

Казначеев М.А.

## Лабораторная работа №6

Изучение законов прямолинейного равноускоренного  
движения на машине Атвуда

Самара  
2023

## Содержание

<b>I</b>	<b>Теоретические сведения</b>	<b>2</b>
<b>II</b>	<b>Схема установки</b>	<b>5</b>
<b>III</b>	<b>Результаты измерений и обработка данных</b>	<b>5</b>
1	Проверка формулы для пути, пройденного телом при прямолинейном равноускоренном движении . . . . .	5
2	Проверка второго закона Ньютона . . . . .	8
<b>IV</b>	<b>Вывод</b>	<b>8</b>
<b>V</b>	<b>Контрольные вопросы</b>	<b>9</b>

### Аннотация

**Цель работы:** проверить формулы для пути, пройденного телом при прямолинейном равноускоренном движении; проверить второй закон Ньютона.

**В работе используются:** машина Атвуда, перегрузки различной массы.

## I Теоретические сведения

Если на концах нити машины Атвуда висят грузы одинаковой массы, то система находится в равновесии: движения грузов не происходит. Однако если между массами грузов существует разница (этого можно добиться, например, за счёт укладывания перегрузок на основные грузы), то они будут двигаться равноускоренно в противоположных вертикальных направлениях. Рассмотрим этот процесс детальнее с точки зрения динамики.

Направим ось абсцисс  $Ox$  вертикально вниз, ось ординат  $Oy$  — горизонтально влево, а ось аппликат  $Oz$  — перпендикулярно плоскости рисунка от наблюдателя (рис. 1). Таким образом мы получим правую систему координат. Пусть грузы имеют массы  $m_1$  и  $m_2$ , и при этом  $m_2 > m_1$ . Пренебрегая силами сопротивления воздуха, запишем уравнения движения грузов:

$$m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} + \vec{T}_1, \quad (1)$$

$$m_2 \vec{a}_2 = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2, \quad (2)$$

где  $\vec{a}_i$  — ускорение груза массы  $m_i$  ( $i \in \{1, 2\}$ ),  $\vec{g}$  — ускорение свободного падения,  $\vec{T}_i$  — сила натяжения нити, приложенная к грузу массы  $m_i$ . Будем считать, что нить нерастяжима, а значит,

$$\vec{a}_1 = -\vec{a}_2, \quad a_1 = a_2 = a. \quad (3)$$

При этом ускорения грузов не имеют составляющих по координатным осям, кроме оси абсцисс. Их проекции на последнюю совпадают по модулю, но противоположны по знаку:

$$-a_{1x} = a_{2x} = a. \quad (4)$$

Для проекций прочих величин выполняются следующие соотношения:

$$g_x = g, \quad T_{1x} = -T_1, \quad T_{2x} = -T_2. \quad (5)$$

Исключим проскальзывание нити по блоку. По третьему закону Ньютона,  $\vec{F} = -\vec{N}$ , где  $\vec{F}$  — сила давления на ось блока,  $\vec{N}$  — сила реакции его оси. Значит,

$$F_{\text{тр}} = \mu N, \quad (6)$$

где  $F_{\text{тр}}$  — равнодействующая сил трения,  $\mu$  — коэффициент трения между блоком и осью. Силы, действующие на блок, взаимно уравновешиваются, а значит,

$$m_0 \vec{g} + \vec{T}'_1 + \vec{T}'_2 + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0, \quad (7)$$

где  $\vec{T}'_1$  и  $\vec{T}'_2$  — силы натяжения нитей, приложенные в точках  $A_1$  и  $A_2$  соответственно. Из уравнений (6) и (7) следует

$$F_{\text{тр}} = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} (T'_1 + T'_2 + m_0 g) \approx \mu (T'_1 + T'_2 + m_0 g), \quad (8)$$

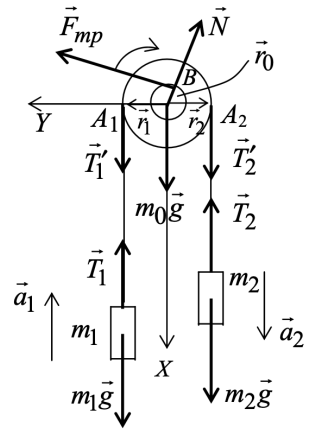


Рис. 1. Блок массой  $m_0$  с грузами

поскольку в нашем случае  $\mu < 0,1$ . Силы натяжения нитей, а так же  $\vec{F}_{\text{тр}}$  и  $\vec{N}$  остаются неизменными в ходе опыта.

