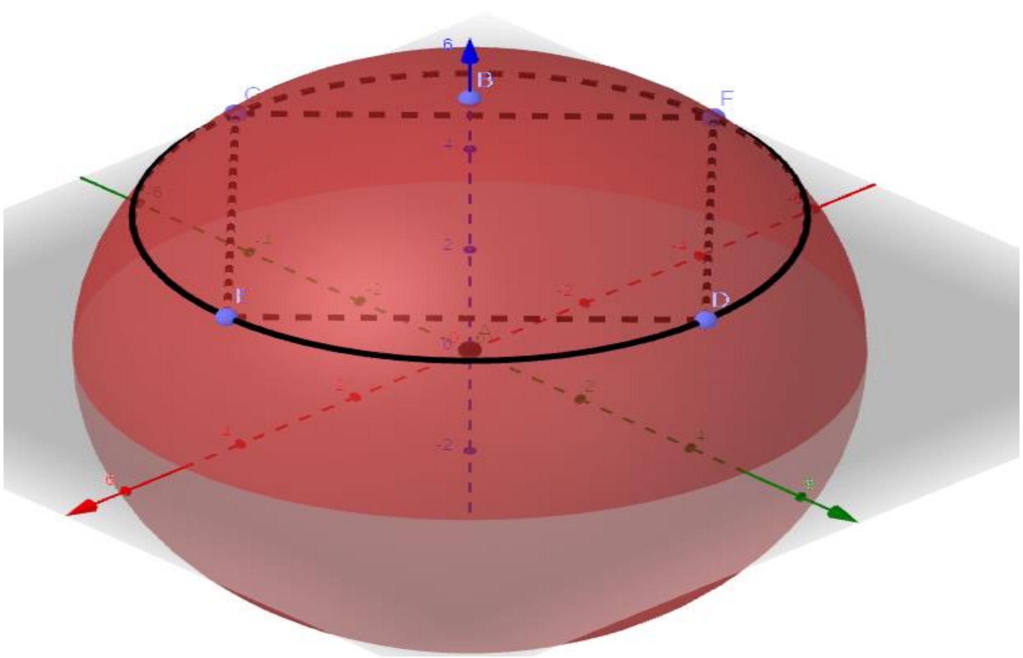
Celui-ci sera trace entre 4 villes à l'intérieur de la sphère terrestre ; on différencie de plus les « grands carrés » des « petits carrés ».

Question 2

Grands carrés :



Petits carrés :



Question 2

Problématique :

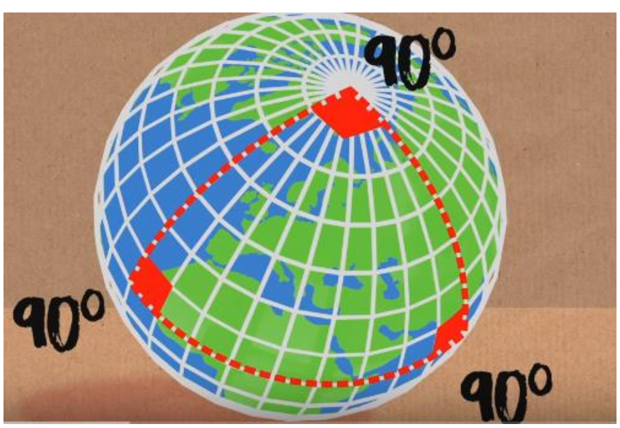
Quelles villes peuvent former un grand carré inscrit dans la sphère terrestre avec Alger ? Un petit carré ?

2-le triangle convexe :

En topologie, il existe sur des surfaces concaves des pentagones qui possèdent toutes les propriétés d'un carré, sur une surface convexe l'on découvre des triangles qui ont toutes les propriétés d'un carré, on redéfinit ainsi le carré :

Un carré est un polygone dont tous les cotés sont égaux et dont tous les angles sont droits.

Puisque la surface d'une sphère est convexe on peut alors tracer un triangle qui a pour longueur L et dont tous les angles sont droits.



Cette interprétation est en plus appuyée par la réponse précédente car les déplacements de Siad forment un triangle similaire

Question 2

Remarque :

A la latitude d'Alger nous ne pouvons pas former un carré à trois cote parfait ; car l'angle entre Alger et Taloqan ne peut être droit, nous avons donc rapprocher l'hypothèse du carré a trois cote a la réponse 1 (les déplacements de Siad) afin de trouver une réponse assez concrète.
Si par contre vous cherchez à trouver un carré a trois cote parfait qui a pour coin Alger , sachez que les solutions ici sont les mêmes que pour le grand carré inscrit à savoir un cercle de points situés à 10000km d'Alger (on peut noter San Francisco Californie sur ce cercle)

Problématique:

L'on nomme D la distance Alger pôle nord

Quelle ville est à D km à l'EST d'Alger ? à l'OUEST ?

Question 2

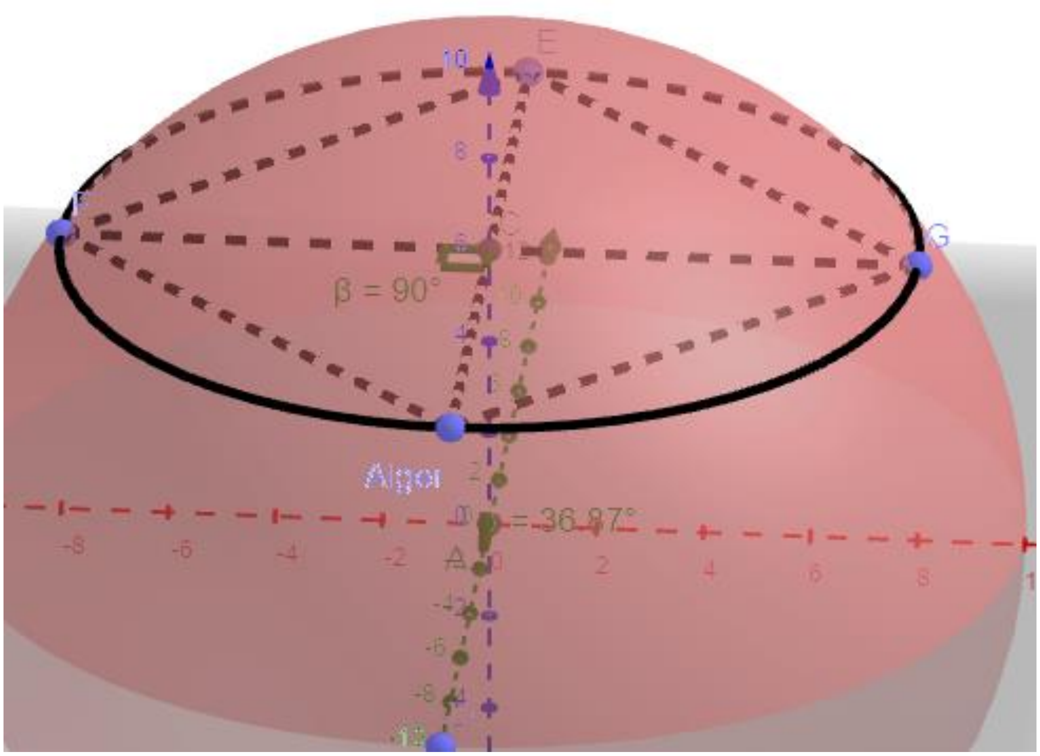
4.2-Hypothese carré inscrit :

a-Calculs :

Petit carrés :

a-parallèle :

On peut imaginer qu’Alger est un des quatre coins du carré inscrit dans la sphère terrestre, ce carré est dans le plan du 36 ème parallèle.

