

Коллоквиум

Даты проведения:

15-19 апреля.

Структура билета:

1. Теоретический вопрос (вопросы 1-10)
2. Теоретический вопрос (вопросы 11-25)
3. Задача

Оценивание:

0-6 баллов - ответы на два основных теоретических вопроса.

0-2 баллов - оценка решения задачи.

0-2 баллов - ответы на дополнительные вопросы.

Оценивается точность, полнота и непротиворечивость рассуждений студента при ответах и/или решении практического задания.

Формат:

не более 40 минут на подготовку; не более 15 минут на ответ.

Вопросы

1. Линейный оператор. Определение, примеры.
2. Структура множества $End(X)$.
3. Образ и ядро оператора. Определения, примеры.
4. Теорема о базисе ядра и образа. Следствия.
5. Матрица линейного оператора. Определение, примеры.
6. Изоморфность $End(X)$ и $M_n(F)$.
7. Преобразование матрицы оператора при смене базиса.
8. Определитель линейного оператора. Критерий обратимости.
9. Инвариантное относительно оператора подпространство. Определение, примеры.

10. Матрица оператора в базисе, согласованном с инвариантным подпространством. Блочно-диагональный вид матрицы оператора.
11. Собственные значения и собственные векторы. Определения, примеры.
12. Собственное подпространство. \mathcal{A} -инвариантность собственного подпространства. Геометрическая кратность.
13. Характеристический полином. Инвариантность характеристического полинома. Алгебраическая кратность.
14. Геометрическая и алгебраическая кратности. Связь этих величин.
15. Линейная независимость подпространств. Линейная независимость собственных подпространств.
16. Оператор с простым спектром. Диагонализуемость оператора с простым спектром.
17. Проектор на подпространство. Свойства проекторов. Спектральное разложение диагонализуемого оператора.
18. Критерий диагонализуемости.
19. Корневые векторы. Определение, примеры.
20. Корневое подпространство. Цепочка подпространств $\ker(\mathcal{A} - \lambda \mathcal{E})^k$.
21. Свойства корневых подпространств.
22. Нильпотентный оператор. Циклическое подпространство.
23. Структура нильпотентного оператора. Жорданова цепочка. Диаграмма Юнга.
24. Жорданова клетка. Жорданова нормальная форма. Основная теорема о структуре оператора.
25. Алгоритм построения жорданова базиса и жордановой нормальной формы.