Уравнение моментов для блока имеет вид

$$J\vec{\beta} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_{\text{тр}}, \quad (9)$$

где  $J$  — момент инерции блока,  $\vec{\beta}$  — угловое ускорение блока,  $\vec{M}_{\text{тр}}$  — момент сил трения в его оси,  $\vec{M}_1$  и  $M_2$  — моменты сил натяжения нитей  $\vec{T}_1'$  и  $\vec{T}_2'$ . При этом

$$\vec{M}_1 = [\vec{r}_1, \vec{T}_1'], \quad \vec{M}_2 = [\vec{r}_2, \vec{T}_2'], \quad (10)$$

где  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  — составляющие радиус-векторов точек  $A_1$  и  $A_2$ , перпендикулярные к оси вращения блока. Момент  $\vec{M}_2$  направлен по оси аппликат, а  $\vec{M}_1$  — в противоположную сторону:

$$M_{1z} = -M_1 = -rT_1', \quad M_{2z} = M_2 = rT_2', \quad (11)$$

где  $r = r_1 = r_2$  — радиус блока.

Момент сил трения вычисляется по формуле

$$\vec{M}_{\text{тр}} = [\vec{r}_0, \vec{F}_{\text{тр}}] = \text{const}, \quad (12)$$

где  $r_0$  — перпендикулярная к оси вращения блока составляющая радиус-вектора точки  $B$  приложения сил  $\vec{F}_{\text{тр}}$  и  $\vec{N}$ . Поскольку угловое ускорение блока направлено по оси  $Oz$ , а момент сил трения — в противоположную сторону, то

$$\beta_z = \beta, \quad M_{\text{тр}z} = -M_{\text{тр}}. \quad (13)$$

Заметим также, что

$$J = \alpha m_0 r^2, \quad (14)$$

где  $0 < \alpha < 1$ .

Будем считать нить невесомой. Исходя из третьего закона Ньютона,

$$\vec{T}_1' = -\vec{T}_1, \quad \vec{T}_2' = -\vec{T}_2.$$

На основании записанных выше данных, получим систему

$$\begin{cases} -m_1 a = m_1 g - T_1 \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \\ \alpha m_0 r^2 \beta = r(T_2 - T_1) - M_{\text{тр}} \end{cases}. \quad (15)$$

Учитывая соотношение

$$a = \beta r \quad (16)$$

при решении системы (15), придём к следующему:

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g - \frac{M_{\text{тр}}}{r}}{m_1 + m_2 + \alpha m_0} = \text{const}. \quad (17)$$