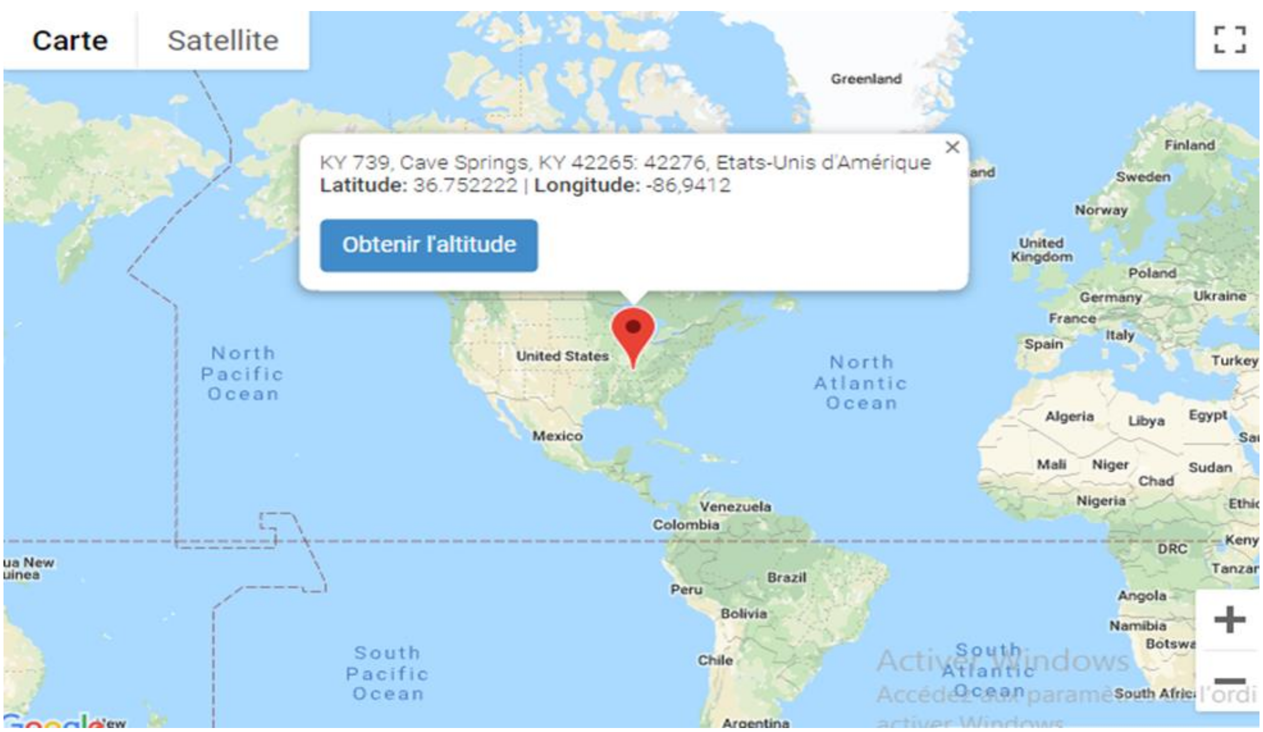


Question 2

Les 3 autres points ont pour coordonnées :

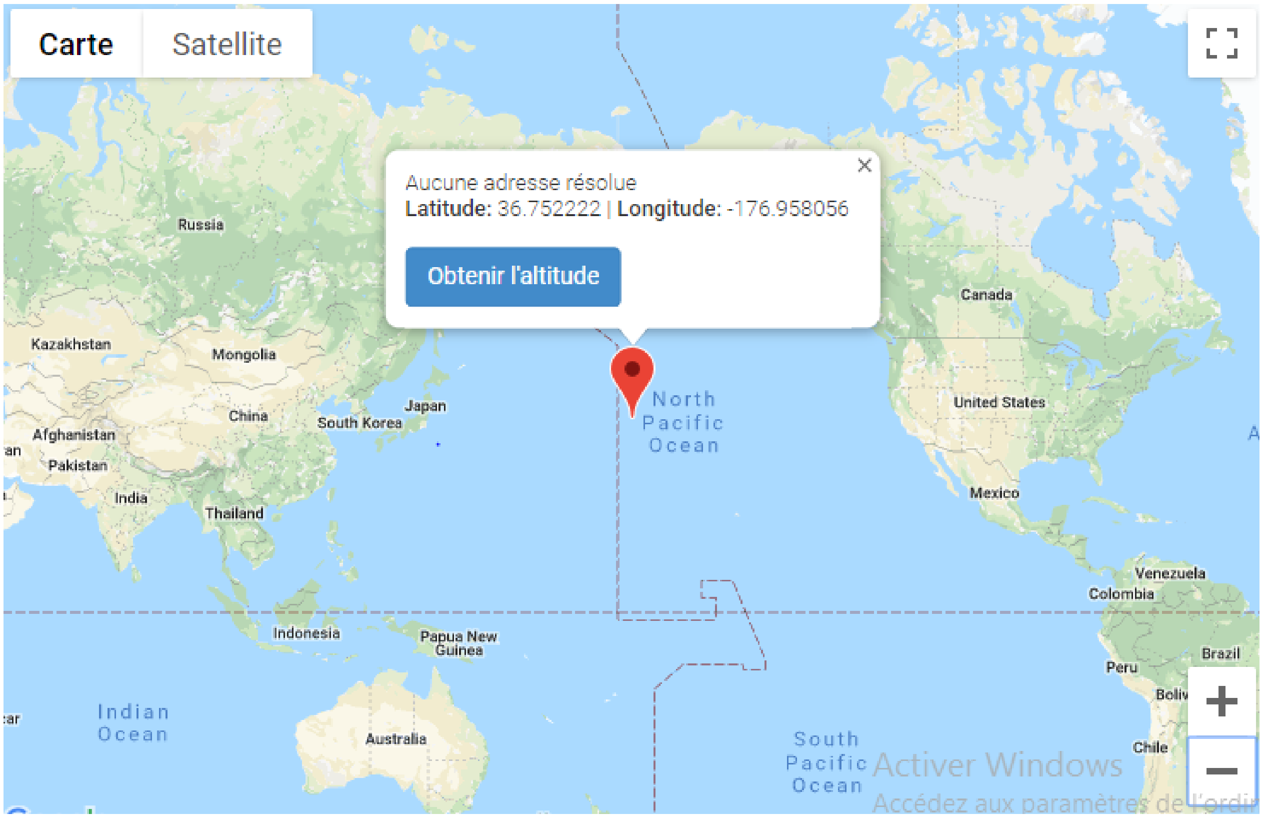
G (-93,041944 ; 36.752222) (On soustrait 90°)

F (86.9412; 36.752222) (On additionne 90°)



Question 2

E (176.9580556; 36, 75222)(On additionne 180°)



De l'hypothèse « petit carré parallèle »

