

Wykład 1

- Informacje o przedmiocie
- Zakres przedmiotu
- Literatura
- Pojęcia podstawowe

Wstęp do informatyki

Liczba godzin:

Semestr 1, wyk. 28 godz., ćw. 28 godz.

Wykład:

Dr inż. Marek Gajęcki
czwartek 12:50

Ćwiczenia:

Dr inż. Marek Gajęcki
Dr inż. Renata Słota
Dr inż. Tomasz Jurczyk
wtorek 14:40, 16:15
środa 14:40, 16:15

Cel wykładu:

wprowadzenie podstawowych pojęć związanych z informatyką,
zapoznanie z programowaniem w języku proceduralnym.

Wstęp do informatyki

Wyznaczanie oceny końcowej:

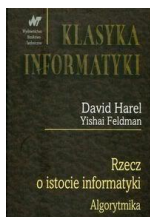
1. Aby uzyskać pozytywną ocenę końcową niezbędne jest uzyskanie pozytywnej oceny z ćwiczeń oraz egzaminu.
2. Obliczamy średnią arytmetyczną z ocen zaliczenia ćwiczeń i egzaminów uzyskanych we wszystkich terminach.
3. Wyznaczamy ocenę końcową na podstawie zależności:
if $sr > 4.75$ then $ok := 5.0$ else
if $sr > 4.25$ then $ok := 4.5$ else
if $sr > 3.75$ then $ok := 4.0$ else
if $sr > 3.25$ then $ok := 3.5$ else $ok := 3.0$
4. Jeżeli ocenę z ćwiczeń i ocenę z egzaminu uzyskano w pierwszym terminie oraz ocena końcową jest mniejsza niż 5.0 to ocena końcową jest podnoszona o 0.5

Zakres przedmiotu

- Pojęcia podstawowe
- Mechanizmy języka strukturalnego
- Skalarne typy danych w językach programowania
- Strukturalne typy danych w językach programowania
- Procedury i funkcje - przekazywanie parametrów
- Rekurencja
- Typ wskaźnikowy
- Zastosowanie wskaźników
- Przykłady struktur danych
- Przykłady algorytmów
- Architektura komputera
- Języki programowania
- Złożoność obliczeniowa

Literatura

- D. Harel „Rzecz o istocie informatyki - algorytmika”
- J.G. Brookshear „Informatyka w ogólnym zarysie”
- N. Wirth „Algorytmy + struktury danych = programy”
- J. Bentley „Perełki oprogramowania”
- J. Bentley „Więcej perełek oprogramowania”
- D.E. Knuth „Sztuka programowania”
- T.H. Cormen „Wprowadzenie do algorytmów”



Informatyka (Computer Science)

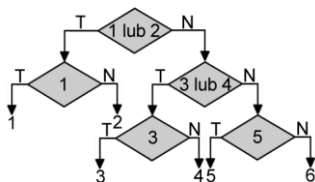
Informatyka to nauka o przetwarzaniu informacji.

Aktualnie obejmuje wiele zagadnień, między innymi:

- algorytmika, struktury danych, języki programowania
- mikroprocesory, architektury komputerów
- bazy danych, systemy operacyjne, sieci komputerowe
- kompilatory, kryptografia, metody numeryczne
- inżynieria oprogramowania, projektowanie systemów
- grafika, sztuczna inteligencja, aplikacje internetowe
- złożoność obliczeniowa
- ...

Identyfikacja elementów zbioru

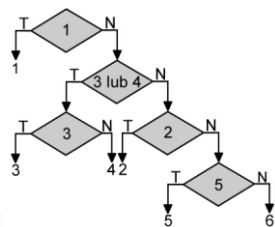
S1:



$$E(S1) = 1/6 \cdot 2 + 1/6 \cdot 2 + 1/6 \cdot 3 + 1/6 \cdot 3 + 1/6 \cdot 3 + 1/6 \cdot 3 = 2.66$$

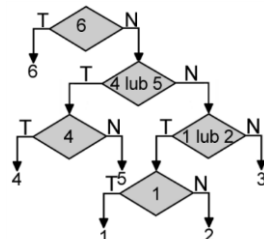
$$E(S2) = 1/6 \cdot 1 + 1/6 \cdot 3 + 1/6 \cdot 3 + 1/6 \cdot 3 + 1/6 \cdot 4 + 1/6 \cdot 4 = 3$$

S2:



Identyfikacja elementów zbioru

S3:



$$P(6) = 0.95$$

$$P(1-5) = 0.01$$

$$E(S1) = 0.01 \cdot 2 + 0.01 \cdot 2 + 0.01 \cdot 3 + 0.01 \cdot 3 + 0.01 \cdot 3 + 0.95 \cdot 3 = 2.98$$

$$E(S3) = 0.01 \cdot 4 + 0.01 \cdot 4 + 0.01 \cdot 3 + 0.01 \cdot 3 + 0.01 \cdot 3 + 0.95 \cdot 1 = 1.12$$

Teoria informacji

Ilość informacji zawarta w danym zbiorze jest miarą stopnia trudności rozpoznania elementów tego zbioru.

Ilością informacji zawartej w zbiorze $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, nazywamy liczbę:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^N p_i \cdot \log_2(p_i)$$



Claude Shannon

gdzie:

p_i ($p_i > 0$, $\sum p_i = 1$) jest prawdopodobieństwem wystąpienia elementu x_i

Przykłady:

$\{0,1\}$	1 bit
$\{0..9\}$	3.32 bity
zbiór liter języka ang.	4.7 bity

Kompresja danych

Ciąg danych

AABACADABA

1) Kodowanie proste

A - 00
B - 01
C - 10
D - 11

2) Kodowanie Huffmana

A - 0 0.6
B - 10 0.2
C - 110 0.1
D - 111 0.1

Po zakodowaniu

1) 00 00 01 00 10 00 11 00 01 00 20 bitów
2) 0 0 10 0 110 0 111 0 10 0 16 bitów

Ilość informacji

$$H(X) = 0.6 \cdot \log(0.6) + 0.2 \cdot \log(0.2) + 0.1 \cdot \log(0.1) + 0.1 \cdot \log(0.1) = 15.7$$

Podstawowe pojęcia

Zadanie algorytmiczne – polega na określeniu:

- wszystkich poprawnych danych wejściowych
- oczekiwanych wyników jako funkcji danych wejściowych

Algorytm - specyfikacja ciągu elementarnych operacji, które przekształcają dane wejściowe na wyniki.

Algorytm może występować w postaci:

- werbalnej (*opis słowny*)
- symbolicznej (*schemat blokowy*)
- programu

Przykład zapisu algorytmu

Problem: równanie kwadratowe

Dane: współczynniki **a, b, c**

Wyjście: pierwiastki **x1, x2** albo informacja o ich braku

Postać werbalna algorytmu:

„Mając dane współczynniki **a, b, c** :

oblicz $d = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Jeżeli d jest nieujemne :

oblicz $p = \sqrt{d}$

oblicz $x1 = (-b - p) / (2 \cdot a)$

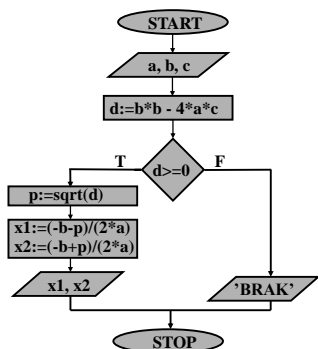
oblicz $x2 = (-b + p) / (2 \cdot a)$

wypisz wartości $x1, x2$

Jeżeli d jest ujemne :

wypisz "BRAK PIERWIASTKÓW"

Zapis symboliczny a program



```

var
  a,b,c,d,p,x1,x2:real;

begin
  read(a,b,c);
  d:=b*b-4*a*c;
  if d>=0 then
  begin
    p:=sqrt(d);
    x1:=(-b-p)/(2*a);
    x2:=(-b+p)/(2*a);
    writeln(x1,x2)
  end
  else
    writeln('BRAK')
  end.
  
