



# Машинное обучение в науках о Земле

Михаил Криницкий

К.Т.Н.

Зав. лабораторией машинного обучения в науках о Земле МФТИ  
с.н.с. Института океанологии РАН им. П.П. Ширшова



# Ансамбли моделей

Михаил Криницкий

К.Т.Н., С.Н.С.

Институт океанологии РАН им. П.П. Ширшова

Лаборатория взаимодействия океана и атмосферы и  
мониторинга климатических изменений (ЛВОАМКИ)

# Ансамбли моделей

деревья решений **сильно склонны к переобучению**. **НИКОГДА НЕ ПРИМЕНЯЙТЕ** деревья решений как таковые!  
Способ борьбы с этой особенностью – использование ансамблей алгоритмов.



“Ансамбль искусственных нейронов” by Alexander Gavrikov

# Ансамбли моделей

деревья решений **сильно склонны к переобучению**. **НИКОГДА НЕ ПРИМЕНЯЙТЕ** деревья решений как таковые!  
Способ борьбы с этой особенностью – ансамблирование моделей.

Виды ансамблей:

- **Weighted averaging** (взвешенное осреднение): обучить  $K$  различных методов («базовых алгоритмов») на одних и тех же данных; результат взвешенно осреднять (в случае регрессии) или получать взвешенным голосованием (в случае классификации):

$$\hat{y}_i = \frac{1}{\sum_i w_i} \sum_{k=1}^K w_k y_i^{(k)}$$

$$\hat{c}_i = \operatorname{argmax}_{c \in \mathbb{Y}} \sum_{k=1}^K w_k * [c_i^{(k)} == c]$$

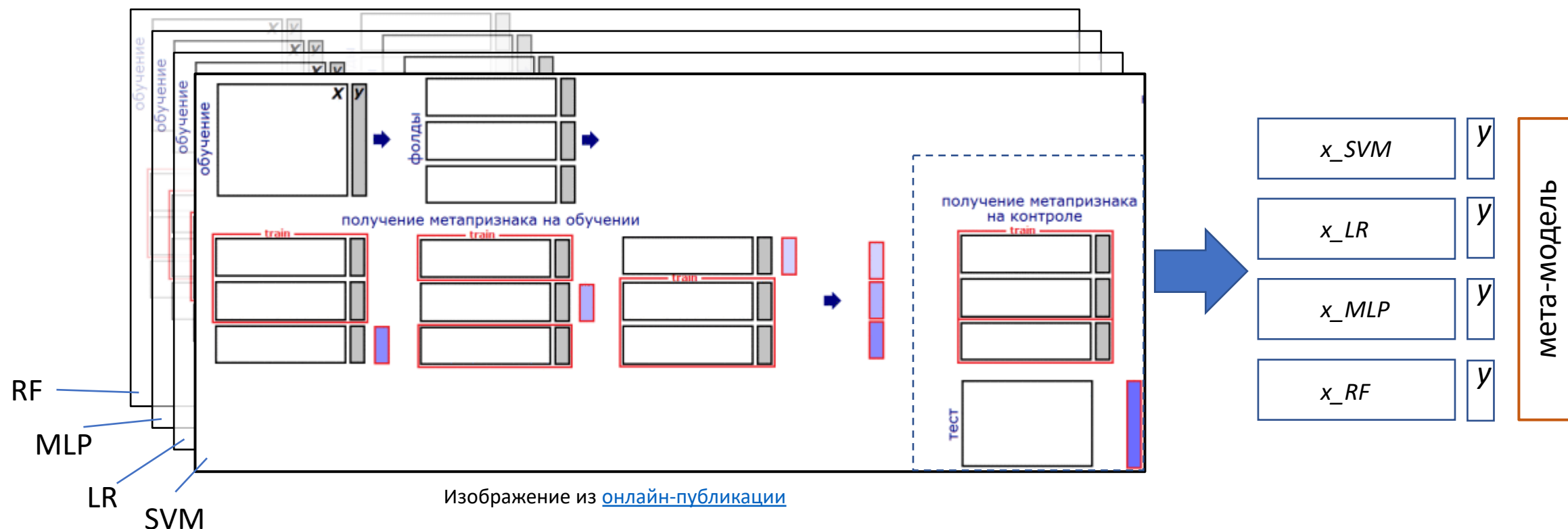
если все веса  $w_k$  равны 1, получим простое голосование/осреднение; в случае, когда веса зависят от  $x$  (а значит обучаемые) – получим т.н. «смесь экспертов» (blending)