On conclut que : **Cave Springs, Kentucky, Etats Unis**

Et : **Golmud, Chine**

Forment des coins du carré inscrit dans le 36ème parallèle passant par Alger

Question 2

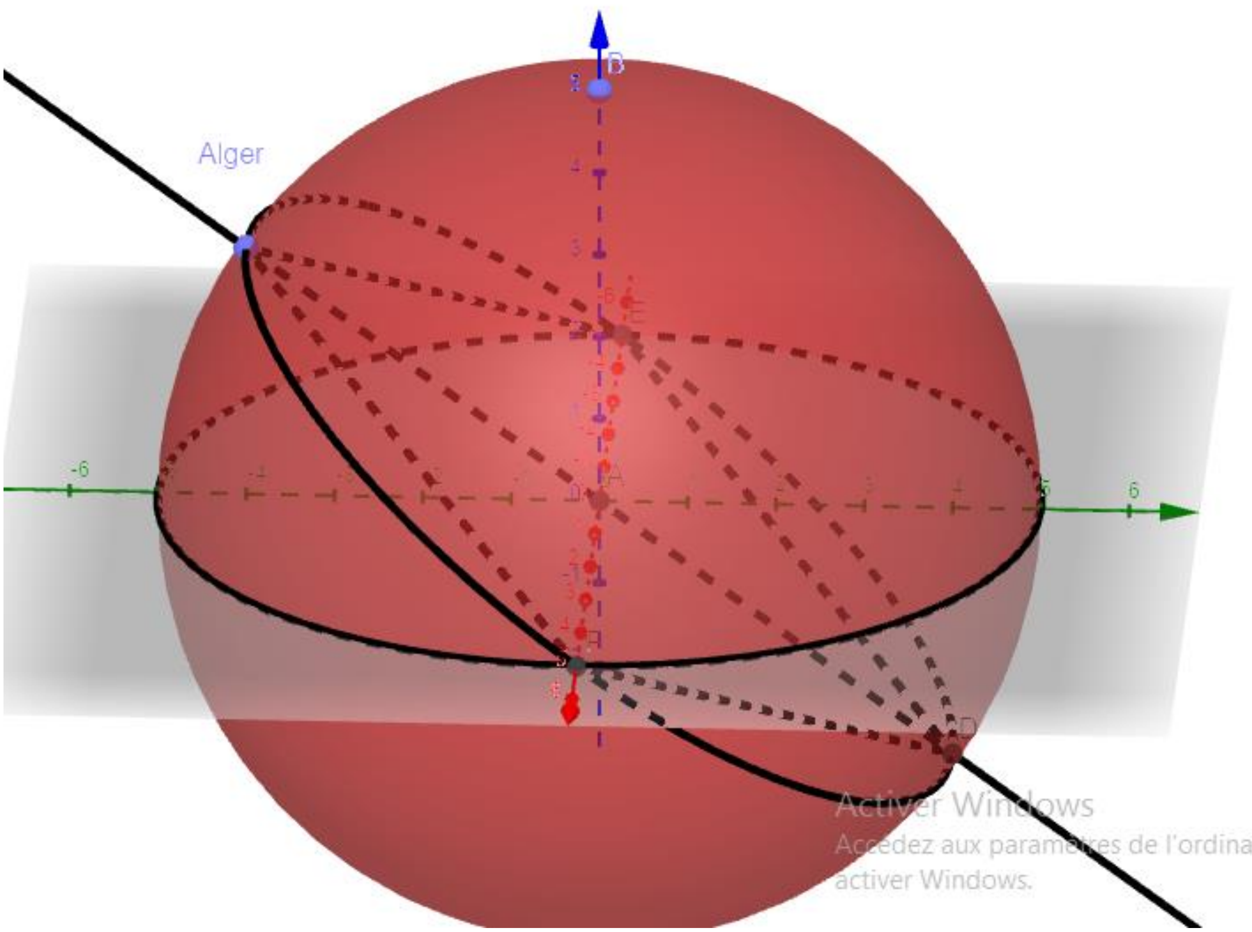
Si vous êtes vraiment fainéant et que vous ne souhaitez pas refaire ce même calcul nous vous proposons cette algorithme :

: lire X, Y
: A prend la valeur X+90
: B prend la valeur X-90
: C prend la valeur X+180
: si A>180
: alors
: A prend la valeur A-360
: fin de si
: si A≤-180
: alors
: A prend la valeur A+360
: fin de si
: si B>180
: alors
: B prend la valeur B-360
: fin de si
: si B≤-180
: alors
: B prend la valeur B+360
: fin de si
: si C >180
: alors
: C prend la valeur C-360
: fin de si
: si C≤-180
: alors
: C prend la valeur C+360
: fin de si
: Afficher A, B, C

Question 2

Grand carré :

Cette fois ci le carré est inscrit dans la sphère terrestre et passe par le centre de la terre.



On a donc que l'antipode d'Alger peut être un coin de carré

On calcule ses coordonnées :

Y = - (latitude d'Alger)