```

Algorytm Euklidesa

Algorytm Euklidesa (około 300 r. p.n.e.)
obliczający największy wspólny dzielnik.

Dane: liczby naturalne a,b
Wynik: NWD(a,b)



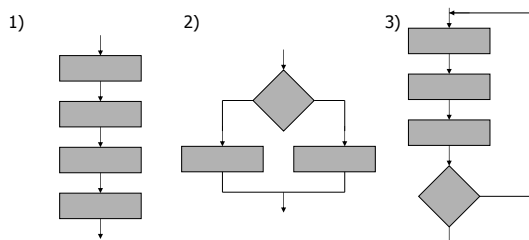
```

begin
  read(a,b);
  while a<>b do
    if a>b then
      a:=a-b
    else
      b:=b-a;
    writeln(a)
  end.
  
```

a	b
24	30
24	6
18	6
12	6
6	6

Budowa algorytmów

- 1) Bezpośrednie następstwo
- 2) Wybór warunkowy
- 3) Iteracja warunkowa



Początek nauki algorytmiki

- Programy z pętlami
- Zadania z tablicami jednowymiarowymi
- Zadania z tablicami wielowymiarowymi
- Zastosowania rekordów
- Procedury i funkcje
- Rekurencja
- Wskaźniki, alokacja pamięci
- Podstawowe algorytmy

Przykład zadania

Problem: Rozkład liczby na czynniki pierwsze

Proszę napisać program, który dla wczytanej liczby naturalnej wypisuje jej rozkład na czynniki pierwsze.

Przykład:

120 : 2, 2, 2, 3, 5

Rozkład na czynniki pierwsze

Rozwiązanie proste

```

var
  n,b : int64;

begin
  read(n);
  b:=2;
  while (n>1) do begin
    if n mod b = 0 then begin
      writeln(b);
      n := n div b;
    end else begin
      b := b+1;
    end
  end
end.
  
```

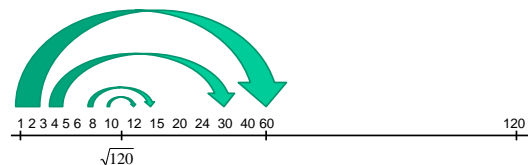
Rozkład na czynniki pierwsze

Rozwiązanie lepsze

```
begin
  read(n);
  while n mod 2 = 0 do begin
    writeln(2);
    n := n div 2;
  end
  b:=3;
  while (n>1) do begin
    if n mod b = 0 then begin
      writeln(b);
      n := n div b;
    end else begin
      b := b+2;
    end
  end
end.
```

Położenie podzielników liczby

Podzielniki liczby 120



Rozkład na czynniki pierwsze

Rozwiązanie dobre

```
begin
  read(n);
  while n mod 2 = 0 do begin
    writeln(2);
    n := n div 2;
  end
  b:=3;
  while (n>1) and (b<=sqrt(n)) do begin
    if n mod b = 0 then begin
      writeln(b);
      n := n div b;
    end else begin
      b := b+2;
    end
  end
  if n>1 then writeln(n)
end.
```

Porównanie rozwiązań

Liczba cyfr	Algorytm prosty	Algorytm lepszy	Algorytm dobry
6	0.07s	0.04s	0.0s
7	0.58s	0.28s	0.0s
8	7.75s	3.64s	0.0s
9	1m7.2s	35s	0.01s
10	9m43s	4m52s	0.01s
11	1h23m	41m31s	0.04s
12	12h27m	6h13m	0.13s
13	4d9h	2d4h30m	0.42s
14	37d12h	18d18h	1.23s

Czy można jeszcze szybciej?

Pytania i zadania

- Ile informacji zawiera 10 znakowe słowo, którego każdy znak z jednakowym prawdopodobieństwem jest jedną z liter a, b, c ?
- Jak stworzyć kody Huffmana dla zbiorów 5,6,7 elementowych?
- Jak przyspieszyć działanie algorytmu Euklidesa?
- Ile czasu potrzebuje w najgorszym przypadku trzeci algorytm aby rozłożyć na czynniki 30 cyfrową liczbę?
- Jak przyspieszyć działania programu rozkładu na czynniki pierwsze?
- Proszę zaproponować algorytm rozkładający liczbę naturalną N na sumę składników, tak aby ich iloczyn był największy, np. 5 -> 2*3, 7 -> 2*2*3, 9 -> 3*3*3.

Wykład 2

- Aspekty języka programowania
- Instrukcje w języku proceduralnym
- Konstrukcje strukturalne

Przykładowy program

```
procedure main()
  l:=[]
  n:=1
  repeat
    if not((n+=1)%!1=0) then put(l,write(n))
  end
```

- Czy jest to poprawny program ?
- Co robi ten program ?
- Czy można go przyspieszyć ?

Podstawowe pojęcia

Aspekty języka programowania:

- **Syntaktyka** (składnia) - zbiór reguł określający formalnie poprawne konstrukcje językowe
- **Semantyka** - opisuje znaczenie konstrukcji językowych, które są poprawne składniowo
- **Pragmatyka** - opisuje wszystkie inne aspekty języka

Sposoby opisu składni języka

- Notacja **EBNF** (*Extended Backus-Naur Form*)
- Diagramy syntaktyczne (*Syntax Diagram*)



John Warner Backus



Peter Naur

Notacja EBNF

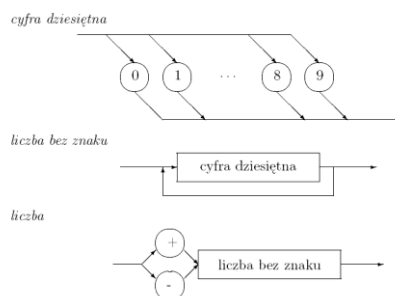
Elementy notacji EBNF:

- Symbole pomocnicze (nieterminalne)
- Symbole końcowe (terminalne)
- Produkcje
- Metasybole
 - < > - symbol pomocniczy
 - ::= - symbol produkcji
 - | - symbol alternatywy
 - [] - wystąpienie 0 lub 1 raz (EBNF)
 - { } - powtórzenie 0 lub więcej razy (EBNF)

Przykład

<cyfra dziesiętna> ::= 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9
 <liczba bez znaku> ::= <cyfra dziesiętna> {<cyfra dziesiętna>}
 <liczba> ::= + <liczba bez znaku> | - <liczba bez znaku>