- **Stacking** (стекинг): обучить  $K$  различных базовых алгоритмов на одних и тех же данных; вывод каждого из алгоритмов (значения параметров целевого распределения  $\mu_i$  или  $p_i$ ) использовать как новые признаки для новой мета-модели (обычно довольно простого, напр., любой из вариантов GLM/GAM: линейная регрессия в случае регрессии или логистическая регрессия в случае классификации);
- Обучать один и тот же базовый алгоритм на  $K$  полностью различных тренировочных выборках; результаты взвешенно осреднять (см. выше) или использовать эти  $K$  моделей в подходе стекинга. При этом рассчитывать на то, что каждой из этих выборок достаточно для обучения модели; все они порождены из одного и того же распределения. Однако набирать две или больше достаточно объемные тренировочные выборки – дорого и долго;
- **Random Subspace Method** (метод случайных подпространств): обучать  $K$  базовых алгоритмов (различных или одинаковых )
- **Bagging** (Bootstrap Aggregating, агрегирование в подходе бутстрэп) – см. далее;
- **Boosting** («бустинг») – см. далее.

# Ансамбли моделей: stacking

Идея:

1. обучить несколько базовых алгоритмов, каждый из которых где-то хорошо работает, а где-то систематически ошибается, получать этими моделями т.н. «метапризнаки»;
2. агрегировать результаты еще одной (тоже обучаемой) моделью – «метамоделью».



# Ансамбли моделей: bagging

**Bagging** (Bootstrap Aggregating, агрегирование в подходе бутстрэп)

Идея:

1. обучить множество базовых алгоритмов, склонных к переобучению, на подвыборках, гарантированно порожденных одним и тем же распределением (identically distributed, “i.d.”);
2. агрегировать результаты в подходе простого голосования/осреднения.

Сэмплирование из тренировочной выборки в подходе Bootstrap гарантирует\* идентичность порождающего распределения\*\*. В случае ограниченного количества выборок Bootstrap предоставляет лучшее из доступных приближений\*\*\*.

Размер каждой выборки bootstrap:

- в случае сильно ограниченного размера тренировочной выборки – берут размером с тренировочную;
- в случае большого тренировочного набора данных размер bootstrap-выборки – гиперпараметр, подбирается по качеству на валидационной выборке.

**Почему вообще ансамблирование одинаковых переобучающихся алгоритмов может работать, если сам алгоритм «плохой»?**

\* в пределе бесконечного количества выборок

\*\* в смысле статистик, оцениваемых эмпирически

\*\*\* Efron B. Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife Springer Series in Statistics / под ред. S. Kotz, N.L. Johnson, New York, NY: Springer, 1992. 569–593 с.

# Ансамбли моделей: bagging

**Bagging** (Bootstrap Aggregating, агрегирование в подходе бутстрэп)

Почему вообще ансамблирование  $K$  одинаковых переобучающихся алгоритмов может работать, если сам алгоритм «плохой»?

Оценка целевой переменной (точнее, какого-то параметра распределения  $P(y|x)$ , например,  $\mu(x)$ ) – тоже случайная величина (обозначим  $T$ ), с определенным распределением  $P(T)$ .

Обычно (в предположении, что  $T_1, T_2, \dots, T_K$  – оценки  $K$  разными алгоритмами, i.i.d.\* случайные величины):

$$Var(T_1) = Var(T_2) = \dots = Var(T_n) = \sigma^2$$

тогда

$$Var(\bar{T}) = Var\left(\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K T_k\right) = \frac{\sigma^2}{K}$$

Представим, что эти случайные величины – не независимы (в случае обучения  $K$  одинаковых алгоритмов на bootstrap-выборках уже нельзя говорить о независимости результатов). Например (простейший вариант), попарные корреляции между ними одинаковы и составляют  $\rho$ :

$$\rho = \frac{Cov(T_j, T_i)}{\sigma_{T_i} \sigma_{T_j}}$$

$$Cov(T_i, T_i) = Var(T_i) = \sigma^2$$

Тогда:

$$Var(\bar{T}) = Var\left(\frac{1}{K} \sum_k T_k\right) = \frac{1}{K^2} \sum_{i,j} Cov(T_i, T_j) = K \frac{\sigma^2}{K^2} + \frac{K(K-1)}{K^2} \rho \sigma^2 = \rho \sigma^2 + \frac{1-\rho}{K} \sigma^2$$