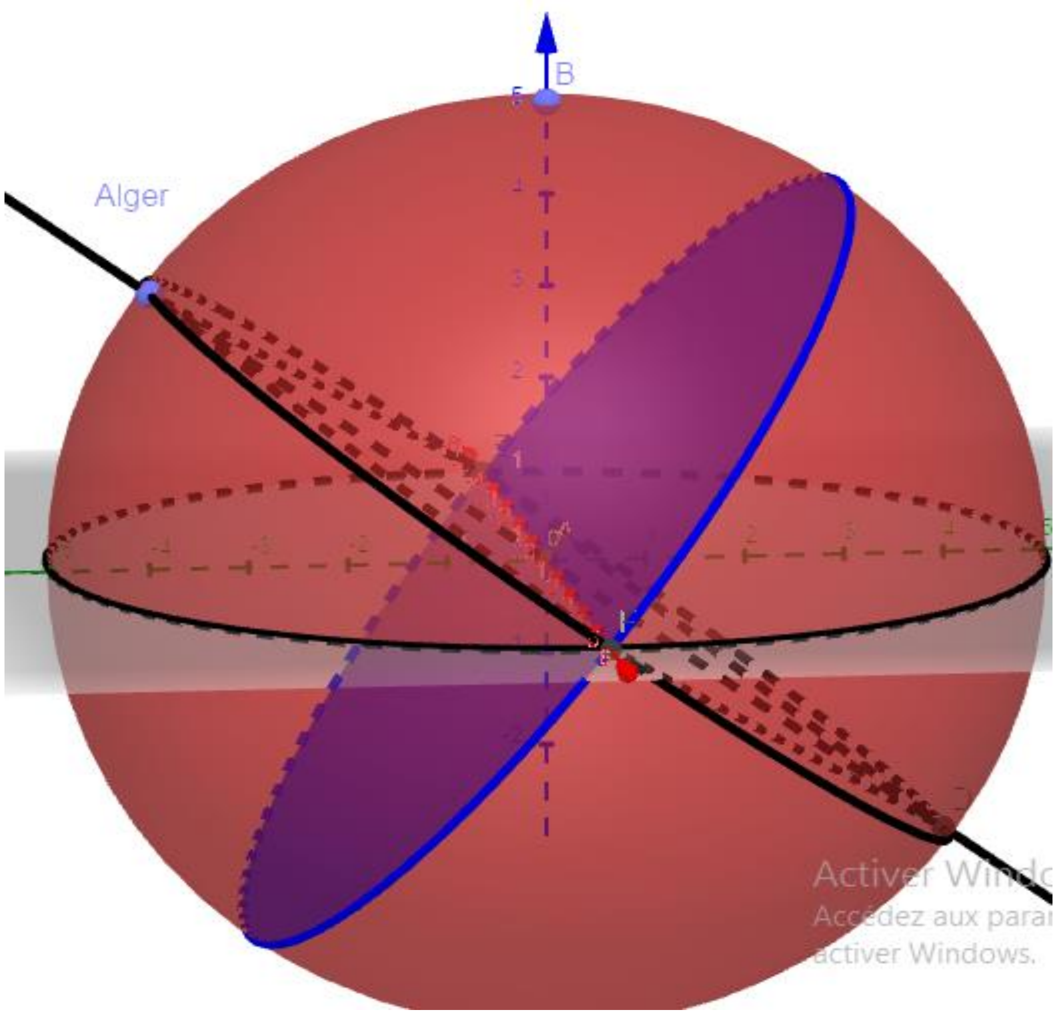
X= (longitude d'Alger) +180

Question 2

A (-36.7525 ; 176.95)

Les deux autres coins du carré font partie du grand cercle perpendiculaire à l'axe (Alger-Antipode)

Question 2



Sur cette représentation, le grand cercle bleu est un cercle de solutions. San Francisco est la seule grande ville située sur ce cercle)

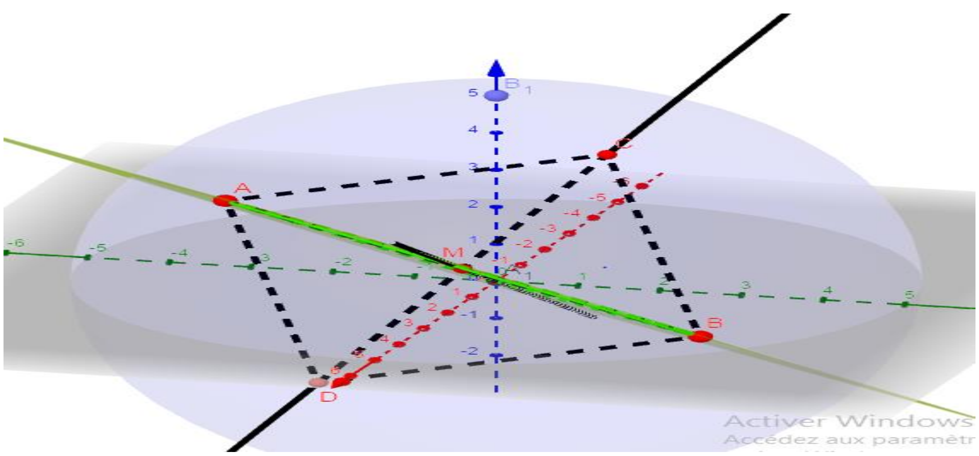
Question 2

b-Une généralisation du concept :

Toutefois nous avons au cours de nos longues réflexions, découvert que deux points appartenant à une sphère formeront toujours les coins d’un carré et ce au moyen du protocole suivant :

A et B sont des points de la sphère de centre O :

1-Tracer le segment [AB]
2-Placer M milieu de [AB]
3-Tracer la droite (OM)
4-Representer le plan passant par A, O, B.
5-Tracer (Δ) la droite passant par M et orthogonale au plan
A, O, B.
6-Placer C et D les points d’intersection entre Δ et la sphère terrestre.
7-Tracer le carré ACBD.



Question 2

4.3-Hypothese triangle convex:

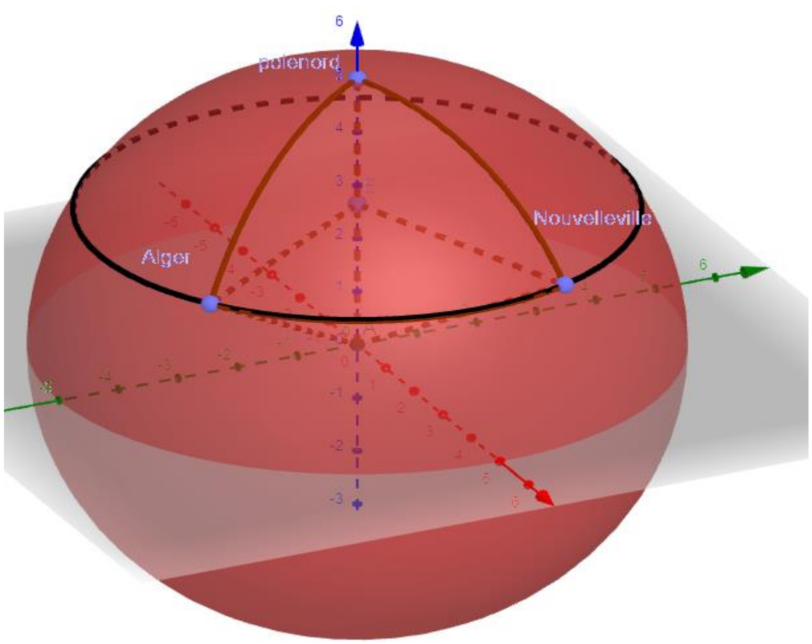
A-Calculs:

Nous nous permettons de former un triangle convexe entre Alger, le pôle nord et une nouvelle ville (à l’est d’Alger) de sorte que les distances suivantes soient égales :

-distance Alger-pôle nord(en passant par un méridien).

-distance Alger-nouvelle ville (par l’est en passant par un parallèle).

-distance pôle nord-nouvelle ville (en passant par un autre méridien).



Question 2

-Calcul des coordonnes de la nouvelle ville :

-Puisque la nouvelle ville est située à « x » km à l'EST d'Alger, on en déduit que sa latitude est la même que celle d'Alger.

C'est-à-dire que l'on a déjà trouvé une des deux coordonnées,

Nouvelle ville(x ; 36.7525 N)

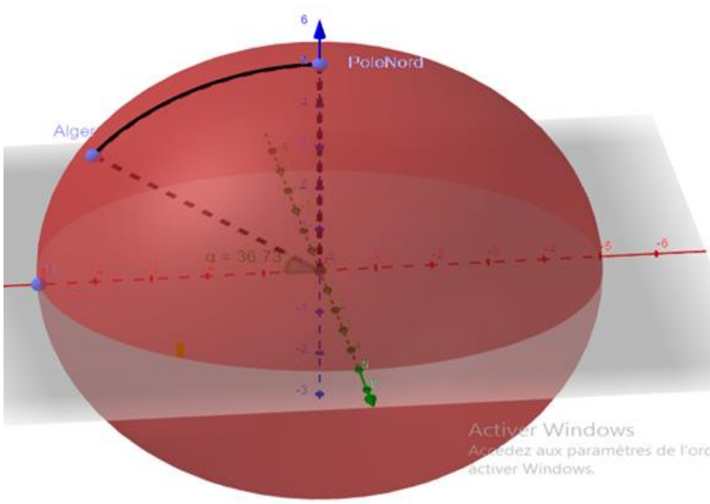
-Nous cherchons désormais à déterminer la longitude de cette ville de sorte que la distance « Alger-pôle nord » soit égale à la distance « Alger-nouvelle ville » (en passant par le parallèle 36.7525 N)