Diagramy składniowe



Gramatyka języka

```

<pgm> ::= <pgmHeading> <pgmDeclarations> <codeBlock> ";"
<pgmHeading> ::= program <pgmIdentifier> ";"
<pgmDeclarations> ::= { <pgmDeclaration> }
<pgmDeclaration> ::= <varDeclaration> | <typeDeclaration> | <procDeclaration>
....
<codeBlock> ::= begin { <statement> } end
<statement> ::= <assignStatement> | <ifStatement> | <whileStatement> | <procCall>
<assignStatement> ::= <variable> "=" <expression> ";"
<ifStatement> ::= if <expression> then <codeBlock> [ else <codeBlock> ] ";"
<whileStatement> ::= while <expression> do <codeBlock> ";"
....
<identifier> ::= <letter> { <letter> | <digit> }
<longint> ::= <digit> { <digit> }
<relOperator> ::= "=" | "<" | ">" | "<=" | ">" | ">="
<addOperator> ::= "+" | "-" | "or"
<multOperator> ::= "*" | "div" | "and"
<letter> ::= "A" | ... | "Z" | "a" | ... | "z"
<digit> ::= "0" | "1" | "2" | "3" | "4" | "5" | "6" | "7" | "8" | "9"

```

Semantyka

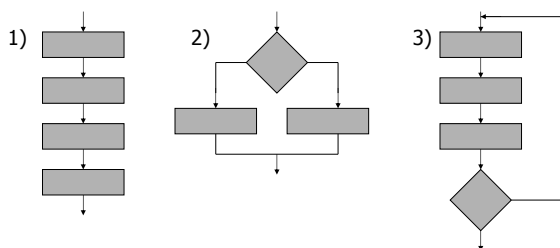
Opis każdej konstrukcji językowej poprawnej składniowo

- **Semantyka denotacyjna** – opis w postaci funkcji przekształcającej dane wejściowe w dane wyjściowe
- **Semantyka operacyjna** – opis stanu komputera przed i po wykonaniu instrukcji

•8

Struktury sterujące przebiegiem programu

- 1) Bezpośrednie następstwo
- 2) Wybór warunkowy
- 3) Iteracja warunkowa



Instrukcje proste i strukturalne

proste

- przypisania
- wywołania funkcji
- operacja we/wy

strukturalne

- warunkowa
- wyboru
- iteracyjne

10

Instrukcja przypisania

<zmienna> = <wyrażenie>;

Przykłady:

```

a = 0;
a = a+1;
y = sin(6*x);

```

Problemy:

- Zgodność typów
- Konwersja typów (rzutowanie typów)
- Zakres liczb
- Nieokreśloność zmiennych
- Nieobliczalność wyrażenia

11

Instrukcja wywołania funkcji

```

nazwa();
x=nazwa();
nazwa(p1,p2,p3);

```

Przykłady:

```

y=sqrt(x);
printf("%d",x);
rozwiadz(a,b,c);

```

Problemy:

- Błędna liczba argumentów
- Niezgodność typu argumentów

12

Operacja we/wy

```
cout << wyr;
cin >> zm;
```

Przykłady:

```
cout << x;
cout << x+y;
cout << "hello";
cin >> x;
```

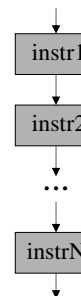
Problemy:

- Konwersja typów

13

Ciąg instrukcji

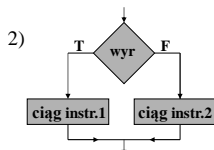
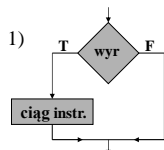
```
{
  <instrukcja1>;
  <instrukcja2>;
  ...
  <instrukcjaN>;
}
```



14

Instrukcja skoku warunkowego

- 1) **if** (<wyrażenie>) { <ciąg instrukcji> }
- 2) **if** (<wyrażenie>) { <ciąg instrukcji 1> }
else { <ciąg instrukcji 2> }



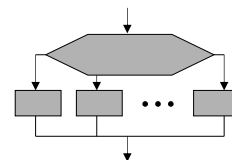
15

Instrukcja wyboru

```
switch (<wyrażenie>) {
  case <etykieta1> : <instr1>; break;
  case <etykieta2> : <instr2>; break;
  ...
  default <instr>;
}
```

Przykład:

```
switch (dzien_tygodnia) {
  case 0 : printf("niedziela"); break;
  case 1 : printf("poniedziałek"); break;
  ...
  case 6 : printf("sobota"); break;
  default : printf("zła wartość");
}
```

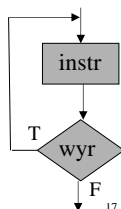
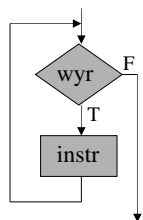


16

Instrukcje pętli

```
while (<wyrażenie>) { <ciąg instrukcji> }
```

```
do { <ciąg instrukcji> } while (<wyrażenie>);
```



17

Konstrukcje strukturalne

```
begin ... end
if ... then ...
if ... then ... else ...
case ... of ...
while ... do ...
repeat ... until ...
for ... to ... do ...
```

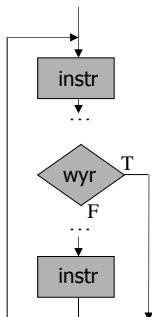


Niklaus Wirth

Algol	Pascal	Modula	Oberon	Component Pascal	Oberon7
1960	1970	1980	1990	2000	2007

Instrukcja break

```
while (True) {
...
  if (<wyrażenie>) break;
...
}
```



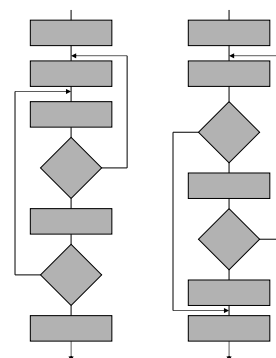
19

Instrukcja skoku

```
// instrukcje
etykieta:
// instrukcje

if (<wyrażenie>) {
  goto etykieta;
}

goto etykieta;
```



Pytanie: jak zrealizować
to bez użycia goto ?

Instrukcja pętli for

```
for (<inst1> ; <war> ; <inst2>) {
  <ciąg instrukcji>;
}
```

```
<inst1>;
while (<war>) {
  <ciąg instrukcji>;
  <inst2>;
}
```

Przykład:

```
s=0;
for (i=0; i<10; i=i+1) { s=s+i; }
```

21

Pytania i zadania

- Czym różni się notacja BNF od notacji EBNF?
- Zapisać w notacji EBNF składnię instrukcji warunkowej oraz pętli.
- Zapisać w notacji EBNF składnię wyrażenia arytmetycznego.
- Które z 6 instrukcji: *if*, *if else*, *case*, *while*, *do while*, *for* można usunąć z języka aby nadal można było w nim programować?
- Liczb pierwszych jest nieskończenie wiele. Tylko pięć z nich spełnia warunek:

$\text{sum_p}(N)=N$

gdzie:

$\text{sum_p}(N)$ to suma p -tych potęg cyfr p -cyfrowej liczby N

np. $\text{sum_p}(2012)=16+0+1+16=33$

Należy napisać program odnajdujący wszystkie takie liczby.

A co z naszym programem?

Wykład 3

- Typy danych
- Typy skalarne
- Operacje na typach skalarnych
- Typ tablicowy

Typy danych

- Skalarne
- Strukturalne
- Wskaźnikowe

Typy skalarne - uporządkowane i skończone zbiory wartości.