Если выполнены условия

$$m_1 + m_2 \gg \alpha m_0, \quad (18)$$

$$(m_2 - m_1)rg \gg M_{\text{тр}}, \quad (19)$$

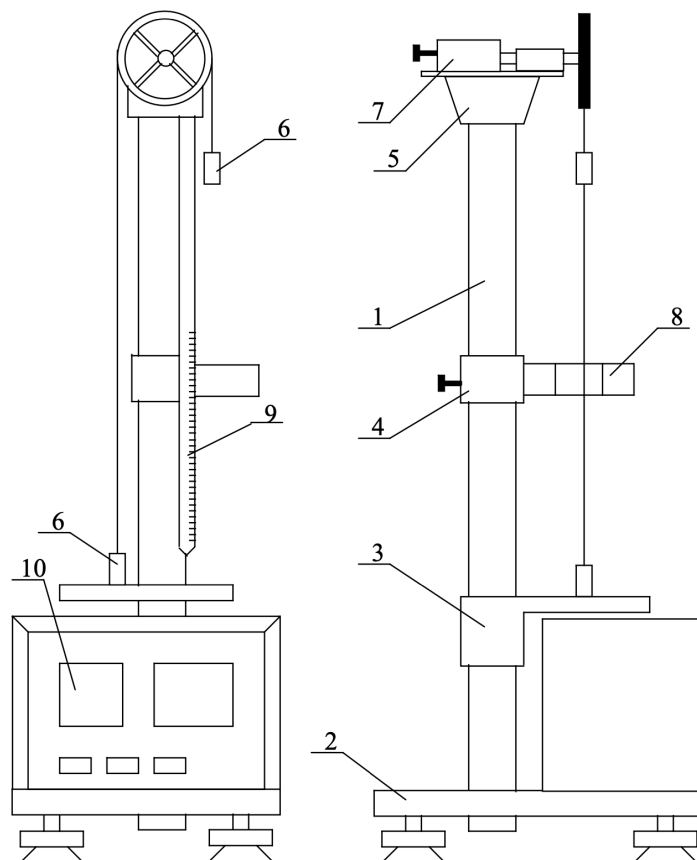


Рис. 2. Машина Атвуда

то

$$a \approx \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}. \quad (20)$$

Последние допущения приводят к увеличению теоретического значения ускорения.

В том случае, если движение грузов начинается из состояния покоя, то путь  $h$  пройденный каждым из грузов за время  $t$ , определяется формулой

$$h = \frac{at^2}{2}. \quad (21)$$

Если на одном из грузов находится перегрузок массой  $m'_1$ , а на другом —  $m'_2 > m'_1$ , то

$$m_1 = m + m'_1, \quad m_2 = m + m'_2, \quad (22)$$

где  $m$  — масса свободного от них груза. Тогда, с учётом названных выше приближений,

$$a = \frac{(m'_2 - m'_1)g}{2m + m'_1 + m'_2}. \quad (23)$$

Если же перегрузки установлены так, что

$$m_1 = m, \quad m_2 = m + m'_1 + m'_2, \quad (24)$$

то имеем

$$a' = \frac{(m'_1 + m'_2)g}{2m + m'_1 + m'_2}. \quad (25)$$

В конечном счёте, получаем

$$\frac{a}{a'} = \frac{m'_2 - m'_1}{m'_1 + m'_2}. \quad (26)$$

## II Схема установки

На рисунке 2 приведена схема машины Атвуда. На основании 2 машины закреплён миллисекундомер 10 и стойка 1. На последней расположены три кронштейна: нижний 3, средний 4, верхний 5, на котором крепится блок с узлом подшипников, через который перекинута нить с одинаковыми грузами 6. Так же там расположен электромагнит 7, удерживающий систему в состоянии покоя.

На среднем кронштейне 4 укреплён фотоэлектрический датчик 8, который останавливает счёт времени при падении груза с достаточной высоты. Нижний кронштейн 3 является площадкой с резиновым амортизатором. На стойке укреплен металлическая линейка 9.

## III Результаты измерений и обработка данных

### Упражнение 1. Проверка формулы для пути, пройденного телом при прямолинейном равноускоренном движении

После проведения ряда подготовительных действий, перейдём к измерениям. В таблице 1 приведены массы перегрузков ( $m'_1, m'_2, m'_3$ ), а так же левого и правого грузов ( $m_b$  и  $m_a$  соответственно). Доверительную вероятность будем считать равной 95%:

$$P = 0,95.$$

Величина	Значение
$m_a$	$80,720 \pm 0,005$ г
$m_b$	$80,950 \pm 0,005$ г
$m'_1$	$2,56 \pm 0,01$ г
$m'_2$	$4,00 \pm 0,01$ г
$m'_3$	$4,12 \pm 0,01$ г

Таблица 1. Массы грузов и перегрузков

На левый груз положим перегрузок массой  $m'_1$ , а на правый — перегрузки массами  $m'_2$  и  $m'_3$ . Расстояние от нижнего среза правого груза до индекса среднего кронштейна составляет

$$h_1 = 0,3500 \pm 0,0007 \text{ м},$$

учитывая, что приборная погрешность линейки равна половине цены деления:

$$\Delta h_{\text{пр}} = \frac{0,001}{2} = 0,0005 \text{ м},$$

а так же

$$\Delta h_{\text{случ}} = 0 \text{ м}, \quad \Delta h_{\text{окр}} = P \cdot \Delta h_{\text{пр}} \approx 0,0005 \text{ м}.$$

