Казначеев М.А.

Лабораторная работа №3

Определение плотности твёрдых тел пикнометром и гидростатическим взвешиванием

Самара
2023

Содержание

Аннотация

Цель работы: Определить плотности тел различными методами.

В работе используются: Рычажные весы, свинцовые шарики, пикнометр, вода, стакан, лабораторный штатив, медная проволока, тело в форме параллелепипеда.

I Теоретические сведения

В методе определения плотности твердого тела при помощи пикнометра исследуемое твердое тело взвешивают в воздухе и затем погружают в пикнометр с водой. На пикнометре имеется метка, до уровня которой должна доходить налитая жидкость.

Согласно закону Архимеда, плотность тела равна

$$\rho' = \frac{m}{m_0}\delta,$$

где M — масса тела в воздухе, m_0 – масса воды, вытесненная телом, δ – плотность воды. Пусть M – масса пикнометра с водой, M_0 – масса пикнометра с водой и твердым телом. Тогда

$$m_0 = M + m - M_0$$

и

$$\rho' = \frac{m}{M + m - M_0}\delta.$$

С учётом кажущейся потери веса при взвешивании в воздухе, имеем

$$\rho = \frac{m}{m + M - M_0}(\delta - \lambda) + \lambda, \tag{1}$$

где λ — плотность воздуха.

При измерении плотности методом гидростатического взвешивания исследуемое твердое тело сначала взвешивают в воздухе и затем, подвесив его на тонкой проволочке, взвешивают в воде. Масса вытесненной телом воды равна

$$W = m_1 - m_2,$$

где m_1 — масса тела с проволочкой в воздухе, $m2$ — масса тела в воде. По закону Архимеда плотность тела равна

$$\rho = \frac{m}{W}\delta.$$

Учитывая действие выталкивающей силы при взвешивании тела и воды в воздухе, получим

$$\rho = \frac{m}{m_1 - m_2}(\delta - \lambda) + \lambda. \tag{2}$$

II Описание установки

Установка представляет собой рычажные весы.

III Результаты измерений и обработка данных

Упражнение 1. Определение плотности твердого тела при помощи пикнометра

Определим взвешиванием массу m некоторого числа кусочков твёрдого тела и массу M пикнометра с водой, налитой в него до определённой метки. Затем кусочки твёрдого тела поместим в пикнометр и уберём излишек воды, так, чтобы её уровень совпадал с уровнем воды в пикнометре без кусочков. Избавимся от пузырьков воздуха и измерим массу M_0 получившейся системы. Результаты запишем в таблицу (1).

m, г	M, г	M_0, г	$m + M - M_0$, г
33,640	131,650	162,170	3,120

Таблица 1. Результаты измерения массы

Опыт проводится при температуре 24 °C, а значит плотность воды принимается равной

$$\delta = 0{,}99732 \text{ г/см}^3.$$

Плотность воздуха составляет

$$\lambda = 0{,}0012 \text{ г/см}^3.$$

Определим плотность вещества кусочков по формуле (1) и запишем результат в таблицу 2:

$$\rho \approx 10{,}7414 \text{ г/см}^3.$$

Вычислим ошибки измерений. Доверительную вероятность примем равной $P = 95\%$. Для измерения масс имеет место только систематическая погрешность. При этом приборная погрешность равна половине массы самого маленького разновеска из тех, что используются для уравновешивания весов:

$$\Delta m_{\text{пр}} = \frac{10^{-2}}{2} = 0{,}005 \text{ г}, \quad \Delta m_{\text{окр}} = P \cdot \Delta m_{\text{пр}} \approx \Delta m_{\text{пр}} = 0{,}005 \text{ г},$$
$$\Delta m = \Delta m_{\text{сист}} = \sqrt{(\Delta m_{\text{пр}})^2 + (\Delta m_{\text{окр}}^2)} = \Delta m_{\text{пр}}\sqrt{2} \approx 0{,}007 \text{ г}.$$

Абсолютная ошибка измерения плотности вычисляется, как

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial M}\Delta M\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial M_0}\Delta M_0\right)^2} =$$
$$= \Delta m\sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial M}\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial M_0}\right)^2},$$

поскольку $\Delta M = \Delta M_0 = \Delta m$. При этом,

$$\frac{\partial\rho}{\partial m} = \frac{M - M_0}{(m + M - M_0)^2}(\delta - \lambda),$$
$$\frac{\partial\rho}{\partial M} = -\frac{m}{(m + M - M_0)^2}(\delta - \lambda),$$
$$\frac{\partial\rho}{\partial M_0} = \frac{m}{(m + M - M_0)^2}(\delta - \lambda),$$

а значит,

$$\Delta\rho = \frac{\sqrt{(M-M_0)^2+2m^2}}{(m+M-M_0)^2}(\delta-\lambda)\,\Delta m \approx 0{,}0405\ \text{г/см}^3$$

и

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho}\cdot 100\% \approx 0{,}38\%.$$

ρ, г/см^3	$\Delta\rho$, г/см^3	ε_ρ, %	$\rho\pm\Delta\rho$, г/см^3
10,7414	0,0405	0,38	$10{,}7414 \pm 0{,}0405$

Таблица 2. Результаты вычисления плотности

Упражнение 2. Определение плотности твердого тела гидростатическим взвешиванием

Определим массу m взвешиваемого тела в воздухе. Затем определим его массу m_1 вместе с проволокой. Затем опустим тело на проволоке в воду и снова измерим его массу m_2. Результаты занесём в таблицу (3).

