

Казначеев М.А.

Лабораторная работа №1

Точное взвешивание

Самара
2023

Содержание

I Теоретические сведения	2
II Схема установки	3
III Результаты измерений и обработка данных	4
IV Вывод	6
V Контрольные вопросы	6

Аннотация

Цель работы: измерить массы образцов из дерева, алюминия и эбонита с помощью аналитических весов; оценить ошибки измерений.

В работе используются: аналитические весы; пластины из дерева, алюминия и эбонита; гири разных масс.

I Теоретические сведения

Чувствительность весов δ определяется, как

$$\delta = \frac{\Delta\alpha}{\Delta P},$$

где $\Delta\alpha$ — угол отклонения стрелки, а ΔP — величина перегрузка. Обозначим через L длину плеча коромысла, через l — расстояние от его точки опоры до центра тяжести, а через G — его вес. Расчёты показывают, что

$$\delta = \frac{L}{Gl}$$

при $\alpha = 0$, то есть чувствительность весов не зависит ни от нагрузки P , ни от величины перегрузка ΔP .

В действительности, под действием нагрузки коромысло деформируется, отчего меняется чувствительность весов. Для уменьшения влияния этого эффекта на результаты измерений, применяются методы точного взвешивания. Мы будем использовать метод Менделеева. Положим на левую чашку весов гирю предельной массы. Уравновесим весы разновесками, положив их на правую чашку. Затем на неё положим взвешиваемое тело и будем убирать разновески, пока не восстановится равновесие. Масса снятых разновесков окажется равной массе тела.

Трение опорных призм о подушки приводит к тому, что при неизменной нагрузке весов, стрелка может останавливаться напротив разных делений шкалы. Так появляется полоса застоя. Нулевой точкой весов называют положение равновесия коромысла при отсутствии нагрузки.

Величину Δ определим следующим образом:

$$\delta = \frac{|n - n_0|}{10},$$

где n_0 — отсчёт по шкале, соответствующий начальному положению равновесия весов, n — отсчёт при нагрузке в 10 мг. Цена деления при этом окажется равна

$$h = \delta^{-1}.$$

При взвешивании на левую чашу будем помещать гирю массой 100 г. Необходимо вновь определить нулевую точку n'_0 , теперь — при полной нагрузке. Через m обозначим массу взвешиваемого тела, через m_1 — массу разновеса, находящегося на правой чаше, через δ' — чувствительность полностью нагруженных весов. Тогда

$$m = 100 - m_1 - \frac{n_1 - n'_0}{\delta'}, \quad [m] = \text{г}.$$

Из-за действия на тела выталкивающей силы воздуха, равновесие весов наступает при равенстве разностей веса и архимедовой силы для тела и разновеса. Таким образом,

$$m_0 = m + m \cdot 0,0012 \left(\frac{1}{\rho} - 0,12 \right),$$

где m — масса тела, полученная по измерениям в воздухе, m_0 — истинная масса тела. При этом, учтено, что плотность воздуха составляет $0,0012 \text{ г/см}^3$, а плотность латуни (вещества разновесов) — $8,4 \text{ г/см}^3$.