$k$	$h_k$ , м	$\varepsilon_{h_k}$ , %	$i$	$t_{ki}$ , с	$\bar{t}_k$ , с	$\Delta t_{ki}$ , с	$S_{\bar{t}}$ , с	$\Delta t_k$ , с	$\varepsilon_{t_k}$ , %	$a_k$ , м/с <sup>2</sup>	$\varepsilon_{a_k}$ , %	$\Delta a_k$ , м/с <sup>2</sup>
1	0,35	0,20	1	1,590	1,622	0,032	0,029	0,125	7,71	0,266	15,42	0,041
			2	1,597		0,025						
			3	1,679		0,057						
2	0,40	0,18	1	1,772	1,811	0,039	0,023	0,099	5,47	0,244	10,94	0,027
			2	1,811		0						
			3	1,850		0,039						
3	0,45	0,15	1	1,865	1,842	0,023	0,012	0,052	2,82	0,265	5,64	0,015
			2	1,824		0,018						
			3	1,836		0,006						

Таблица 2. Результаты первого опыта

и, как следствие,

$$\Delta h = \sqrt{\Delta h_{\text{случ}}^2 + \Delta h_{\text{пр}}^2 + \Delta h_{\text{окр}}^2} \approx 0,0007 \text{ м.}$$

После сброса груза, он преодолел расстояние  $h_1$  за

$$t_{11} = 1,590 \pm 0,001 \text{ с,}$$

с учётом погрешностей электронного миллисекундомера:

$$\Delta t_{\text{случ}} = 0 \text{ с,} \quad \Delta t_{\text{пр}} = 0,0010 \text{ с,} \quad \Delta t_{\text{пр}} = P \cdot \frac{\Delta t_{\text{пр}}}{2} \approx 0,0005 \text{ с,}$$

$$\Delta t = \sqrt{\Delta t_{\text{случ}}^2 + \Delta t_{\text{пр}}^2 + \Delta t_{\text{окр}}^2} \approx 0,001 \text{ с}$$

(для одного измерения полная погрешность совпадает с систематической). Повторим этот опыт ещё два раза. При этом величина  $\bar{t}_k$ , где  $k$  — номер серии измерений вычисляется по формуле

$$\bar{t}_k = \frac{\sum_{i=1}^n t_{ki}}{3},$$

а  $\Delta t_{ki}$  — по формуле

$$\Delta t_{ki} = |\bar{t}_k - t_{ki}|$$

(эта величина не является погрешностью, а лишь расхождением  $i$ -го измерения времени со средним значением для  $k$ -й серии).

Затем, дважды поменяем положение фотодатчика и проведём аналогичные серии измерений для каждого из положений. Запишем результаты в таблицу 2.

Для каждой серии измерений относительная погрешность вычислений высоты падения груза составляет

$$\varepsilon_{h_k} = \frac{\Delta h}{h_k} = \frac{0,0007}{h_k} \cdot 100\%.$$

Средняя ошибка для времени составляет

$$S_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 \Delta t_{ki}^2}{3(3-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 \Delta t_{ki}^2}{6}}.$$

$k$	$h_k$ , м	$\varepsilon_{h_k}$ , %	$i$	$t_{ki}$ , с	$\bar{t}_k$ , с	$\Delta t_{ki}$ , с	$S_{\bar{t}}$ , с	$\Delta t_k$ , с	$\varepsilon_{t_k}$ , %	$a'_k$ , м/с <sup>2</sup>	$\varepsilon_{a'_k}$ , %	$\Delta a'_k$ , м/с <sup>2</sup>
1	0,35	0,20	1	1,157	1,172	0,015	0,008	0,034	2,90	0,510	5,80	0,030
			2	1,176		0,004						
			3	1,183		0,011						
2	0,40	0,18	1	1,284	1,270	0,014	0,007	0,030	2,36	0,496	4,72	0,023
			2	1,266		0,004						
			3	1,259		0,011						
3	0,45	0,15	1	1,321	1,340	0,019	0,010	0,043	3,21	0,501	6,42	0,032
			2	1,357		0,017						
			3	1,341		0,001						