m, г	m_1, г	m_2, г	$W = m_1 - m_2$, г
28,810	28,890	17,510	11,380

Таблица 3. Результаты измерения массы

По формуле (2) вычислим плотность тела:

$$\rho \approx 2{,}5230\ \text{г/см}^3.$$

Абсолютная ошибка измерения плотности вычисляется, как

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\,\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial m_1}\,\Delta m_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial m_2}\,\Delta m_2\right)^2} =$$

$$= \Delta m\sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial m_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial m_2}\right)^2},$$

поскольку $\Delta m_1 = \Delta m_2 = \Delta m$. При этом,

$$\frac{\partial\rho}{\partial m} = \frac{1}{m_1-m_2}(\delta-\lambda),$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial m_1} = -\frac{m}{(m_1-m_2)^2}(\delta-\lambda),$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial m_2} = \frac{m}{(m_1-m_2)^2}(\delta-\lambda),$$

а значит,

$$\Delta\rho = \frac{\sqrt{W^2+2m^2}}{W^2}(\delta-\lambda)\,\Delta m \approx 0{,}0023\ \text{г/см}^3$$

и

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho}\cdot 100\% \approx 0{,}09\%.$$

Результаты запишем в таблицу 4.

ρ, г/см^3	$\Delta\rho$, г/см^3	ε_ρ, %	$\rho \pm \Delta\rho$, г/см^3
2,5230	0,0023	0,09	$2{,}5230 \pm 0{,}0023$

Таблица 4. Результаты вычисления плотности

IV Вывод

Плотность тела, вычисленная в первом упражнении, приблизительно соответствует плотности свинца (около 11,4 г/см^3). Плотность тела во втором опыте близка к плотности стекла (около 2,5 г/см^3). При этом относительная ошибка измерения плотности в первом опыте примерно в 4 раза превосходит таковую во втором, что говорит о превосходстве метода гидростатического взвешивания над методом определения плотности при помощи пикнометра.

V Контрольные вопросы

1) Плотностью вещества называется величина, численно равная массе этого вещества, содержащейся в единице объема:

$$\rho = \frac{dm}{dV}.$$

Она измеряется в кг/м^3.

2) Закон Архимеда имеет следующую формулировку: на тело, погружённое в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, численно равная весу объёма жидкости или газа, вытесненного телом. Иначе говоря, истинно соотношение

$$F_A = \rho g V,$$

где ρ — плотность жидкости или газа, g — ускорение свободного падения, V — объём части тела, погружённой в жидкость или газ, F_A — сила Архимеда.

3) При уменьшении температуры плотность твёрдого тела увеличивается.

4) Плотность воды имеет максимальное значение при $4\ ^\circ C$ и уменьшается как с повышением, так и с понижением температуры относительно этого значения. Особенности изменения плотности воды связаны с перестройкой её молекулярной структуры.

5) Будем считать, что величины Δm, ΔM, ΔM_0, Δm_1 и Δm_2 не обязательно равны попарно. Для удобства введём обозначение $\mu = m + M - M_0$. Заметим следующее:

$$\frac{\partial\rho}{\partial m} = \left(\frac{1}{\mu} - \frac{m}{\mu^2}\right) \cdot (\delta - \lambda).$$

Тогда в случае первого упражнения погрешность измерения плотности выразится формулой

$$\Delta\rho = (\delta - \lambda)\sqrt{\left(\frac{1}{\mu} - \frac{m}{\mu^2}\right)^2 (\Delta m)^2 + \left(\frac{m}{\mu^2}\,\Delta M\right)^2 + \left(\frac{m}{\mu^2}\,\Delta M_0\right)^2}.$$

Поскольку, в нашем случае, $\lambda \ll \rho$, будем считать, что

$$\rho = \frac{m}{\mu}(\delta - \lambda).$$

Тогда

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot 100\% = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 - 2\frac{(\Delta m)^2}{m\mu} + \frac{(\Delta m)^2 + (\Delta M)^2 + (\Delta M_0)^2}{\mu^2}} \cdot 100\%.$$

Наконец, заметим, что в условиях нашего опыта дробь

$$2\frac{(\Delta m)^2}{m\mu}$$

не оказывает значительного влияния на результат, а потому исключим её. В конечном счёте, имеем

$$\varepsilon_\rho = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \frac{(\Delta m)^2 + (\Delta M)^2 + (\Delta M_0)^2}{\mu^2}} \cdot 100\%$$

и

$$\Delta\rho = \frac{\rho \cdot \varepsilon_\rho}{100\%}.$$

В случае второго упражнения, получается

$$\Delta\rho = (\delta - \lambda)\sqrt{\left(\frac{1}{W}\,\Delta m\right)^2 + \left(\frac{m}{W^2}\,\Delta m_1\right)^2 + \left(\frac{m}{W^2}\,\Delta m_2\right)^2}.$$

Аналогично видоизменим формулу для вычислсения плотности:

$$\rho = \frac{m}{W}(\delta - \lambda).$$

Тогда

$$\varepsilon_\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot 100\% = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \frac{(\Delta m_1)^2 + (\Delta m_2)^2}{W^2}} \cdot 100\%$$

и

$$\Delta\rho = \frac{\rho \cdot \varepsilon_\rho}{100\%}.$$