Przykłady:

logiczny - bool

znakowy - char

"całkowity" - int

"rzeczywisty" - float

2

Działania na typach skalarnych

- **typ logiczny** (*bool*)
True False
! || && == !=
- **typ całkowity** (*int, long int, long long int*)
12 -21
+ - * / % == != < <= > >=
~ & | ^ >> <<
- **typ rzeczywisty** (*float, double*)
12.3 2e-23
+ - * / == != < <= > >=
- **typ znakowy** (*char, unsigned char*)
'a' 'b' '\n'
== != < <= > >=

3

Liczby całkowite

Turbo Pascal

typ	zakres	rozmiar
shortint	-128..127	1
integer	-32768..32767	2
longint	-2147483648..214748647	4
byte	0..255	1
word	0..65535	2

Java

typ	zakres	rozmiar
byte	-128..127	1
short	-32768..32767	2
int	-2147483648..214748647	4
long	-2 ⁶³ ..2 ⁶³ -1	8

Liczby całkowite

FPC

Typ	Zakres	Rozmiar
Byte	0 .. 255	1
Shortint	-128 .. 127	1
Smallint	-32768 .. 32767	2
Word	0 .. 65535	2
Integer	either smallint or longint	size 2 or 4
Cardinal	longword	4
Longint	-2147483648 .. 2147483647	4
Longword	0 .. 4294967295	4
Int64	-9223372036854775808 .. 9223372036854775807	8
QWord	0 .. 18446744073709551615	8

Liczby całkowite

C/C++

- short int, int, long int, long long int
- signed, unsigned

Standard C99:

- int ma minimum 16 bitów
- long int jest co najmniej takiego rozmiaru, co int
- long long int ma minimum 64 bity

W praktyce:

- short int ma 16 bitów
- int i long int ma 32 bity
- long long int ma 64 bity

Liczby zmiennopozycyjne

Turbo Pascal

typ	zakres	dokładność	rozmiar
real	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12	6
single	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8	4
double	5.0E-324 .. 1.7E308	15-16	8
extended	3.4E-4932 .. 1.1E4932	19-20	10

Java, C/C++

typ	zakres	dokładność	rozmiar
float	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8	4
double	5.0E-324 .. 1.7E308	15-16	8

Funkcje standardowe

- cos() sin() tan() acos() asin() atan()
- cosh() sinh() tanh() acosh() asinh() atanh()
- exp() log() log10() log2()
- pow() sqrt() cbrt()
- fabs() abs() ceil() floor()

Kod ASCII

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	NUL	DLE	space	0	@	P	`	p
1	SOH	DC1	XON	1	A	Q	a	q
2	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
3	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
4	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
6	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
7	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
8	BS	CAN	(8	H	X	h	x
9	HT	EM)	9	I	Y	i	y
A	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
B	VT	ESC	+	; K	[k	{	
C	FF	FS	,	< L	\			
D	CR	GS	-	= M]	m	}	
E	SO	RS	.	> N	^	n	~	
F	SI	US	/	? O	_	o	del	

Rozszerzenie kodu ASCII

128	Ç	144	É	160	á	176	ð	192	À	208	Ä	224	à	240	ä
129	ù	145	æ	161	í	177	ñ	193	Á	209	Å	225	á	241	å
130	é	146	œ	162	ó	178	ï	194	Â	210	Æ	226	â	242	æ
131	â	147	õ	163	ú	179	í	195	Ã	211	Ç	227	ã	243	ç
132	ä	148	ö	164	û	180	ï	196	Ä	212	È	228	ä	244	è
133	å	149	ø	165	ü	181	ï	197	Å	213	É	229	å	245	é
134	æ	150	ù	166	ý	182	ï	198	Æ	214	Ê	230	æ	246	ê
135	ç	151	ú	167	ö	183	ï	199	Ç	215	Ë	231	ç	247	ë
136	è	152	ý	168	ë	184	ï	200	È	216	Ì	232	è	248	ì
137	é	153	Ö	169	ü	185	ï	201	É	217	Í	233	é	249	í
138	ê	154	Ù	170	ï	186	ï	202	Ê	218	Î	234	ê	250	î
139	í	155	ö	171	½	187	ï	203	Ë	219	Ï	235	í	251	ï
140	ï	156	é	172	¼	188	ï	204	Ì	220	Ñ	236	ï	252	ñ
141	î	157	æ	173	í	189	ï	205	Í	221	Ò	237	î	253	ò
142	ï	158	ö	174	«	190	ï	206	Î	222	Ó	238	ï	254	ó
143	ï	159	í	175	»	191	ï	207	Ï	223	Ô	239	ï	255	ô

Source: www.LookupTables.com

Standard ISO-8859

Strona kodowa	Języki
iso-8859-1	afrykański, albański, angielski, baskijski, duński, farski, fiński, francuski, galicyjski, hiszpański, irlandzki, islandzki, kataloński, niderlandzki, niemiecki, norweski, portugalski, szkocki, szwedzki, włoski
iso-8859-2	chorwacki, czeski, polski, rumuński, serbski, słowacki, słoweński, węgierski
iso-8859-3	esperanto, maltański
iso-8859-4	estoński, grenlandzki, lapoński, litewski, łotewski
iso-8859-5	białoruski, bułgarski, macedoński, rosyjski, serbski, ukraiński
iso-8859-6	arabski
iso-8859-7	grecki
iso-8859-8	hebrajski
iso-8859-9	turecki
iso-8859-10	eskimoski, lapoński
iso-8859-11	tajski
iso-8859-13	litewski, łotewski
iso-8859-14	bretoński, gaelicki, szkocki, walijski

Unicode

Jak wyświetlić tekst wielojęzyczny?

Jak wyświetlić różne alfabety?

(cyrylica, alfabety: hebrajski, chiński, japoński, koreański czy tajlandzki)

Unicode - wspólny dla całego świata zestaw znaków.

Unicode

UTF-8

128 znaków (ASCII) kodowanych jest za pomocą 1 bajta.
1920 znaków (alfabety łaciński, grecki, armeński, hebrajski, arabski, koptyjski i cyrylica) kodowanych jest za pomocą 2 bajtów.
63488 znaków (m.in. alfabety chiński i japoński) kodowanych jest za pomocą 3 bajtów.
Pozostałe 2147418112 znaki (jeszcze nie przypisane) można zakodować za pomocą 4, 5 lub 6 bajtów.

UCS-2

Wszystkie znaki zapisywane są za pomocą 2 bajtów. Kodowanie to pozwala na zapisanie tylko 65536 początkowych znaków Unikodu.

UCS-4

Wszystkie znaki zapisywane są za pomocą 4 bajtów.

Unicode (UTF-8)

00000000 – 0000007F: 0xxxxxxx
00000080 – 000007FF: 110xxxxx 10xxxxxx
00000800 – 0000FFFF: 1110xxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
00010000 – 001FFFFF: 11110xxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
00200000 – 03FFFFFF: 111110xx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
04000000 – 7FFFFFFF: 1111110x 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx

Kodowanie „polskich” znaków

Znak	ISO 8859-2	CP-1250	Unicode	UTF-8
a	161	165	261	196 133
ć	198	198	263	196 135
e	202	202	281	196 153
ł	163	163	322	197 130
ń	209	209	324	197 132
ó	211	211	211	195 179
ś	166	140	347	197 155
ż	172	143	378	197 186
z	175	175	380	197 188
Ą	177	185	260	196 132
Ć	230	230	262	196 134
Ę	234	234	280	196 152
Ł	179	179	321	197 129
N	241	241	323	197 131
Ó	243	243	243	195 147
Ś	182	156	346	197 154
Ź	188	159	377	197 185
Ż	191	191	379	197 187

Typ tablicowy

Deklarowanie zmiennych:

```
int t1[10];  
double t2[3][4];  
int t[ ] = { 0,3,3,6,1,4,6,2,5,0,3,5 };
```

Odwołanie do elementów:

```
t1[a+3]=t1[a+4];
```

Cechy:

- statyczny rozmiar
- elementy indeksowane (numerowane) od 0

Problemy:

- odwołanie poza obszar tablicy

Pytania i zadania

- Z którego typu numerycznego, stało- czy zmiennopozycyjnego, można zrezygnować w języku programowania? Zobacz język Lua.