-Commençons par calculer la distance « Alger-pôle nord » :

Nous savons par règle de trois que :

$$2\pi\times6371 \Rightarrow 360°$$

$$D \Rightarrow 90-36.7525$$



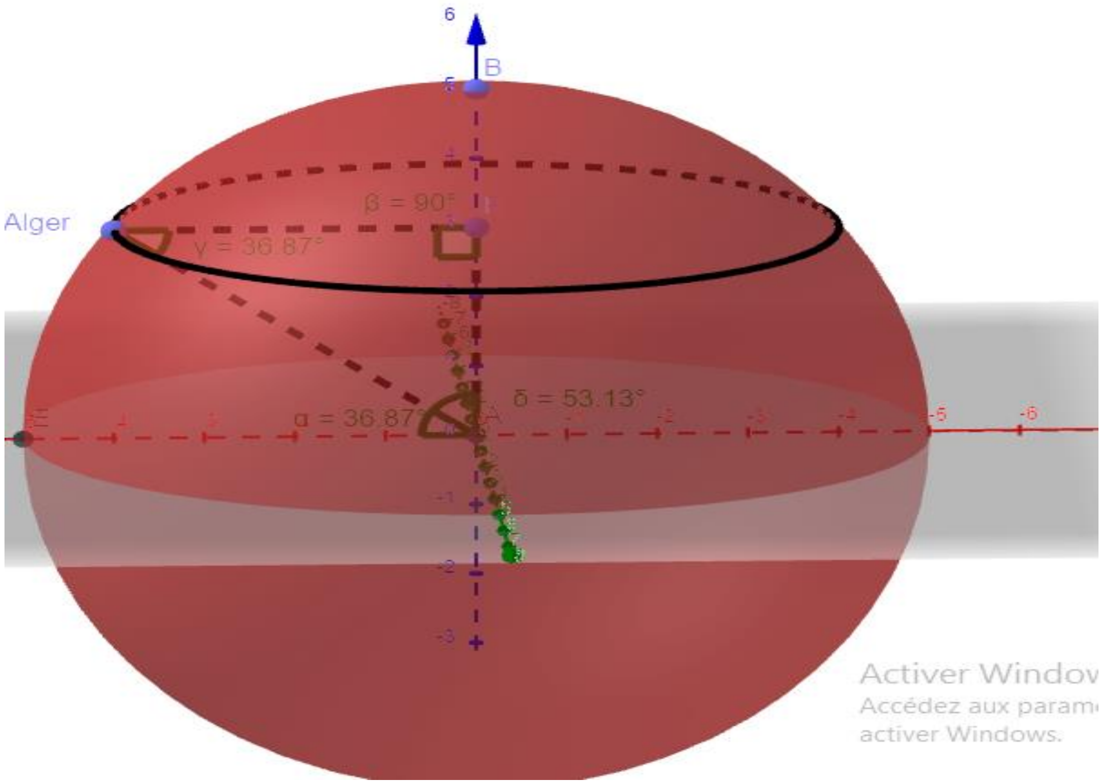
On trouve que la distance « Alger-pôle nord » est égale a :

<u>5920.851857km</u>

Afin de ne pas encombrer les prochains calculs nous nommons cette valeur D.

Question 2

-Nous calculons désormais la circonférence du parallèle de latitude 36.7525°.



Pour cela on calcule la longueur du segment Alger-I (r1)

: ***r1= cos (36.7525) ×6371= 5104.621709 km***

La circonférence du parallèle 36.7525 est donc

2π (r1)=32073.28412km

On nomme cette valeur C

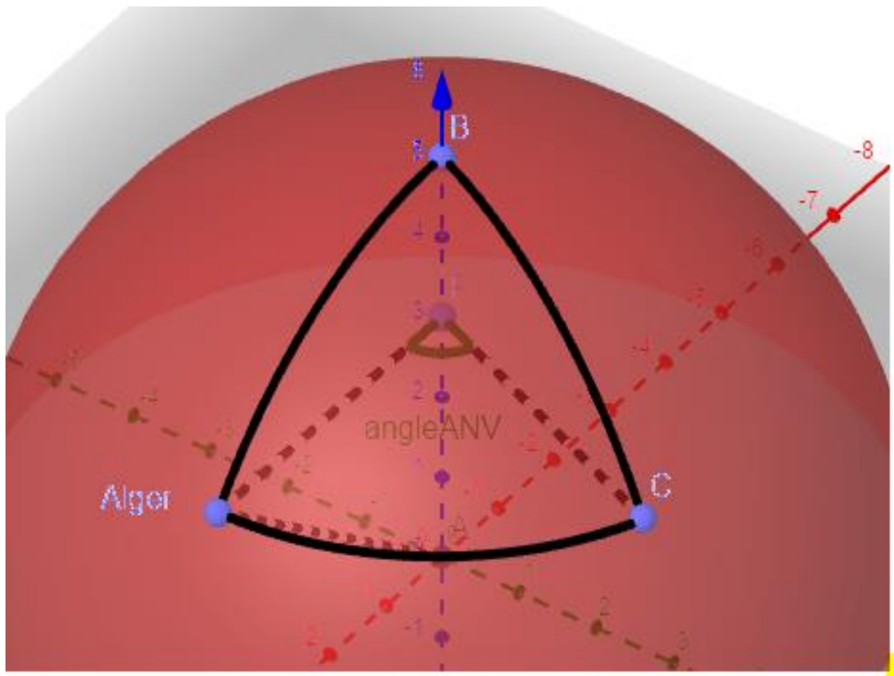
Question 2

-A présent nous cherchons à déterminer la valeur de l'angle «Alger-i-nouvelle ville » (voir dans la figure ci-dessous)

Pour cela nous calculons le rapport entre D et C

C=>360°

D=> Angle ANV



ANV= 66.45738742°

La longitude de la nouvelle ville est

Longitude d'Alger – Angle ANV=

-3.0419700-66.45738742=-69.49935742°

La ville a l'est a donc pour coordonnes :

NV(69.49935742 E ; 36.7525 N)

Question 2

A l’aide du site internet https://www.gps-coordinates.net/

Nous trouvons la ville de Taloqan en Afghanistan.

