Metody Numeryczne (WNUM 2020) – Projekt Zadanie #2: Rozwiązywanie równań nieliniowych

1. Wyznaczyć wszystkie pierwiastki (dwa rzeczywiste i cztery zespolone) wielomianu:

$$w(x) = x^6 + 9x^5 - 59x^4 - 1155x^3 + 1316x^2 + 44308x - 162720$$

przy użyciu następującej procedury:

- wyznaczyć większy pierwiastek rzeczywisty za pomocą metody siecznych;
- dokonać deflacji liniowej wielomianu za pomocą algorytmu Hornera;
- wyznaczyć mniejszy pierwiastek rzeczywisty za pomocą metody stycznych;
- dokonać deflacji liniowej wielomianu za pomocą algorytmu Hornera;
- wyznaczyć parę pierwiastków zespolonych o mniejszej części rzeczywistej za pomocą metody Mullera w wersji I;
- dokonać deflacji kwadratowej wielomianu za pomocą algorytmu Hornera;
- wyznaczyć parę pierwiastków zespolonych o większej części rzeczywistej za pomocą metody Mullera w wersji II.

Jako kryterium zatrzymania iteracyjnych algorytmów wyznaczania pierwiastków przyjąć nierówność: $|x_{i+1} - x_i| < \Delta x$, gdzie x_i jest i-tym przybliżeniem wyznaczanego pierwiastka; przeprowadzić obliczenia dla $\Delta x = 10^{-3}$. Dobrać punkty startowe tych algorytmów w taki sposób, aby gwarantowały ich zbieżność do wskazanego rozwiązania, a jednocześnie były możliwie od niego odległe.

2. Zbadać wpływ parametru Δx , w możliwie szerokim zakresie jego wartości, na dokładność wyznaczania poszczególnych pierwiastków. Sporządzić wykresy zależności zagregowanych błędów względnych wektora estymat pierwiastków $\hat{\mathbf{x}}$:

$$\delta_2 = \frac{\|\hat{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}\|_2}{\|\dot{\mathbf{x}}\|_2} \text{ oraz } \delta_{\infty} = \frac{\|\hat{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}\|_{\infty}}{\|\dot{\mathbf{x}}\|_{\infty}}$$

od parametru Δx . Jako składowe wektora odniesienia $\dot{\mathbf{x}}$ przyjąć całkowite przybliżenie pierwiastków wyznaczonych za pomocą procedury **roots**.