- Dany jest program:

```
begin  
  read(n);  
  while n<>rewers(n) do  
    n := n+rewers(n)  
  end.
```

rewers(n) to liczba n zapisana od końca
Czy powyższy program zakończy się dla każdej liczby naturalnej?
Proszę sprawdzić to dla wszystkich liczb n<200.

Wykład 4

- Strukturalne typy danych
 - Tablice
 - Tablice znaków (napisy)
 - Klasa string
 - Struktury (rekordy)
 - Pliki

Typ tablicowy

Deklarowanie zmiennych:

```
int t1[10];
double t2[3][4];
int t[] = { 0,3,3,6,1,4,6,2,5,0,3,5 };
```

Odwołanie do elementów:

```
t1[a+3]=t1[a+4];
```

Cechy:

- statyczny rozmiar
- elementy indeksowane (numerowane) od 0

Problemy:

- odwołanie poza obszar tablicy

Tablice znaków (napisy)

Stałe napisowe:

```
write('to jest tekst');      Pascal
printf("to jest tekst");    Język C
cout << "to jest tekst";    Język C++
```

Deklarowanie:

```
char buf[11];
char imie[] = "Jola";
```

Operacje we/wy:

```
cin >> buf;
cout << buf;          Uwaga na spacje!
```

Reprezentacja:

J	o	l	a	\0						
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Operacje na łańcuchach

Znaki specjalne:

```
'\n' nowy wiersz chr(10)
'\r' nowy wiersz chr(13)
'\t' tabulator poziomy
'\v' tabulator pionowy
'\' ' (ang. backslash)
'\'' apostrof
'\"' cudzysłów
```

Operacje na łańcuchach

Funkcje:

```
size_t strlen(const char *s);
char *strcpy(char *s1, const char *s2);
char *strcat(char *s1, const char *s2);
int strcmp(const char *s1, const char *s2);
char *strstr(const char *s1, const char *s2);
```

Funkcje we/wy:

```
int printf(const char *format,...);
int scanf(const char *format,...);
char *gets(char *s);
int puts(const char *s);
int getch(void);
```

Klasa string

Plik nagłówkowy

```
#include <string>
```

Deklarowanie:

```
string buf;
string imie = "Jola";
```

Operacje we/wy:

```
cin >> buf;
cout << buf;
```

Operacje:

```
buf = imie;
if (buf==imie) ...
buf = buf + "koniec"
buf[0] = '_';
```

Klasa string - metody

`empty()` Zwraca wartość `true` jeżeli napis jest pusty.
`size()`, `length()` Zwraca ilość znaków w napisie.

`at()` Zwraca znak o podanym położeniu, tak jak operator `[]`,
wyjątek w przypadku wyjścia poza zakres stringa.

`clear()` Usuwa wszystkie znaki z napisu.
`erase(...)` Usuwa wybrane znaki.
`find(...)` Znajduje podciąg w ciągu.

`swap(...)` Zamienia miejscami dwa stringi, a staje się b, a b staje się a.

`substr(...)` Zwraca podciąg na podstawie indeksu początkowego i długości
podciagu.

`append(...)` Dodaje zadany napis na końcu istniejącego ciągu.

`c_str()` Zwraca napis w stylu języka C (stały wskaźnik typu `const char*`).

Struktury (Rekordy)

Definiowanie:

```
struct zespolona
{
    double re;
    double im;
};
```

Deklarowanie zmiennych:

```
zespolona z1,z2;
zespolona t[100];
```

Nadawanie wartości:

```
z1.re=5;
z1.im=6;
```

Struktury - przykład

```
struct data
{
    int dzien;
    int miesiac;
    int rok;
};

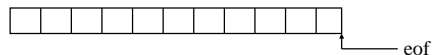
struct osoba
{
    char imie[20];
    char nazwisko[30];
    data urodziny;
    bool kobieta;
};
```

Pliki

Dostęp do pliku:

- sekwencyjny (taśmy)
- swobodny (dyski)

Struktura o elementach tego samego typu



Znak końca wiersza w pliku tekstowym:

- DOS CR LF
- UNIX LF
- MacOS CR

Pliki operacje

Język C++:

```
#include <fstream>

ofstream wyjście("wyniki.txt");
wyjście << x1 << " " << x2;
wyjście.close();
```

Język C

```
#include <stdio.h>

wyjście=fopen("wyniki.txt","w");
fprintf(wyjście,"%d %d",x1,x2);
fclose(wyjście);
```

Pliki - odczyt

```
int main()
{
    string linia;
    fstream plik;

    plik.open("plik.txt", ios::in);
    if(plik.good())
    {
        while(!plik.eof())
        {
            getline(plik, linia);
            cout << linia << endl;
        }
        plik.close();
    }
    return 0;
}
```

Pliki - zapis

```
int main()
{
    fstream plik;

    plik.open("plik.txt", ios::out | ios::trunc);
    if (plik.good())
    {
        plik << "tekst";
        plik.close();
    }

    return (0);
}
```

Pytania i zadania

- Co zwraca funkcja `abs()` dla najbardziej ujemnej liczby?
- Co powoduje `x++` dla największej reprezentowanej w systemie liczby?
- Co zwraca operacja `%` gdy jeden/oba argumenty są ujemne?
- Jaka jest kolejność bajtów w liczbie typu `int`?
- Jak w języku C/C++ umieszczone są w pamięci tablice dwuwymiarowe?
- Jak mając dostępną funkcję `trunc()` zrealizować funkcję `round()`?
- Jak zamienić wartościami dwie zmienne typu `int` bez użycia zmiennej pomocniczej?
- Jak wyznaczyć wartość maksymalną 10 elementowej tablicy nie używając operatorów relacyjnych?
- Jak sprawdzić zakres liczb całkowitych nie mając dokumentacji?
- Jak wyznaczyć dokładność liczb zmiennopozycyjnych bez dokumentacji?
- Napisać w C/C++ najkrótszy program wypisujący samego siebie.