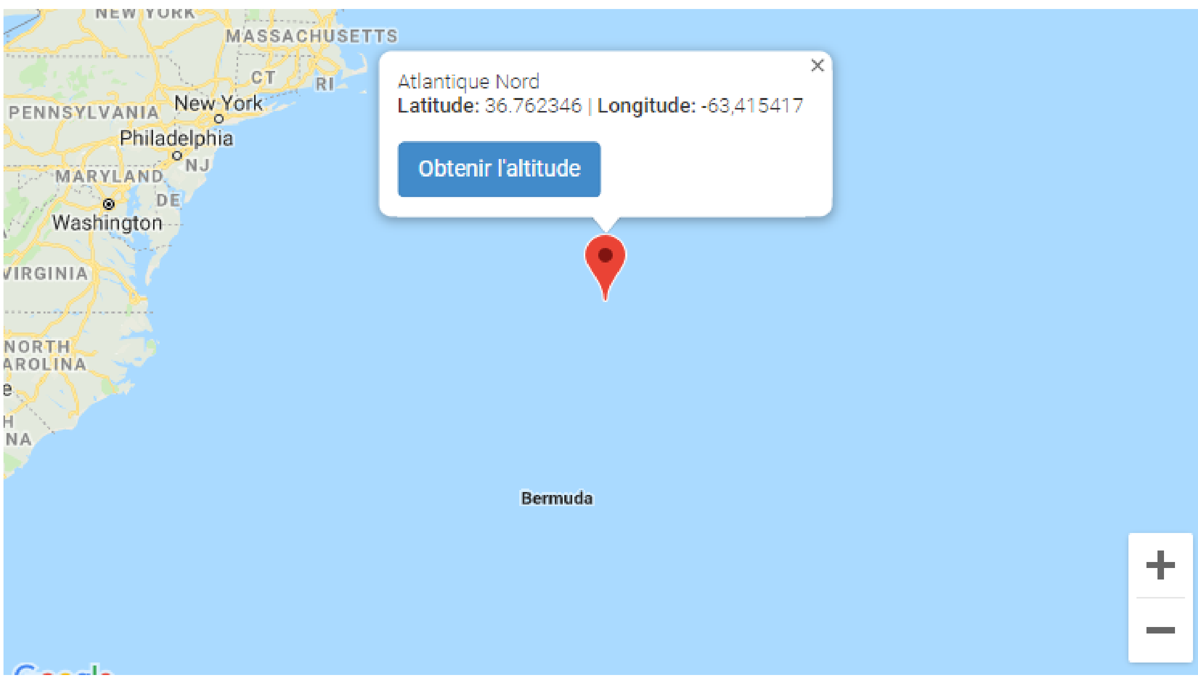
Question 2

<u>Ouest :</u> Pour l'ouest c'est-à-dire une ville qui serait à l'Ouest d'Alger d'une distance D, l'on garde la valeur de l'angle ANV

Et au lieu de la soustraire, on l'additionne cette fois à la longitude d'Alger.

L'on trouve que ce point la a pour coordonnées,

(63.41541741°W ; 36.7525°N)



Il n'y a pas de ville à ces coordonnées.

Selon cette interprétation (triangle convexe) on ne trouve qu'une solution :

Taloqan(Afghanistan) forme un coin de carre a trois cotes avec Alger.

Question 2

B-Algorithmes EST-OUEST :

Si vous souhaitez faire le même cheminement avec d'autre ville nous vous proposons notre algorithme tout en un :

<u>Langage naturel :</u>

: A prend la valeur 0
: D prend la valeur 0
: saisir X, Y
: SI $-180<X\leq 180$
: alors
: si $90\geq Y>0$
: alors
: E prend la valeur $X-(((6371\times (90-Y))/ (\surd (6371^2-(6371\times\cos (90-Y))^2)))$
: O prend la valeur $X+ (((6371\times (90-Y))/ (\surd (6371^2-(6371\times\cos (90-Y))^2)))$
: fin de SI
: si $-90\leq Y<0$
: alors
: E prend la valeur $X-(((6371\times (90-Y))/ (\surd (6371^2-(6371\times\cos (-Y))^2)))$
: O prend la valeur $X+ (((6371\times (90-Y))/ (\surd (6371^2-(6371\times\cos (-Y))^2)))$
: fin de SI
: Si $Y=0$
: alors
: E prend la valeur $X-90$

Question 2

: O prend la valeur X+90
: fin de SI
: si -360≤E≤-180
: alors
: E prend la valeur E+360
: fin de si
: tant que E<-360
: E prend la valeur E+360
: D prend la valeur D+1
: fin tant que
:si 360≥O≥180
:alors
:O prend la valeur O-360
: fin de si
: tant que O >180
: O prend la valeur O -360
: A prend la valeur A+1
: fin tant que
:si O>180
: alors
:O prend la valeur O-360
: fin de si
: si E<-180
: alors
: E prend la valeur E+360
: fin de si
: afficher D , E
: afficher A,O

Question 2

Entrez la longitude puis la latitude de votre ville en degrés décimaux, l’algorithme affichera le nombre de tours effectuées autour de la terre puis la longitude de la nouvelle ville et ce pour l’est puis pour l’ouest.

4.4-Exposition des solutions par cas :

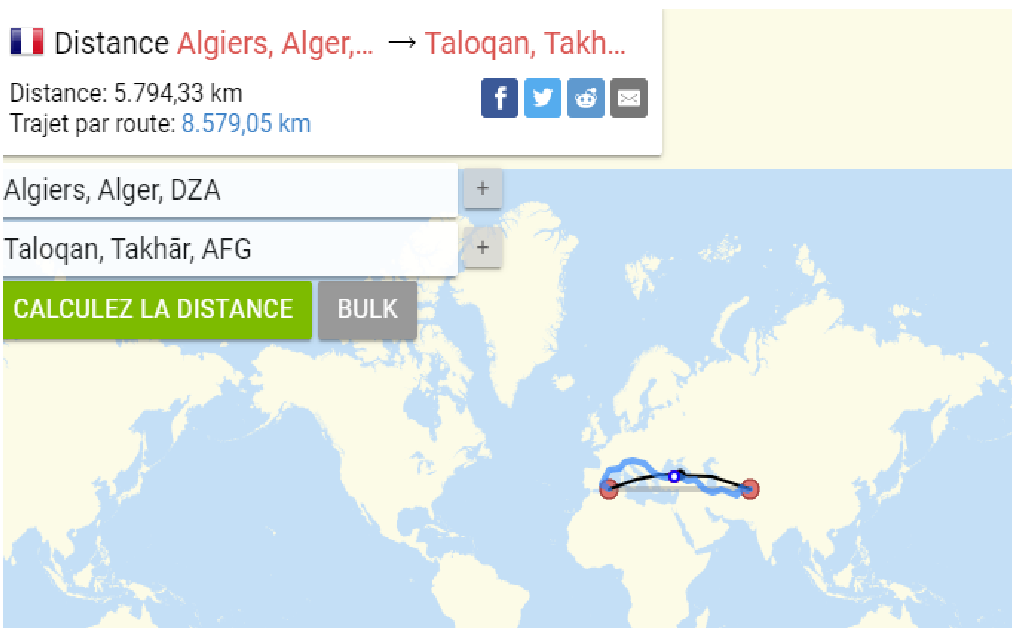
Hypothèse	Solution(s)
Triangle convexe EST	Taloqan Afghanistan
Triangle convexe OUEST	Pas de ville solution
Petit carré parallèle	Cave Springs Kentucky Golmud chine
Grand carré	Cercle de solutions à 10000km d’Alger(San Francisco)
Généralisation du carré	Toutes les villes sont solutions

5-Resolution d’un problème rencontré :

5.1-Calcul d’une distance minimale :

Suite à la réponse de l’hypothèse « triangle convexe EST »

Nous avons cherché à calculer la distance entre Alger et Taloqan. L’intuition nous laisse penser que cette distance est égale a D soit 5920.851857km ; à l’aide encore une fois du site internet https://fr.distance.to/ nous calculons cette distance :