II Схема установки

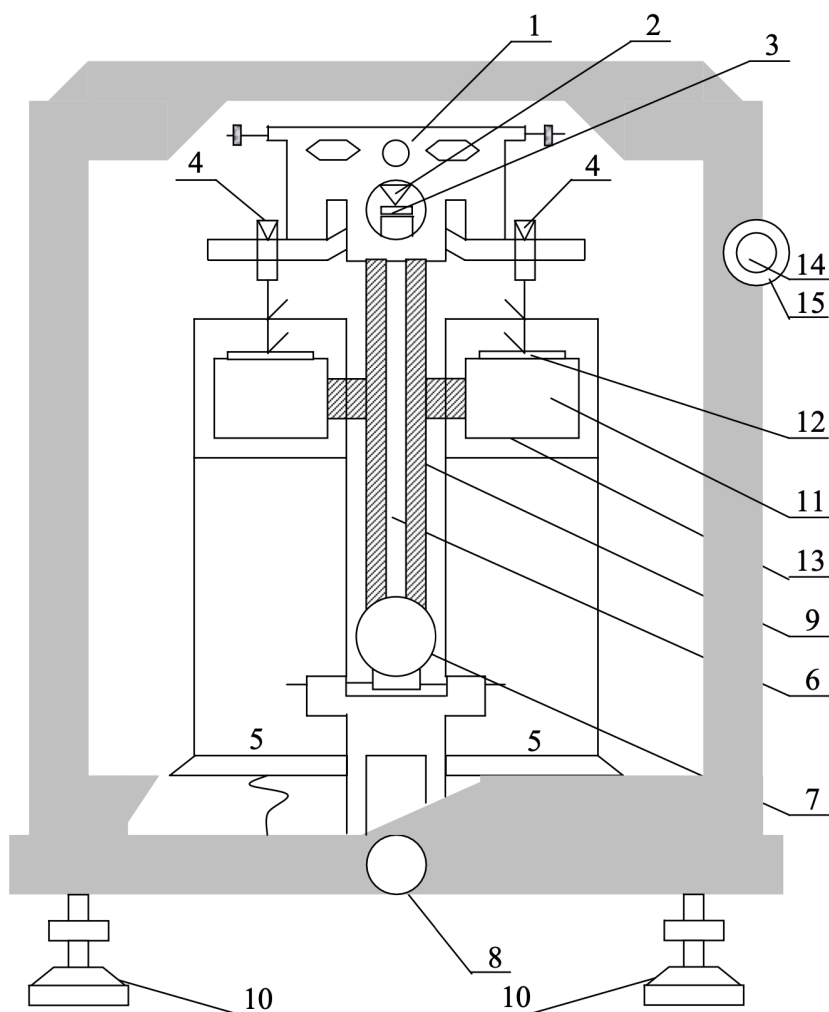


Рис. 1. Аналитические весы

На рисунке 1 изображены аналитические весы. Цифрой 1 обозначено коромысло, которое опирается призмой 2 на подставку 3. На призмах 4 подвешены чашки 5. Стрелкой 6 и шкалой 7 отмечается положение коромысла. Установка весов в горизонтальном положении осуществляется путём вращения ножек 10. Арретировка весов достигается поворотом ручки 8. При этом подушка опускается и коромысло ложится на колонку 9. Весы снабжены воздушным демпфером 11 ÷ 12, наружная

чашка которого прикреплена штангой 13 к колонке. Наложение гирь на коромысло осуществляется вращением малого и большого лимбов 14 ÷ 15.

III Результаты измерений и обработка данных

Номер опыта	Нулевая точка весов n_{0i}	Полоса застоя Δn_i	Положение равновесия n_i при нагрузке в 10 мг	Чувствительность $\delta = \frac{ \bar{n} - \bar{n}_0 }{10}$, мг ⁻¹
1	+3,0	0	-6,8	0,98
2	+3,0	0	-6,8	
3	+3,0	0	-6,8	
4	+3,0	0	-6,8	
5	+3,0	0	-6,8	
	\bar{n}_0	$\pm \Delta n_{\max}$	\bar{n}	
	+3,0	0	-6,8	

Таблица 1. Нулевая точка и чувствительность ненагруженных весов

Номер опыта	Нулевая точка предельно нагруженных весов n'_{0i}	Положение равновесия n'_i при перегрузке в 10 мг	Чувствительность $\delta' = \frac{ \bar{n}' - \bar{n}'_0 }{10}$, мг ⁻¹
1	+2,1	-7,4	0,95
2	+2,1	-7,4	
3	+2,1	-7,4	
	\bar{n}'_0	\bar{n}'	
	+2,1	-7,4	

Таблица 2. Нулевая точка и чувствительность нагруженных весов

Воспользуемся следующими значениями плотностей дерева, алюминия и эбонита соответственно:

$$\rho_d = 500 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_{\text{ал}} = 2700 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_{\text{эб}} = 1200 \text{ кг/м}^3.$$

Цена деления весов равна

$$h = \frac{1}{\delta'} \approx 1 \text{ мг}.$$

Тогда приборная ошибка составляет

$$\Delta n_{\text{пр}} = \frac{c}{2} = 0,5.$$

Нагрузка m_1 , г		Дерево	Алюминий	Эбонит
		95,470	89,260	89,990
Положение равно- весия n_{1i}	1	4,3	3,9	0,1
	2	4,1	3,9	0,1
	3	4,1	3,9	0,1
	\bar{n}_1	4,2	3,9	0,1
$\frac{\bar{n}_1 - \bar{n}'_0}{\delta'}$, мГ		2,211	1,895	-2,105
Масса тела m , г		4,528	10,738	10,012
Истинная масса m_0 , г		4,538	10,741	10,021

Таблица 3. Определение масс тел методом Менделеева

Поскольку доверительная вероятность равна

$$P = 0,95,$$

то ошибка округления составит

$$\Delta n_{\text{окр}} = P \cdot \Delta n_{\text{пр}} = 0,475.$$

Случайная ошибка на протяжении почти всего опыта равна нулю. В таком случае, полная абсолютная погрешность измерения положения нулевой точки, а так же положения равновесия равна

$$\Delta n = \sqrt{\Delta n_{\text{пр}}^2 + \Delta n_{\text{окр}}^2} \approx 0,690.$$