14

Wykład 5-6

- Procedury i funkcje
- Przekazywanie parametrów
- Obszar określoności i czas trwania
- Funkcje rekurencyjne
- Maksymy programistyczne

Budowa programu

Program w języku imperatywnym składa się:

- opisu danych, struktur danych
- opisu czynności do wykonania (*instrukcji*)

Struktura programu

#include ...	<i>import bibliotek</i>
int a,b,c;	<i>deklaracja zmiennych globalnych</i>
int ala(...) { ... }	<i>definicje funkcji</i>
int main() { ... }	<i>główna funkcja</i>

Procedury i funkcje

Cel stosowania:

- dekompozycja problemu
- wielokrotne wykonanie
- poziomy abstrakcji
- oddzielna kompilacja
- możliwość użycia rekurencji

Projektowanie algorytmu:

- syntetyczne (*bottom-up*)
- analityczne (*top-down*)

Składnia definicji funkcji

```
typ_wyniku nazwa_funkcji ( parametry formalne )  
{  
    wnetrze_funkcji;  
}
```

Przykład:

```
double srednia( double x, double y)  
{  
    return (x+y)/2.0;  
}
```

1/2

Zagłębianie procedur (Pascal)

<pre>procedure procA(...); begin ... end; { procA } procedure procB(...); procedure procC(...); begin ... end; { procC } begin ... procC(...); end; { procB } ...</pre>	<pre>... begin procA(...); procB(...); end.</pre>
---	---

Deklarowanie funkcji

```
void jeden(...)  
{  
    ...  
}  
  
double dwa(...)  
{  
    ...  
}  
  
int main()  
{  
    ...  
}
```

2/2

Przykładowa funkcja

Problem: obliczanie wartości $c=a^b$

```
void power(double a, int b, double &c)
{
    int i;
    i = b; c = 1.0;
    while (i>0)
    {
        c = c * a;
        i = i-1;
    }
}
```

Deklaracja funkcji:

- identyfikator funkcji
- nagłówek funkcji
- parametry formalne
- treść funkcji

Wywołanie funkcji:

- aktualne parametry

```
power(x,3,z);
```

Przekazywanie parametrów

- przez wartość
- przez referencję

Użycie:

Przez wartość

dane do funkcji

Przez referencję

dane z funkcji

dane do i z funkcji

1/2

Przekazywanie parametrów

Przez wartość

```
void p1(int a)
{
    a = a+1;
    cout << a;
}

void main()
{
    p1(2);           // 3
    b = 5;
    p1(b);           // 6
    cout << b;       // 5
}
```

Przez referencję

```
void p1(int &a)
{
    a = a+1;
    cout << a;
}

void main()
{
    b = 5;
    p1(b);           // 6
    cout << b;       // 6
}
```

2/2

Obszar określoności i czas trwania

```
int a,b;
void x( ... )
{
    double b;
    b=1.5;
}
int main()
{
    b=3;
    x( ... );
}
```

Przykłady zastosowania

Funkcja obliczająca silnię (*iloczyn 1*2*3*...*n*)

```
int silnia(int n)
{
    int i,s;    // zmienne lokalne

    s = 1;
    for (i=1; i<=n; i++) s = s*i;
    return s;
}
```

Przykłady zastosowania

Procedura (funkcja) rekurencyjna:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{dla } n < 2 \\ n * (n-1)! & \text{dla } n \geq 2 \end{cases}$$

```
int silnia(int n)
{
    if (n<2)
        return 1;
    else
        return n*silnia(n-1);
}
```


Przykłady zastosowania

Ciąg Fibonacciego

$$F(n) = \begin{cases} 1 & \text{dla } n < 3 \\ F(n-1) + F(n-2) & \text{dla } n \geq 3 \end{cases}$$



1 1 2 3 5 8 13 21

```
int fib(int n)
{
    if (n<3)
        return 1;
    else
        return fib(n-1)+fib(n-2);
}
```

Wizualizacja rekurencji

```
int fib(int n) {
    int result;

    cout << "start " << n << endl;

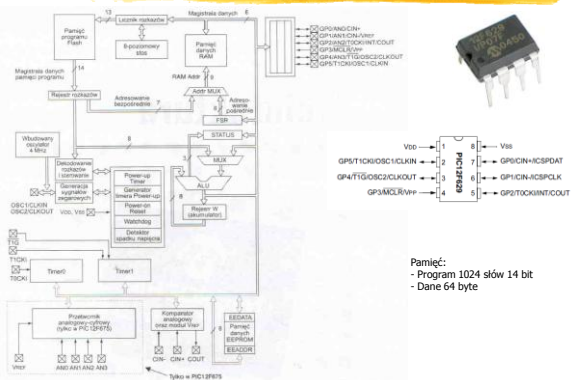
    if (n<3) result = 1;
    else result = fib(n-1)+fib(n-2);

    cout << "stop " << n << endl;
    return result;
}

int main() {
    int w;
    w = fib(5);
    cout << w;
}
```

start 5
start 4
start 3
start 2
start 1
stop 1
stop 3
stop 2
stop 2
stop 2
stop 2
stop 1
stop 1
stop 3
stop 5

Architektura PIC 12F629



Lista rozkazów

Mnemonic Operations	Description	Cycles	14-Bit Operands MSBLSB	Status Affected	Notes
BYTE-ORIENTED FILE REGISTER OPERATIONS					
ADDFWF	Add W with F	1	01 0111 0000 0000	Z	1,2
ANDWF	AND W with F	1	01 0101 0000 0000	Z	1,2
CLRF	Clear F	1	01 0001 0000 0000	Z	2
COMF	Complement F	1	01 1001 0000 0000	Z	1,2
DECFSZ	Decrement F	1	01 0011 0000 0000	Z	1,2
INCF	Increment F	1	01 0011 0000 0000	Z	1,2
INCFSZ	Increment F, Skip if 0	1(2)	01 1011 0000 0000	Z	1,2
MOVF	Move W to F	1	01 0100 0000 0000	Z	1,2
MOVF	Move W to F	1	01 0000 0000 0000	Z	1,2
RLF	Rotate Left Through Carry	1	01 1101 0000 0000	C	1,2
RRF	Rotate Right Through Carry	1	01 1100 0000 0000	C	1,2
SRWF	Subtract W from F	1	01 0010 0000 0000	Z	1,2
SWAPF	Swap nibbles in F	1	01 1110 0000 0000	Z	1,2
XORWF	Exclusive OR W with F	1	01 0110 0000 0000	Z	1,2
BIT-ORIENTED FILE REGISTER OPERATIONS					
BCF	Bit Clear F	1	01 0000 0000 0000	Z	1,2
BSF	Bit Set F	1	01 0100 0000 0000	Z	1,2
BTFSB	Bit Test F, Skip if Set	1(2)	01 1000 0000 0000	Z	3
BTFSB	Bit Test F, Skip if Set	1(2)	01 1000 0000 0000	Z	3
LITERAL AND CONTROL OPERATIONS					
ADDLW	Add literal and W	1	11 1111 0000 0000	C,DC,Z	
ANDLW	AND literal with W	1	11 1011 0000 0000	Z	
CALL	Call subroutine	2	11 0000 0000 0000	TO,PS	
CLRWDT	Clear Watchdog Timer	1	01 0000 0110 0100	TO,PS	
GOTO	Go to address	2	11 0000 0000 0000	Z	
IORLW	Inclusive OR literal with W	1	11 1000 0000 0000	Z	
MOVLW	Move literal to W	1	11 0000 0000 0000	Z	
RETFIE	Return from interrupt	2	01 0000 0000 1001	TO,PS	
RETURN	Return from Subroutine	2	01 0000 0000 1000	TO,PS	
SLEEP	Go into Sleep mode	1	01 0000 0110 0101	TO,PS	
SUBLW	Subtract W from literal	1	11 1101 0000 0000	C,DC,Z	
XORLW	Exclusive OR literal with W	1	11 1010 0000 0000	Z	