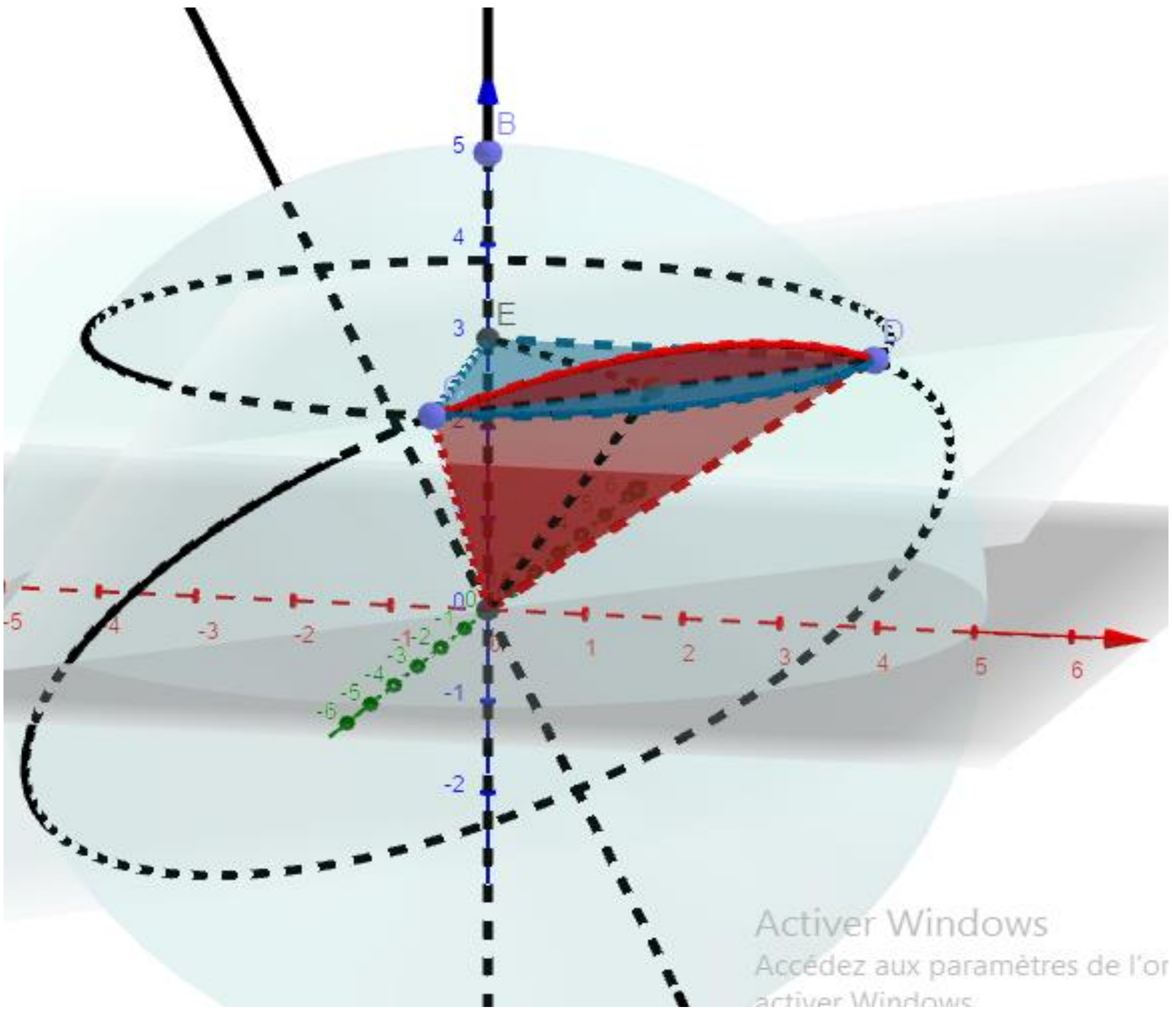


On admet certes une marge d’erreur mais 200km est une valeur trop grande pour être négligée.

Résolution d'un problème rencontré

Ce serait-on tromper ? Et bien non, la distance D représente le parcours entre Alger et Taloqan en passant par le parallèle, or

le site internet nous donne la distance en passant par le grand cercle, c'est la distance à vol d' oiseau.



L'arc bleu est la distance en passant par le parallèle ; c'est la distance D. on cherche à trouver l'arc rouge, qui est la distance la plus courte ; c'est-à-dire celle qui passe par un grand cercle.

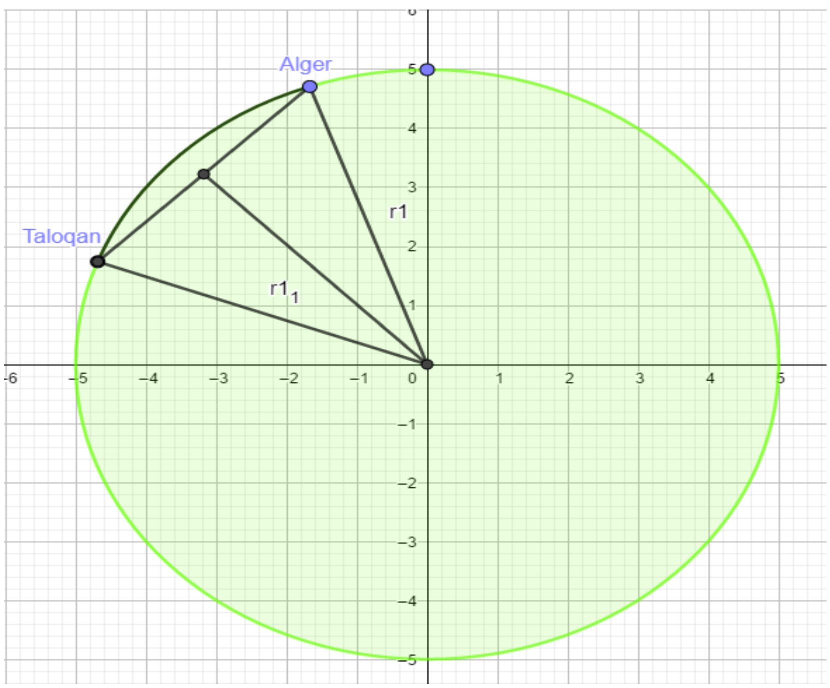
Résolution d'un problème rencontré

-calculons la valeur de l'arc rouge :

- Nous connaissons la valeur de r1 : ***5104.621709 km***
- Et nous connaissons la valeur de l'angle entre Alger – Taloqan de sommet centre du 36eme parallèle : ***66.45738742°***

La distance entre Alger et Taloqan dans l'espace est donc de :

2× (sin (66.45738742/2) × 5104.621709)



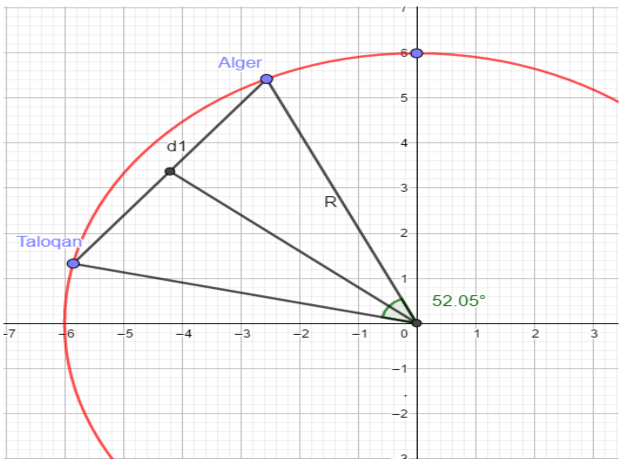
Sur le 36éme parallèle.