Таблица 3. Результаты второго опыта

В таком случае, полная погрешность трёх измерений составляет

$$\Delta t_k = \sqrt{(t_P(n) \cdot S_{\bar{t}})^2 + \Delta t^2},$$

где  $t_P(n)$  — коэффициент Стьюдента:

$$t_P(n) = 4,30,$$

при количестве измерений  $n = 3$ . Полная абсолютная погрешность для времени вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{t_k} = \frac{\Delta t_k}{\bar{t}_k} \cdot 100\%.$$

Ускорение выражается через уже известные нам величины:

$$a_k = \frac{2h_k}{\bar{t}_k^2},$$

а относительная и абсолютная ошибки высчитываются по формулам

$$\varepsilon_{a_k} = \sqrt{\varepsilon_{h_k}^2 + 4\varepsilon_{t_k}^2}, \quad \Delta a_k = \frac{\varepsilon_{a_k}}{100} \cdot a_k.$$

Повторим всё вышеописанное, но теперь на левый груз не станем класть перегрузки, а на правый — положим все у нас имеющиеся. Результаты занесём в таблицу 3.

Интервалы  $(a_k - \Delta a_k; a_k + \Delta a_k)$  для  $k = 1$ ,  $k = 2$ ,  $k = 3$  соответственно имеют следующий вид:

$$(0,225; 0,307), \quad (0,217; 0,271), \quad (0,250; 0,280),$$

а  $(a'_k - \Delta a'_k; a'_k + \Delta a'_k)$  —

$$(0,480; 0,540), \quad (0,473; 0,519), \quad (0,469; 0,533).$$

Как в первом, так и во втором случае общие точки имеют все три интервала.



## Упражнение 2. Проверка второго закона Ньютона

Вычислим средние экспериментальные значения ускорений грузов в машине Атвуда:

$$a = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} \approx 0,258 \text{ м/с}^2, \quad a' = \frac{a'_1 + a'_2 + a'_3}{3} \approx 0,502 \text{ м/с}^2.$$

При этом

$$\Delta a = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\Delta a_1^2 + \Delta a_2^2 + \Delta a_3^2} \approx 0,017 \text{ м/с}^2, \quad \varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\% \approx 6,59\%,$$

а также

$$\Delta a' = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\Delta a'_1{}^2 + \Delta a'_2{}^2 + \Delta a'_3{}^2} \approx 0,017 \text{ м/с}^2, \quad \varepsilon_{a'} = \frac{\Delta a'}{a'} \cdot 100\% \approx 3,39\%.$$

Отношение вычисленных значений ускорений составляет

$$\frac{a}{a'} \approx 0,514,$$

а абсолютная ошибка —

$$\Delta \left( \frac{a}{a'} \right) = \frac{a}{a'} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_{a'}^2}}{100} \approx 0,038.$$

По формуле (26) вычислим теоретическое значение отношения ускорений:

$$\left( \frac{a}{a'} \right)_{\text{теор}} = \frac{m'_2 + m'_3 - m'_1}{m'_1 + m'_2 + m'_3} \approx 0,521.$$

При этом последняя величина попадает в интервал

$$\left( \frac{a}{a'} - \Delta \left( \frac{a}{a'} \right); \frac{a}{a'} + \Delta \left( \frac{a}{a'} \right) \right) = (0,476; 0,552).$$

## IV Вывод

Полученные в первом упражнении результаты свидетельствуют о том, что движение грузов в машине Атвуда при любом расположении перегрузков с неравными массами является прямолинейным и равноускоренным, а путь, пройденный каждым грузом из состояния покоя за любое время  $t$ , вычисляется по формуле

$$h = \frac{at^2}{2}.$$

Об этом говорит совпадение вычисленных по этой формуле значений ускорений в пределах погрешностей с хорошей точностью.

Во втором упражнении мы замечаем совпадение теоретического и экспериментального значений величины

$$\frac{a}{a'}$$

в пределах погрешности. Поскольку посылкой к формуле (26), является второй закон Ньютона, мы можем интерпретировать результаты этого упражнения, как одно из экспериментальных подтверждений справедливости второго закона Ньютона.

## V Контрольные вопросы

1) Оба груза в машине Атвуда будут двигаться с равными по модулю ускорениями, если нить, на которой они подвешены, является нерастяжимой.

