

**Metody Numeryczne (WNUM 2020) – Projekt**  
**Zadanie #3: Całkowanie numeryczne**

1. Wyznaczyć estymatę pola powierzchni figury  $F$  ograniczonej wielomianem:

$$w(x) = x^6 + 9x^5 - 59x^4 - 1155x^3 + 1316x^2 + 44308x - 162720.$$

w przedziale  $[rl, ru]$ , gdzie  $rl$  i  $ru$  to odpowiednio mniejszy i większy pierwiastek wielomianu.

W tym celu wyznaczyć wartość całki:

$$I = \left| \int_{rl}^{ru} w(x) dx \right|$$

używając zmiennych symbolicznych. Uzyskaną w ten sposób wartość  $\tilde{I}$  traktować jako wartość dokładną.

2. Wyznaczyć minimalną liczbę podprzedziałów dla kwadratury złożonej pozwalającą na wyznaczenie przybliżonej wartości  $\tilde{I}$  pola powierzchni figury  $F$  z błędem bezwzględnym  $\Delta\tilde{I} \equiv \tilde{I} - I$  spełniającym warunek  $|\Delta\tilde{I}| < 5 \cdot 10^{-7}$ . W tym celu rozpocząć obliczenia od jednego podprzedziału, a następnie zwiększać liczbę podprzedziałów o 3 aż do spełnienia tego warunku. Powtórzyć obliczenia dla kwadratur rzędu  $N = 2, 3, 4, 5, 6$ . Przedstawić graficznie zależności liczby podprzedziałów oraz długości kroku całkowania od  $N$ .
3. Porównać zbieżność metody Monte-Carlo w wersji "orzeł-reszka", dla dwóch sposobów losowania punktów: równomiernego i przypadkowego. W pierwszym przypadku wygenerować siatkę punktów  $\langle x, y \rangle$  o wymiarach  $N \times N$  równomiernie rozłożonych w obszarze całkowania, a w drugim –  $N^2$  punktów  $\langle x, y \rangle$  losowo rozłożonych w tym obszarze. Wyznaczyć estymaty pola powierzchni  $\tilde{I}$  oraz moduł błędu bezwzględnego  $|\Delta\tilde{I}|$  od  $N \in \{10, 20, \dots, 100, 200, \dots, 1000, 2000, \dots, 10000\}$ . Sporządzić wykresy przedstawiające te zależności.