Однако, при взвешивании дерева, случайная погрешность присутствовала. Средняя ошибка в этом случае равна

$$S_{\bar{n}_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (n_{1i} - \bar{n}_1)^2}{3(3-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (n_{1i} - \bar{n}_1)^2}{6}} \approx 0,071.$$

Коэффициент Стьюдента в нашем случае оказывается равен

$$t_P(3) = 4,3,$$

а случайная ошибка —

$$\Delta n_{1\text{случ}} = t_P(3) \cdot S_{\bar{n}_1} \approx 0,305.$$

Значит, полная погрешность измерений положения равновесия при взвешивании дерева равна

$$\Delta n_{1\text{д}} = \sqrt{\Delta n_{1\text{случ}}^2 + \Delta n^2} \approx 0,754.$$

Погрешность чувствительности определяется следующим образом:

$$\Delta \delta = \sqrt{\left(\frac{\partial \delta}{\partial \bar{n}} \cdot \Delta n\right)^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial \bar{n}_0} \cdot \Delta n\right)^2} = \frac{\Delta n}{10} \sqrt{2 \operatorname{sgn}^2(\bar{n} - \bar{n}_0)}.$$

Поскольку $\bar{n} - \bar{n}_0 < 0$, то $\text{sgn}(\bar{n} - \bar{n}_0) = -1$, а значит,

$$\Delta\delta = \Delta n \cdot \frac{\sqrt{2}}{10} \approx 0,098.$$

Нетрудно заметить, что

$$\Delta\delta' = \Delta\delta.$$

Ошибка определения массы тела вычисляется, как

$$\begin{aligned} \Delta m &= \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial \bar{n}_1} \cdot \Delta n_1\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial \bar{n}'_0} \cdot \Delta n\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial \delta'} \cdot \Delta\delta'\right)^2} = \\ &= \frac{1}{\delta'} \sqrt{\Delta n_1^2 + \Delta n^2 + \left(\frac{\bar{n}_1 - \bar{n}'_0}{\delta'} \cdot \Delta\delta'\right)^2} \end{aligned}$$

в случае дерева и, как

$$\Delta m = \frac{1}{\delta'} \sqrt{2\Delta n^2 + \left(\frac{\bar{n}_1 - \bar{n}'_0}{\delta'} \cdot \Delta\delta'\right)^2}$$

в случае алюминия и эбонита. Так,

$$\Delta m_{\text{д}} \approx \Delta m_{\text{ал}} \approx \Delta m_{\text{эб}} \approx 0,001 \text{ г.}$$

Ошибка определения истинной массы тела вычисляется по формуле

$$\Delta m_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial m_0}{\partial m} \cdot \Delta m\right)^2} = \left(0,999856 + \frac{0,0012}{\rho}\right) \cdot \Delta m.$$

Так,

$$\Delta m_{0\text{д}} \approx \Delta m_{0\text{ал}} \approx \Delta m_{0\text{эб}} \approx 0,001 \text{ г.}$$

IV Вывод

В результате измерений получены достаточно точные значения масс исследуемых тел. Абсолютные ошибки измерений приблизительно совпадают с ценой деления весов, что может считаться хорошим результатом.

V Контрольные вопросы

1) Инертной массой тела называют меру его инертности, то есть сопротивления при попытках привести его в движение или изменить модуль или направление его скорости (Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1: Механика). Так же выделяют гравитационную массу — меру гравитационного взаимодействия тел. Весом тела называют силу, с которой оно действует на опору или подвес.

2) Взвешивание тел на обыкновенных весах даёт результат, который в тех или иных случаях не может считаться удовлетворительным. Более точное взвешивание требует исключения ошибок разного рода. Для этого применяются методы Гаусса, Борда и Менделеева.

3) При перемещении с полюса на экватор результат взвешивания на рычажных весах изменится, поскольку они прямо измеряют массу тел. Это будет связано с изменением рельефа Земли и влиянием сил инерции. Пружинные весы измеряют вес тел, а не их массу. Их измерения от перемещения не зависят, поскольку жёсткость пружины остаётся постоянной.

4) Полоса застоя — это промежуток на шкале, в котором может остановиться стрелка весов при их равновесии. Её появление вызвано трением призмы об агатовую подушку.

5) Специальной методикой при точном взвешивании следует пользоваться для минимизации влияния прогиба коромысла и, как следствие, изменения чувствительности весов при увеличении нагрузки.

6) В методе постоянной нагрузки исключаются ошибки, связанные с неодинаковостью плеч коромысла и изменением чувствительности весов.