2) При выводе системы уравнений (15) мы условились считать силу сопротивления воздуха пренебрежимо малой, нить — нерастяжимой и невесомой, а проскальзывание нити по блоку — исключённым.

3) Выведем пошагово уравнение (17) из системы (15) и уравнения (16):

$$\begin{aligned} \begin{cases} (15) \\ (16) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} T_1 = m_1(g + a) \\ T_2 = m_2(g - a) \\ \alpha m_0 r^2 \cdot \frac{a}{r} = r(T_2 - T_1) - M_{\text{тр}} \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow a \alpha m_0 r = r(m_2(g - a) - m_1(g + a)) - M_{\text{тр}} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow a(m_1 + m_2 + \alpha m_0)r = (m_2 - m_1)gr - M_{\text{тр}} \Leftrightarrow \\ &a = \frac{(m_2 - m_1)g - \frac{M_{\text{тр}}}{r}}{m_1 + m_2 + \alpha m_0} \Leftrightarrow (17). \end{aligned}$$

Так, в первую очередь в третьем уравнении системы (15) избавляются от величины  $\beta$ , а в первых двух выражают силы натяжения нитей. Результат последних действий подставляют в третье уравнение, после чего все члены, содержащие ускорение  $a$ , переносят в одну сторону. Последним действием выражают величину  $a$ . Формулы для сил натяжения нитей принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} T_1 &= m_1 \left( g + \frac{(m_2 - m_1)g - \frac{M_{\text{тр}}}{r}}{m_1 + m_2 + \alpha m_0} \right) = m_1 \cdot \frac{(2m_2 + \alpha m_0)g - \frac{M_{\text{тр}}}{r}}{m_1 + m_2 + \alpha m_0}, \\ T_2 &= m_2 \left( g - \frac{(m_2 - m_1)g - \frac{M_{\text{тр}}}{r}}{m_1 + m_2 + \alpha m_0} \right) = m_2 \cdot \frac{(2m_1 + \alpha m_0)g + \frac{M_{\text{тр}}}{r}}{m_1 + m_2 + \alpha m_0}. \end{aligned}$$

4) Массой блока можно пренебречь в том случае, если она существенно меньше суммы масс грузов. Если момент сил трения значительно меньше величины

$$(m_2 - m_1)rg,$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — массы левого и правого груза соответственно, то можно пренебречь и трением в оси блока.

5) Различием сил натяжения нитей, действующих на грузы, можно пренебречь, если в условиях эксперимента нить считается невесомой.

6) Уравнения движения грузов в машине Атвуда выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 \\ m_2 \vec{a}_2 = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 \end{cases}$$

Проецируя последнее на ось  $Ox$ , получим

$$\begin{cases} m_1 a_{1x} = m_1 g - T_1 \\ m_2 a_{2x} = m_2 g - T_2 \end{cases}.$$

Так как нить не растяжима, то  $a = -a_{1x} = a_{2x}$ , а значит,

$$\begin{cases} -m_1 a = m_1 g - T_1 \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \end{cases}.$$

Далее, так же, как описано в теоретических сведениях, прийдём к системе уравнений (15), а затем, повторяя третий контрольный вопрос — к уравнению (17). Ввиду невесомости блока и отсутствием трения в его оси (см. контрольный вопрос 4, а так же уравнения (18) ÷ (19)), заключим, что

$$a \approx \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}.$$

Модули сил натяжения нитей также вычисляются аналогично контрольному вопросу 3 и, благодаря тем же допущениям, принимают вид

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g, \\ T_2 &= \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g, \end{aligned}$$

поскольку

$$\begin{cases} 2m_2 \approx m_1 + m_2 \gg \alpha m_0 \\ 2m_1 \approx m_1 + m_2 \gg \alpha m_0 \\ 2m_2 r g \gg (m_2 - m_1) r g \gg M_{\text{тр}} \end{cases}.$$

7) Получим из формулы (6) и уравнения (7) уравнение (8). Обозначим угол между векторами  $\vec{N}$  и  $\vec{r}_2$  через  $\alpha$ , а между векторами  $\vec{F}_{\text{тр}}$  и  $\vec{r}_1$  — через  $\beta$ . Запишем уравнение (7) в проекциях на оси  $Ox$  и  $Oy$ :

$$\begin{aligned} Ox : \quad & m_0 g + T'_1 + T'_2 - N \sin \alpha - F_{\text{тр}} \sin \beta = 0, \\ Oy : \quad & -N \cos \alpha + F_{\text{тр}} \cos \beta = 0. \end{aligned}$$