\*i.i.d. – independent, idetically distributed

# Ансамбли моделей: bagging

**Bagging** (Bootstrap Aggregating, агрегирование в подходе бутстрэп)

$$Var(\bar{T}) = \rho\sigma^2 + \frac{1 - \rho}{K}\sigma^2$$

где  $T$  – случайная переменная оценки параметра условного распределения  $P(y|x)$  целевой переменной ( $\mu$  для регрессии,  $p$  для классификации)  
 $Var(\bar{T})$  - дисперсия средней оценки этого параметра при ансамблировании  $K$  одинаковых алгоритмов при смягчении предположения о независимости их ответов (например, при обучении на пересекающихся bootstrap-выборках)

Выводы: для снижения дисперсии (неопределенности) ответов ансамбля

- следует повышать  $K$  – количество членов ансамбля
- следует снижать  $\rho$ , характеризующую степень их скоррелированности – делать результаты базовых алгоритмов как можно менее похожими

**Bagging** эксплуатирует подход обучения большого количества ( $K \gg 1$ ) моделей, склонных к переобучению ( $\sigma^2$  - существенна, но  $\rho$  сильно меньше единицы, алгоритмы раскоррелированы за счет склонности к переобучению и за счет обучения на различающихся подвыборках).

Способ применения в случае решающих деревьев: обучить очень много довольно решающих деревьев до конца (не ограничивая их глубину, без регуляризаций); обучать на bootstrap-выборках, агрегировать результаты по принципу простого голосования (в случае классификации) или простого осреднения (в случае регрессии).



# Ансамбли моделей: Random Forests

Bagging + Random Subspace Method =\* Random Forests\*\*

$$\text{Var}(\bar{T}) = \rho\sigma^2 + \frac{1-\rho}{K}\sigma^2$$

Идея метода Случайных Лесов: снизить корреляцию  $\rho$  результатов базовых алгоритмов еще больше (по сравнению с подходом бэггинга над решающими деревьями) за счет выбора случайных подпространств (совокупности признаков), на которых ищется оптимальное ветвление на итерациях обучения решающих деревьев.

Псевдоалгоритм обучения случайных лесов:

Начальное состояние:

Выборка  $R = \{x_i, y_i\}$ ; множество признаков  $x_i - F$ ; кол-во деревьев в композиции  $B$  (задается исследователем); множество базовых алгоритмов  $H$  – пустое.

**ФУНКЦИЯ RANDOM\_FOREST(R):**

Повторять  $B$  раз:

1.  $R_k = \text{bootstrap}(R)$
2.  $h_k = \text{RANDOMIZED\_TREE}(R_k)$
3.  $H = H \cup h_k$