On trouve 5594.483731km=d1

On passe ensuite dans le grand cercle :

Et l'on exécute l'opération inverse, le lien entre le parallèle 36 et le grand cercle étant la distance dans l'espace entre Alger et Taloqan : 2×(arc sin((5594.483731/2)/6371))=52.08765357°

Résolution d'un problème rencontré



Sur le grand cercle passant par Alger et taloqan.

Désormais on utilise une règle de trois :

52.08765357°=>

360°=>2πR

On trouve 5791.882817km

Cette fois ci il y-a une marge d'erreur de 3km, qui est explicable par le fait que la terre n'est pas une sphère parfaite.

B-Algorithme simplifié :

Si deux villes ont la même latitude, vous pouvez trouver la distance à vol d’oiseau en utilisant cet algorithme :

: lire X, Y, Z
: si X>Y
: alors
: A prend la valeur X-Y
: fin de si
: si X<Y
: alors
: A prend la valeur Y-X
: fin de si
: si X=Y
: alors
: afficher 0
: fin de si
: si Z<0
: alors
: Z prend la valeur -Z
: fin de si
: si Z=0
: alors
: B prend la valeur (A×2π×6371)/360
: sinon
: C prend la valeur (2×arcsin ((sin (90-Z) ×6371) × (sin (A/2))/6371
: B prend la valeur (C×2π×6371)/360
: fin de si
: afficher B

Entrez X : longitude ville 1 Entrez Y : longitude de la ville 2 Entrez Z : latitude des 2 villes (Algorithme en degrés décimaux)

C-Généralisation de l'algorithme :

Si deux villes n'ont pas la même latitude, comment calcule-t-on la distance à vol d' oiseau qui les sépare ?

Au cours de nos recherches nous sommes tombés sur une formule qui date du début du XIXe siècle et qui sert à calculer la distance à vol d'oiseau entre deux villes :

$$D = 2r \arcsin\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) + \cos(\varphi_1)\cos(\varphi_2)\sin^2\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right)}\right)$$

Dans cette formule les angles sont en Radian ; ***φ 1, φ 2*** sont les latitudes respectives du point 1 et du point 2 ***; λ 1, λ 2*** sont les longitudes respectives du point 1 et du point 2.

A partir de cette formule, l'on crée un algorithme qui calcule les distances entre deux villes :

: lire A, B, C, D
: A prend la valeur $(A\times\pi)/180$
: B prend la valeur $(B\times\pi)/180$
: C prend la valeur $(C\times\pi)/180$
: D prend la valeur $(D\times\pi)/180$
: E prend la valeur $(\sin((A-C)/2))^2$
: F prend la valeur $(\cos C \times \cos A)$
: G prend la valeur $(\sin((B-D)/2))^2$
: H prend la valeur $(\arcsin(\sqrt{E+F\times G}))$
: D prend la valeur $H\times 12742$
: afficher D

Saisir :

A : latitude 1

B : longitude 1

C : latitude 2

D : longitude 2

Note : entrez ces valeurs en degrés décimaux (convertisseur intégré)

N'oubliez pas de mettre votre appareil en mode radian !

6-Vers une simplification des calculs géographiques :

Au cours de nos recherches nous avons été confronté à des soucis de conversions ; en plus des algorithmes présentés tout au long de ce document (latitudes des cercles ; triangle convexe ; carré parallèle ; distance simplifiée, distance générale), nous vous proposons des algorithmes de conversions utiles :

1- Degrés minutes secondes aux degrés décimaux :

: lire X, Y, Z
: Y prend la valeur Y/60
: Z prend la valeur Z/3600
: D prend la valeur X+Y+Z
: afficher D

Insérez X degrés Y minutes Z secondes

2-***Degrés décimaux aux degrés minutes secondes :***

: D prend la valeur 0
: M prend la valeur 0
: saisir X
: tant que X> 1
: X prend la valeur X-1

: D prend la valeur D+1
: fin tant que
: X prend la valeur X×60
: tant que X >1
: X prend la valeur X-1
: M prend la valeur M+1
: fin tant que
: S prend la valeur X×60
: afficher D, M, S

Insérez X en degrés décimaux.

3-Du degré décimal au radian :

: saisir X
: X prend la valeur (X×π)/180
: afficher X

Insérez X en degrés décimaux

4-Algorithme mesurant la précision en pourcentage :

: lire O
: lire R
: si O >R
: alors
: P prend la valeur O-R
: fin de si
: si O<R
: alors
: P prend la valeur R-O

: fin de si
: si O=R
: alors
: afficher « parfait »
: fin de si
: P prend la valeur P×100/O
: si O>R
: alors
: afficher ”-“
: fin de si
: si O<R
: alors
: afficher “+”
: fin de si
: afficher P

Entrez d’abord la vraie valeur puis la valeur que vous avez trouvé ; l’algorithme affichera un **+** si votre valeur est plus grande (ou un **-** si plus petite) et donnera la marge d’erreur en pourcentage.

5-Algorithme donnant les coordonnées de l'antipode :

: lire X, Y
: Y prend la valeur -Y
: X prend la valeur X+180
: si X>180
: alors
: X prend la valeur X-360
: fin de si
: afficher X, Y

Entrez la longitude X et la latitude Y d'un point à la surface de la terre, l'algorithme donnera les coordonnées de l'antipode.

6.2-Adresses utiles :

-Pour calculer la distance entre deux points à la surface de la terre nous utilisons le site internet https://fr.distance.to/.

-Pour trouver les coordonnées d'une ville ou pour localiser un point par ses coordonnées nous utilisons le site internet https://www.gps-coordinates.net/.

7-Conclusion :

7.1-Résumé du travail de recherche :

Nous avons dans un premier lieu déterminé la couleur de l'ours (blanc) en le localisant via des caractéristiques géographiques.

Ensuite nous nous sommes penchés sur différentes interprétations du terme « coin de carré » et avons répondu à la question pour chacune des interprétations.

Nous avons de plus enrichi nos travaux avec des algorithmes diverses et variés ; de quoi faciliter les calculs géographiques dans le futur.

7.2 Equipe et avancement :

Notre équipe a grandement appris de ce projet de recherche

Nous avons tiré des expériences utiles pour nos vies professionnelles à venir et avons approfondi notre maitrise de la géométrie spatiale, de l'algorithme et avons appris à mieux collaborer ensemble.

Remerciements :

Nous tenons à remercier l'initiative de ce projet de mathématique ainsi que le cadre scolaire et familiale de chacun d'entre nous. Nous souhaiterions dédier ce projet de math à nos parents et à toutes les personnes qui nous ont soutenu ; en plus des encadreurs :

Madame KASDALI

Madame LAZRI

Madame ZEDEK

Monsieur AOUAD

Monsieur TRUNKENWALD

Monsieur ZORAI

-Monsieur Benmansour

Un travail de :

AIT BELKACEM Moncef Karim

AL RUBAIE Maysoon

DEGHEB Ghiles

LAICHAOUI Meriem

MAHMOUDI Chiraz

MERAH Darina


A PLUS!!