WDWR PROJEKT

Maciej Kaczkowski 300660

WDWR 23401

Spis treści

Treść zadania

WDWR23401

Rozważamy następujące zagadnienie planowania produkcji:

Przedsiębiorstwo wytwarza 4 produkty P1,...,P4 na następujących maszynach: 4 szlifierkach, 2 wiertarkach pionowych, 3 wiertarkach poziomych, 1 frezarce i 1 tokarce. Wymagane czasy produkcji 1 sztuki produktu (w godzinach) w danym procesie obróbki zostały przedstawione w poniższej tabeli:

	P1	P2	P3	P4
Szlifowanie	0,4	0,6	—	—
Wiercenie pionowe	0,2	0,1	—	0,6
Wiercenie poziome	0,1	—	0,7	—
Frezowanie	0,06	0,04	—	0,05
Toczenie	—	0,05	0,02	—

Dochody ze sprzedaży produktów (w zł/sztukę) modelują składowe wektora losowego **R** = $(R_1,...,R_4)^T$. Wektor losowy **R** opisuje 4-wymiarowy rozkład *t*-Studenta z 4 stopniami swobody, którego wartości składowych zostały zawężone do przedziału [5;12]. Parametry $\boldsymbol{\mu}$ oraz $\boldsymbol{\Sigma}$ niezawężonego rozkładu *t*-Studenta są następujące:

$$\mu = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \Sigma = \begin{pmatrix} 16 & -2 & -1 & -3 \\ -2 & 9 & -4 & -1 \\ -1 & -4 & 4 & 1 \\ -3 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Istnieją ograniczenia rynkowe na liczbę sprzedawanych produktów w danym miesiącu:

	P1	P2	P3	P4
Styczeń	200	0	100	200
Luty	300	100	200	200
Marzec	0	300	100	200

Jeżeli w danym miesiącu jest sprzedawany produkt P1 lub P2, to musi być również sprzedawany produkt P4 w liczbie sztuk nie mniejszej niż suma sprzedawanych produktów P1 i P2.

Istnieje możliwość składowania do 200 sztuk każdego produktu w danym czasie w cenie 1 zł/sztukę za miesiąc. Aktualnie firma nie posiada żadnych zapasów, ale jest pożądane mieć po 50 sztuk każdego produktu pod koniec marca.

Przedsiębiorstwo pracuje 6 dni w tygodniu w systemie dwóch zmian. Każda zmiana trwa 8 godzin. Można założyć, że każdy miesiąc składa się z 24 dni roboczych.

1. Zaproponować jednokryterialny model wyboru w warunkach ryzyka z wartością średnią jako miarą zysku. Wyznaczyć rozwiązanie optymalne.
2. Jako rozszerzenie powyższego zaproponować dwukryterialny model zysku i ryzyka z wartością średnią jako miarą zysku i odchyleniem przeciętnym jako miarą ryzyka. Dla decyzji $\mathbf{x} \in Q$ odchylenie przeciętne jest definiowane jako $\delta(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{T} |\mu(\mathbf{x}) - r_t(\mathbf{x})| p_t$, gdzie $\mu(\mathbf{x})$ oznacza wartość średnią, $r_t(\mathbf{x})$ realizację dla scenariusza t, p_t prawdopodobieństwo scenariusza t.
    a. Wyznaczyć obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko–zysk.
    b. Wskazać rozwiązania efektywne minimalnego ryzyka i maksymalnego zysku. Jakie odpowiadają im wartości w przestrzeni ryzyko–zysk?
    c. Wybrać trzy dowolne rozwiązania efektywne. Sprawdzić czy zachodzi pomiędzy nimi re-lacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu. Wyniki skomentować, odnieść do ogólnego przypadku.

Analityczne sformułowanie modelu. Wskazanie i uzasadnienie przyjętych założeń. Wskazanie podstaw teoretycznych.

Specyfikacja problemu decyzyjnego z dookreśleniem wszystkich elementów. Określenie zmiennych decyzyjnych, ograniczeń i funkcji oceny.

Średnia jest miarą oceny, a wartość oczekiwana jest jej estymatorem. W poniższych rozważaniach posłużono się wartością oczekiwaną.

Obliczono wartości oczekiwane dochodów ze sprzedaży produktów (w zł / sztuka), na podstawie wzoru dla zawężonego rozkładu t-Studenta:

$$E(R) = \mu + \sigma \frac{\Gamma\left(\frac{\mathrm{v}-1}{2}\right)\left((\mathrm{v}+\mathrm{a}^2)^{-\frac{v-1}{2}} - (\mathrm{v}+\mathrm{b}^2)^{-\frac{v-1}{2}}\right) v^{\frac{v}{2}}}{2(F_v(b) - F_v(a)\Gamma(\frac{v}{2})\Gamma(\frac{1}{2})}$$

Oraz parametrów niezawężonego rozkładu:

$$\mu = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \Sigma = \begin{pmatrix} 16 & -2 & -1 & -3 \\ -2 & 9 & -4 & -1 \\ -1 & -4 & 4 & 1 \\ -3 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Uzyskano:

$$E(P_1) \cong 8.627$$

$$E(P_2) \cong 8.305$$

$$E(P_3) = 7.605$$

$$E(P_4) = 7.904$$

Sformułowanie modelu w postaci do rozwiązania z wykorzystaniem AMPL i Python.

Sformułowanie problemu jest zawarte w załączonych plikach AMPL oraz Python.

Uzyskany wynik:

```
CPLEX 22.1.1.0: optimal solution; objective 12433.62857
0 dual simplex iterations (0 in phase I)
Production :=
P1 Luty      200
P1 Marzec      0
P1 Styczen   200
P2 Luty        0
P2 Marzec    160
P2 Styczen     0
P3 Luty      182.857
P3 Marzec    100
P3 Styczen   100
P4 Luty      200
P4 Marzec    200
P4 Styczen   200
;
```

Omówienie testów poprawności implementacji

Przeprowadzone działania pozwoliły na zgrubne oszacowanie wartości produkcji, przy spełnieniu części założeń dla modelu jednokryteralnego. Opisane podejście nie jest wystarczające do rozwiązania problemu.

Omówienie wyników z nawiązaniem do teorii