Lista rozkazów

Mnemonic	Arg.	Słowo w arg. arg.	Opis
ADD			Suma arytmetyczna
CLRF	F		Clear W
COMF	F		Complement F
BCF	F, b		Bit Clear F
BSF	F, b		Bit Set F
MOVF	F, d		Move F to d
MOVLW	W		Move literal to W
ANDWF	F, b		AND W with F
ANDLW	W		AND W with literal
INCF	F		Increment F
INCFSZ	F		Increment F, Skip if 0
IORWF	F, b		Inclusive OR W with F
IORLW	W		Inclusive OR W with literal
MOVLW	W		Move literal to W
MOVF	F, d		Move F to d
RRF	F, b		Rotate Right F through b
RLF	F, b		Rotate Left F through b
SRWF	F, b		Subtract W from F
SWAPF	F		Swap nibbles in F
XORWF	F, b		Exclusive OR W with F
XORLW	W		Exclusive OR W with literal
CALL			Call subroutine
RETURN			Return from Subroutine
RETFIE			Return from Interrupt
CLRWDT			Clear WDT
SLEEP			Go to Sleep mode

Przykładowy program

```
#include "12f629.h"

int nwd(int a, int b) {
    while (a!=b) {
        if (a>b) a=a-b;
        else b=b-a;
    }
    return a;
}

void main() {
    int x,y,z;

    x=24;
    y=30;
    z=nwd(x,y);
}
```

Kompilacja

```
Carry EQU 0
Zero EQU 2
a EQU 0x23
b EQU 0x24
x EQU 0x20
y EQU 0x21
z EQU 0x22

;int mwd(int a, int b)
mwd ; while (a!=b) {
m001 MOVF a,W
XORWF b,W
BTFSF 0x03,Zero_
GOTO m003 ; if (a>b) a=a-b;
MOVF a,W
SUBWF b,W
MOVF a,W
BTFSF 0x03,Carry
XORWF b,W
ANDLW .128
BTFSF 0x03,Zero_
GOTO m002
MOVF b,W
SUBWF a,1 ; else b=b-a;
GOTO m001
m002 MOVF a,W
SUBWF b,1 ; }
GOTO m001 ; return a;
m003 MOVF a,W
RETURN ;}
```

```
main ;void main()
; x=24;
MOVLW .24
MOVWF x
; y=30;
MOVLW .30
MOVWF y
; z=mwd(x,y);
MOVF x,W
MOVWF a
MOVF y,W
MOVWF b
CALL mwd
MOVF a,W
MOVWF z
; }
END
```

:100000001628230824060319142823082402230889
:100010002406031880348039031D11282408A302FE
:1000200001282308A4020128230888001830A00092
:100030001E38A1902008A3002108A4001202308ED

Maksymy i rady programistyczne

- Programy mają być czytane przez ludzi.
- Czytelność jest zwykle ważniejsza niż sprawność.
- Najpierw projekt potem kodowanie.
- Dawaj więcej komentarzy niż będzie ci, jak sądzisz potrzeba.
- Stosuj komentarze wstępne.
- Stosuj przewodniki w długich programach.
- Komentarz ma dawać coś więcej, niż tylko parafrazę tekstu programu.
- Błędne komentarze są gorsze niż zupełny brak komentarzy.

1/2

Maksymy i rady programistyczne

- Stosuj odstępy dla poprawienia czytelności.
- Używaj dobrych nazw mnemonicznych.
- Wystarczy jedna instrukcja w wierszu.
- Porządkuj listy według alfabetu.
- Nawiasy kosztują mniej niż błędy.
- Stosuj wcięcia dla uwidocznienia struktury programu i danych.

D. Van Tassel „Praktyka programowania”

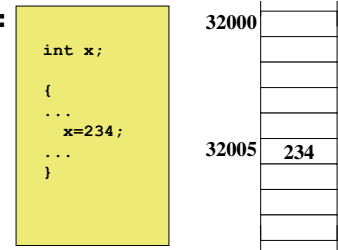
Wykład 7-8

- Zmienna i jej aspekty
- Zmienna wskaźnikowa
- Przydział pamięci dla zmiennych
- Działania na zmiennych wskaźnikowych
- Zastosowanie typu wskaźnikowego
- Przykłady

Zmienna

Aspekty zmiennej:

- nazwa
- adres (lokacja)
- wartość
- typ
- rozmiar



Instrukcja podstawienia

<zmienna> = <wyrażenie>

`z1 = z2 = z3 = wyrażenie` (podstawienie wielokrotne)
`z1:=: z2` (podstawienie symetryczne)

`z op = wyr` \longleftrightarrow `z = z op wyr`

Czas istnienia nazwy

Program w C/C++ $\xrightarrow{\text{kompilacja}}$ Program wykonywalny
nazwa zmiennej $\xrightarrow{\quad}$ adres w pamięci

```
procedure main()
  i:=5; j:=7; k:=11
  nazwa:=read() #j
  m:=variable(nazwa) #7
  write(m)
  variable(nazwa):=3 #3
  write(j)
end
```

Język Icon

Funkcje transformujące

	Pascal	Język C
zmienna \rightarrow adres (dostarcza adres zmiennej)	<code>addr(x)</code> <code>@x</code>	<code>&x</code>
adres \rightarrow zmienna	<code>a^</code>	<code>*a</code>

```
var
  x:real; absolute adres;
```

Język Turbo Pascal

Zmienna wskaźnikowa

Zmienna wskaźnikowa - zmienna, która przechowuje adres innej zmiennej.

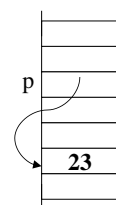
Zmienna wskazywana - zmienna, na którą wskazuje zmienna wskaźnikowa.



Deklaracja zmiennej wskaźnikowej:

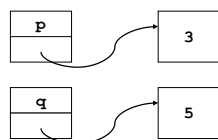
```
int i=23;
int *p;

p = &i;
*p = 29;
```

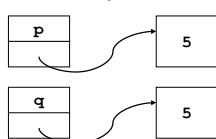
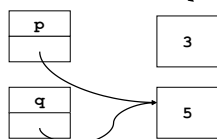


Zmienna wskaźnikowa i wskazywana

```
{
    int *p;
    int *q;
    ...
    *p = 3;
    *q = 5;
    ...
}
```



$p = q$

$$*p = *c$$


Alokacje i zwalnianie pamięci

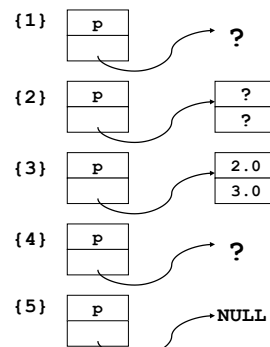
```

struct punkt {
    double x,y;
};

punkt *p;           {1}

p = new punkt;      {2}
...
p->x = 2.0;          {3}
p->y = 3.0;          {3}
...
delete p;           {4}
...
p = NULL;           {5}

```

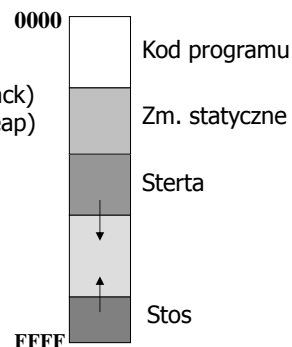


Operacje na zmiennych wskaźnikowych

<i>deklarowanie:</i>	<code>typ *p;</code>
<i>alokacja zmiennej:</i>	<code>p = new typ;</code>
<i>zwalnianie pamięci:</i>	<code>delete p;</code>
<i>przypisanie:</i>	<code>=</code>
<i>operacje logiczne:</i>	<code>== !=</code>
<i>wartość „pusta”:</i>	<code>NULL</code>
<i>wypisanie wartości:</i>	<code>cout << p;</code>