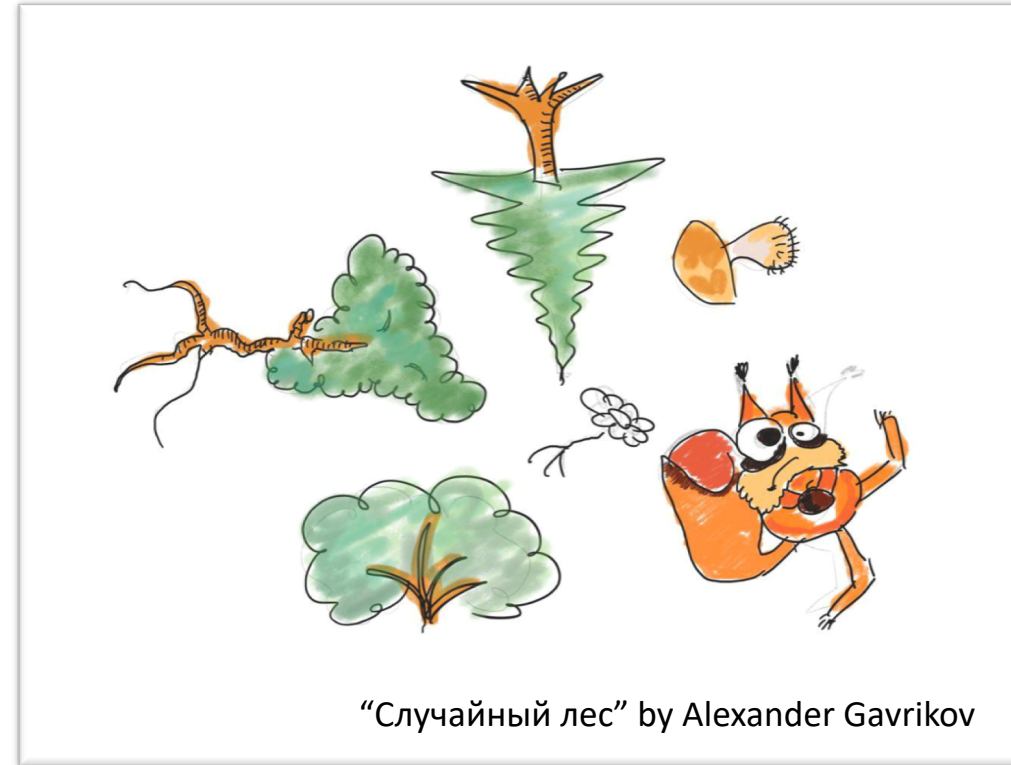
**Возврат**  $H$

**ФУНКЦИЯ RANDOMIZED\_TREE( $R_k$ ):**

В каждом узле ветвления:

1.  $f$  – небольшое подмножество признаков  $F$
2. поиск оптимального разделения  $s(j_l, t^{(l)})$  только среди признаков из подмножества  $f$

**Возврат** обученного дерева



“Случайный лес” by Alexander Gavrikov

\* Не совсем так. См. псевдоалгоритм случайных лесов

\*\* Breiman L. Random Forests // Machine Learning. 2001. № 1 (45). С. 5–32.

# Ансамбли моделей: Bagging, Random Forests

$$Var(\bar{T}) = \rho\sigma^2 + \frac{1-\rho}{K}\sigma^2$$

Особенности бэггинга (включая RF):

- + Возможность снижения дисперсии оценки параметра распределения целевой переменной, применяя слабые базовые алгоритмы (для RF это свойство выражено еще сильнее)
- + => снижение неопределенности решения
- + => повышение точности решения
- + «бесплатная» валидация – оценка качества на ООВ-выборках, получаемых при bootstrap-сэмплировании
- + сниженная чувствительность к выбросам и отсутствующим значениям (за счет применения метода случайных подпространств, за счет bootstrap-сэмплирования)
- + повышение количества членов ансамбля не приводит к переобучению, зато приводит к снижению дисперсии ответов
- слишком низкая выразительная способность членов ансамбля может приводить к низкой выразительной способности всей композиции
- решение ансамбля сложнее интерпретировать (по сравнению с GLM/GAM или DT)
- более вычислительно затратны при обучении по сравнению с GLM/GAM или DT

# Ансамбли моделей: boosting

Идея:

Обучать слабые базовые алгоритмы (“weak classifier/regressor”) с низкой выразительной способностью – последовательно, с итерационным изменением весов  $w_i$  примеров  $x_i$  тренировочной выборки. Веса примеров модифицировать, руководствуясь ошибками композиции, построенной к этой итерации.

Применение в случае решающих деревьев: отдельные деревья обучают сильно регуляризуя, например, сильно ограничивая глубину (в случае глубины в 1-2 ветвления они называются «решающими пнями», decision stumps)

AdaBoost:

Начальное состояние:

Выборка  $R = \{x_i, y_i\}$ , количество примеров  $N = |R|$ ; ансамбль  $H(x)$  – константная модель с предустановленным решением для любого примера. Начальные значения весов примеров:  $w_i = 1/N$  для всех  $i = 1 \dots N$ . Количество членов ансамбля  $K$  (задается исследователем).

Повторять  $K$  раз,  $k = 1 \dots K$ :

1. Создать и оптимизировать слабый базовый алгоритм  $g_k$  на обучающей выборке с учетом весов примеров  $\{w_i\}$
2. Вычислить взвешенную ошибку этого классификатора:  $err_k = \frac{1}{\sum w_i} \sum w_i * [g_k(x_i) \neq y_i]$
3. Вычислить фактор модификации весов:  $\alpha_k = \ln \frac{1 - err_k}{err_k}$
4. Адаптировать веса примеров, на которых допущена ошибка:  $w_i = w_i * \exp(\alpha_k [g_k(x_i) \neq y_i])$

Итоговый алгоритм – агрегирующая композиция всех обученных слабых алгоритмов с соответствующими весами:

$$F(x) = \sum_k \alpha_k g_k(x)$$

# Ансамбли моделей: gradient boosting\*

Идея:

- в подходе бустинга воспринимать построение композиции как задачу градиентной оптимизации некоторой функции потерь в пространстве функций (базовых алгоритмов):

$$d_k(x_i) = \frac{\partial \mathcal{L}(y, F_k(x_i))}{\partial F_k(x_i)}$$

- на каждом шаге градиентной оптимизации обучается новый слабый алгоритм, аппроксимирующий  $g_k(x_i)$  с той точностью, с которой позволяет его выразительная способность:

$$\tilde{d}_k(x_i) = \operatorname{argmin}_{\gamma} \sum_{i=1}^N (g(x_i, \gamma) - d_k(x_i))^2$$

(в случае функции ошибки MSE в задаче регрессии)

- в отношении композиции производится итерация градиентной оптимизации с шагом  $\eta$ :

$$F_{k+1}(x) = F_k(x) + \eta \tilde{d}_k(x)$$

Подход градиентного бустинга также называют подходом пошагового аддитивного моделирования (Stepwise Additive Modeling)

\* Breiman L. Technical Report 486, Statistics Department, University of California. "Arcing the edge". 1997;

Friedman J.H. Greedy Function Approximation: A Gradient Boosting Machine // The Annals of Statistics. 2001. № 5 (29). С. 1189–1232.

# Ансамбли моделей: gradient boosting

Реализации градиентного бустинга над решающими деревьями:

**XGBoost** (в стандартном составе scikit-learn, поддерживается и развивается усилиями сообщества на принципах open source)

1. Chen T., Guestrin C. XGBoost: [A Scalable Tree Boosting System](#). San Francisco, California, USA: ACM Press, 2016. 785–794 с.
2. <https://xgboost.ai/>

**LightGBM** (первоначально разработана и поддерживалась **Microsoft**, сейчас – community efforts, на принципах open source)

1. Guolin Ke, Qi Meng, Thomas Finley, Taifeng Wang, Wei Chen, Weidong Ma, Qiwei Ye, Tie-Yan Liu. "[LightGBM: A Highly Efficient Gradient Boosting Decision Tree](#)". Advances in Neural Information Processing Systems 30 (NIPS 2017), pp. 3149-3157.
2. Qi Meng, Guolin Ke, Taifeng Wang, Wei Chen, Qiwei Ye, Zhi-Ming Ma, Tie-Yan Liu. "[A Communication-Efficient Parallel Algorithm for Decision Tree](#)". Advances in Neural Information Processing Systems 29 (NIPS 2016), pp. 1279-1287.
3. Huan Zhang, Si Si and Cho-Jui Hsieh. "[GPU Acceleration for Large-scale Tree Boosting](#)". SysML Conference, 2018.
4. <https://github.com/microsoft/LightGBM>

**CatBoost** (**Яндекс**, развитие и поддержка на принципах open source)

1. Anna Veronika Dorogush, Andrey Gulin, Gleb Gusev, Nikita Kazeev, Liudmila Ostroumova Prokhorenkova, Aleksandr Vorobev "[Fighting biases with dynamic boosting](#)". arXiv:1706.09516, 2017.
2. Anna Veronika Dorogush, Vasily Ershov, Andrey Gulin "[CatBoost: gradient boosting with categorical features support](#)". Workshop on ML Systems at NIPS 2017.
3. <https://catboost.ai/>

# Ансамбли моделей: gradient boosting

## Особенности алгоритмов бустинга:

- + Наиболее выразительные модели среди всех «классических» методов;
- + Наибольшая точность (в большинстве случаев) среди всех «классических» методов;
- + Наиболее гибкие методы, в практическом/«спортивном» применении (задачи на kaggle.com) чаще всего показывают лучшие результаты среди задач на табличных данных;
- + Можно использовать общий подход, используя другие слабые быстро обучаемые модели
- + Процесс оптимизации параллелизуется, есть ускоренные реализации на GPU, распределенные реализации;
- Склонны к переобучению: могут градиентно «настраиваться» на выбросы/шум, теряя обобщающую способность
- Много гиперпараметров (параметры базовых алгоритмов, параметры градиентной оптимизации, параметры регуляризаций...); настройка гиперпараметров на валидационной выборке может требовать большого количества итераций, что приводит к т.н. «утечке данных» из валидационной выборки в обучение
- Обучение на больших объемах данных может требовать существенных вычислительных ресурсов