## № 1.2.59

Вычислим определитель второго порядка:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} = 2 \cdot -4 - (-3) \cdot 5 = 7.$$

## № 1.2.61

Вычислим определитель второго порядка:

$$\begin{vmatrix} x^2 & x \\ xy^2 & y^2 \end{vmatrix} = x^2 \cdot y^2 - x \cdot xy^2 = 0.$$

## № 1.2.73

Вычислим определитель третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = -2 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-2) \cdot 1 + 4 \cdot (-3) \cdot 5 - \\ - 5 \cdot 1 \cdot 1 - (-2) \cdot (-3) \cdot (-2) - 3 \cdot 4 \cdot 2 = -87.$$

## № 1.2.77

Вычислим определитель третьего порядка:

$$\begin{vmatrix} \cos\alpha & \cos\beta & 0 \\ \cos\alpha & 0 & \cos\gamma \\ 0 & \cos\beta & \cos\gamma \end{vmatrix} = \cos\alpha \cdot 0 \cdot \cos\gamma + \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot 0 + 0 \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma - \\ - 0 \cdot 0 \cdot 0 - \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma - \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma = -2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma.$$

## № 1.2.65

Решим уравнение

$$\begin{vmatrix} 2x-3 & 4 \\ -x & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

Для этого вычислим определитель:

$$\begin{vmatrix} 2x-3 & 4 \\ -x & -3 \end{vmatrix} = 9 - 2x,$$

и приравняем его к нулю:

$$9 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 4{,}5.$$

## № 1.2.70

Решим уравнение

$$\begin{vmatrix} \sin 2x & -\sin 3x \\ \cos 2x & \cos 3x \end{vmatrix} = 0$$

аналогично задаче №1.2.65:

$$\begin{vmatrix} \sin 2x & -\sin 3x \\ \cos 2x & \cos 3x \end{vmatrix} = \sin 2x \cos 3x + \cos 2x \sin 3x = \sin(2x+3x) = \sin 5x.$$

При этом

$$\sin 5x = 0 \Leftrightarrow 5x = \pi k \Leftrightarrow x = \frac{\pi k}{5},$$

где $k \in \mathbb{Z}$.

## № 1.2.85

Решим неравенство

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & x+5 & 2-x \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} \leqslant 4.$$

Для начала найдём определитель матрицы:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & x+5 & 2-x \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 5x + 40.$$

Так,

$$5x + 40 \leqslant 4 \Leftrightarrow x \leqslant -7{,}2.$$

## № 1.2.95

Найдём определитель

$$\begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

разложением по 1-й строке. Для простоты вычислений вычтем из первой строки удвоенную четвёртую:

$$\begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot 0 \cdot M_{11} + (-1)^{1+2} \cdot (-3) \cdot M_{12} +$$

$$+ (-1)^{1+3} \cdot 0 \cdot M_{13} + (-1)^{1+4} \cdot 0 \cdot M_{14} = 3 \begin{vmatrix} 8 & 5 & 4 \\ 7 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3 \cdot 20 = 60.$$

## № 1.2.96

Найдём определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & a & 2 & -1 \\ 4 & b & 4 & -3 \\ 2 & c & 3 & -2 \\ 4 & d & 5 & -4 \end{vmatrix}$$

разложением по четвертому столбцу. Прибавим к каждой строке с номером $i > 1$ первую строку, умноженную на $\alpha_{i4}$:

$$\begin{vmatrix} 5 & a & 2 & -1 \\ -11 & b-3a & -2 & 0 \\ -8 & c-2a & -1 & 0 \\ -16 & d-4a & -3 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{1+4}\cdot(-1)\cdot M_{14} + (-1)^{2+4}\cdot 0\cdot M_{24} +$$

$$+ (-1)^{3+4}\cdot 0\cdot M_{34} + (-1)^{4+4}\cdot 0\cdot M_{44} =$$

$$= \begin{vmatrix} -11 & b-3a & -2 \\ -8 & c-2a & -1 \\ -16 & d-4a & -3 \end{vmatrix} = 33c - 66a + 16b -$$

$$- 48a + 16d - 64a - 32c + 64a - 24b +$$

$$+ 72a - 11d + 44a = 2a - 8b + c + 5d.$$

## № 1.4.37

Найдем матрицу, обратную к

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Присоединим единичную матрицу:

$$(A|E) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right).$$

Первую строку умножим на $-1$, вторую разделим на 2, а третью умножим на 2:

$$(A|E) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right).$$

Затем поменяем местами вторую и третью строки:

$$(A|E) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{array}\right).$$

Так, искомая матрица имеет вид

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix}.$$

## № 1.4.38

Найдем матрицу, обратную к

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Присоединим единичную матрицу:

$$(A|E) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 8 & 3 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right).$$

Ко второй строке прибавим удвоенную третью:

$$(A|E) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ -4 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right).$$

К третьей строке прибавим первую, умноженную на 4, и вычтем вторую, умноженную на 3:

$$(A|E) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -3 & -5 \end{array}\right).$$

Третью строку умножим на $-1$ и прибавим к первой:

$$(A|E) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -3 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 3 & 5 \end{array}\right).$$

Наконец, из первой строки вычтем вторую:

$$(A|E) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -3 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 3 & 5 \end{array}\right).$$

Так, искомая матрица имеет вид

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$