Заметим, что векторы  $\vec{F}_{\text{тр}}$  и  $\vec{N}$  ортогональны, а значит

$$\alpha + \beta + \frac{\pi}{2} = \pi \Leftrightarrow \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha.$$

С учётом этого, а так же формулы (6), преобразуем проекцию уравнения (7) на ось ординат:

$$(7)_{Oy} \Leftrightarrow -N \cos \alpha + \mu N \sin \alpha = 0 \Leftrightarrow \text{ctg } \alpha = \mu \Leftrightarrow \alpha = \text{arcctg } \mu.$$

Теперь займёмся проекцией на ось абсцисс:

$$\begin{aligned}
 (7)_{Ox} &\Leftrightarrow m_0 g + T'_1 + T'_2 - \frac{F_{\text{тр}}}{\mu} \sin \alpha - F_{\text{тр}} \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow F_{\text{тр}} \left( \frac{1}{\mu} \sin \alpha + \cos \alpha \right) = T'_1 + T'_2 + m_0 g \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow F_{\text{тр}} \left( \frac{1}{\mu} \sin \operatorname{arctg} \mu + \cos \operatorname{arctg} \mu \right) = T'_1 + T'_2 + m_0 g \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow F_{\text{тр}} \left( \frac{1}{\mu \sqrt{1 + \mu^2}} + \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} \right) = T'_1 + T'_2 + m_0 g \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow F_{\text{тр}} = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} (T'_1 + T'_2 + m_0 g) \approx \mu (T'_1 + T'_2 + m_0 g)
 \end{aligned}$$

(учтено, что  $\mu \ll 1$ ).

8) Выведем формулу пути  $h$ , пройденного телом при свободном падении за время  $t$ . Пусть  $x$  — координата положения тела по оси, сонаправленной движению:

$$x = x(t).$$

Нам известно, что

$$\frac{dx}{dt} = v$$

и

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = a,$$

где  $v$  — скорость. тела,  $a$  — ускорение тела. Выразим скорость через ускорение:

$$dv = a dt \Rightarrow \int dv = \int a dt \Rightarrow v = at + v_0.$$

Аналогично выразим координату через скорость:

$$dx = v dt = (at + v_0) dt \Rightarrow \int dx = \int at dt + \int v_0 dt \Rightarrow x = \frac{at^2}{2} + v_0 t + x_0.$$

Очевидно, что

$$h = x - x_0 = \frac{at^2}{2} + v_0 t,$$

а поскольку  $v_0 = 0$ , то

$$h = \frac{at^2}{2}.$$

9) Второй закон Ньютона формулируется следующим образом: в инерциальной системе отсчёта производная импульса материальной точки по времени равна действующей на неё силе (Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1: Механика). Так, уравнение движения материальной точки в соответствии с этим законом принимает вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}.$$

10) Описание методик содержится в разделе "Результаты измерений и обработка данных" и "Вывод".

11) В том случае, если трение в оси блока незначительно, однако мы всё равно не можем пренебречь его моментом инерции, то формула (17) примет вид

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \alpha m_0}.$$

Как следствие, формула (26) будет справедлива. Вспоминим, что для вычисления величины  $a$  мы используем значения  $m_1 = m + m'_1$  и  $m_2 = m + m'_2$ :

$$a = \frac{(m'_2 - m'_1)g}{2m + m'_1 + m'_2 + \alpha m_0},$$

а для вычисления  $a'$  — значения  $m_1 = m$ ,  $m_2 = m + m'_1 + m'_2$ :

$$a' = \frac{(m'_1 + m'_2)g}{2m + m'_1 + m'_2 + \alpha m_0}.$$

Тогда

$$\frac{a}{a'} = \frac{(m'_2 - m'_1)g}{(m'_1 + m'_2)g}.$$

12) Ответ на вопрос о том, почему результаты эксперимента можно рассматривать, как доказательство справедливости второго закона Ньютона, дан в выводе.