Przydział pamięci

- statyczny
- dynamiczny ze stosu (stack)
- dynamiczny ze sterty (heap)



Zastosowania typu wskaźnikowego

- Zmienne dużych rozmiarów
- Nieregularne struktury danych:
 - stos, kolejka, talia, lista
 - struktura drzewiasta
 - struktura grafowa

Tworzenie łańcucha odsyłaczowego (listy)

```

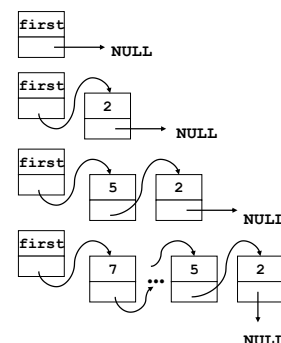
struct node {
    int w;
    node *next;
};

node *first;
node *p;
int s;

first=NULL;
for (int i=1;
     cin >> s;
     p = new node;
     p->next=first;
     p->w=s;
     first=p;
)

```

Etapy tworzenia listy:



Zastosowanie łańcucha (listy)

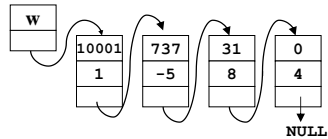
$$W(x)=x^4+5x^3-7x^2+x+3$$

```
double wiel[max];
```

0	1	2	3	4	5
3	1	-7	5	1	0

$$W(x)=x^{10001}-5x^{737}+8x^{31}+4$$

```
struct node {  
    int wsp;  
    int wyk;  
    node *next;  
};
```



Wypisanie wartości wielomianu

Iteracyjnie

```
void wypisz1(node *p)
{
    while (p!=NULL)
    {
        if (p->wsp>0) cout << "+";
        cout << p->wsp << "x^" << p->wyk;
        p=p->next;
    }
}
```

Wypisanie wartości wielomianu

Rekurencyjnie

```
void wypisz2(node *p)
{
    if (p!=NULL)
    {
        if (p->wsp>0) cout << "+";
        cout << p->wsp << "x^" << p->wyk;
        wypisz2(p->next);
    }
}
```

Wykład 9

Wybrane algorytmy

- Wyszukiwanie połówkowe
- Sortowanie
- Metody proste
- Metody szybkie

Wyszukiwanie połówkowe

```
int t[MAX];

lewy = 0;
prawy = MAX-1;
found = false;
while (lewy<=prawy and !found) {
    sr = (lewy+prawy)/2;
    if (t[sr]==sz)
        found = true;
    else if (t[sr]<sz)
        lewy = sr+1;
    else
        prawy = sr-1;
}
if (found) cout<<sr; else cout<<"not found";
```

Wyszukiwanie połówkowe

```
int t[MAX];

lewy = 0;
prawy = MAX-1;
while (lewy<=prawy) {
    sr=(lewy+prawy)/2;
    if (t[sr]<sz)
        lewy = sr+1;
    else
        prawy = sr-1;
}
if (lewy<MAX and t[lewy]==sz) cout<<lewy;
else cout<<"not found";
```

Sortowanie

- **Sortowaniem** nazywamy *proces ustawiania zbioru obiektów w określonym porządku*.
- Szerokie zastosowanie algorytmów sortowania:
 - możliwość pokazania wielości algorytmów rozwiązujących ten sam problem,
 - konieczność dokonywania analizy algorytmów,
 - pokazują, że warto szukać nowych algorytmów,
 - zależność wyboru algorytmów od struktury przetwarzania danych (metody sortowania wewnętrzne i zewnętrzne).

4

Sortowanie cd.

- Sortowanie polega na przestawianiu obiektów, aż do chwili osiągnięcia ich uporządkowania takiego, że dla danej funkcji porządkującej f :
$$f(a_1) \leq f(a_2) \leq \dots \leq f(a_n)$$

(wartość tej funkcji nazywa się **kluczem**)
- Metodę sortowania nazywamy **stabilną**, jeżeli podczas procesu sortowania pozostaje **nie zmieniony** względny porządek obiektów o identycznych kluczach.

5

Klasyfikacja metod

- Według rodzaju struktury:
 - sortowanie tablicy,
 - sortowanie listy, łańcucha,
 - sortowanie pliku.
- Według miejsca sortowania:
 - wewnętrzne,
 - zewnętrzne.
- Według podziału algorytmu na etapy:
 - bezpośrednie (jeden etap - obiekty ulegają przestawieniom),
 - pośrednie - dwa etapy:
 - etap logiczny - informacja jak przestawiać obiekty, można wykonać kilka etapów logicznych,
 - etap fizyczny - nie zawsze konieczny.

6

Klasyfikacja metod cd.

- Według wykorzystania pamięci:
 - metody intensywne (in situ),
 - metody ekstensywne (dodatkowa pamięć - metody szybsze).
- Według efektywności (podział umowny):
 - metody proste $O(n^2)$,
 - metody szybkie $O(n \log n)$,
 - metody liniowe $O(n)$.
- Według stabilności (rzadko istotna):
 - stabilne,
 - niestabilne.

7

Sortowania proste I

Przez proste wstawianie:

- dzielimy ciąg na wynikowy i źródłowy; w każdym kroku, począwszy od $i=2$, przenosimy i -ty element ciągu źródłowego do ciągu wynikowego, wstawiając go w odpowiednim miejscu,
- zachowanie naturalne, algorytm stabilny, działa w miejscu,
- próba poprawy przez wstawianie połówkowe:
 - liczba porównań nie zależy od ustawienia początkowego elem.
 - zmienia się tylko liczba porównań, a nie PRZESUNIĘĆ

8

Sortowania proste I cd.

```
int a[MAX]; // sortowane elementy 1..n

void proste_wstawianie(int a[], int n) {
    int i, j;
    int x;

    for (i=2; i<=n; i++) {
        x = a[i];    a[0] = x; {metoda wartownika}
        j = i-1;
        while (x < a[j]) {
            a[j+1] = a[j];
            j = j-1;
        }
        a[j+1] = x;
    }
}
```

9

Sortowania proste I cd.

```
int t[MAX]; // sortowane elementy 1..n

void proste_wstawianie2(int a[], int n) {
    int i, j, lewy, prawy, m;
    int x;

    for (i=2; i<=n; i++) {
        x = a[i];
        lewy=1; prawy=i-1; {wstawianie połówkowe}
        while (lewy <= prawy) {
            m = (lewy+prawy)/2;
            if (x < a[m]) prawy=m-1;
            else lewy=m+1;
        }
        for (j=i-1; j>=lewy; j--) a[j+1]=a[j];
        a[lewy]=x;
    }
}
```

10

Sortowania proste II

Przez proste wybieranie:

- podział też na dwa ciągi; wybieramy element najmniejszy z ciągu źródłowego i wymieniamy go z pierwszym elementem tegoż ciągu źródłowego, aż pozostanie w nim jeden, największy element,
- lepszy od prostego wstawiania (mniejsza liczba przestawień), gorzej dla elementów posortowanych, niestabilna, działa w miejscu, zalecane dla $n \leq 50$.

11

Sortowania proste II cd.

```
int a[MAX]; // sortowane elementy 0..n

void proste_wybieranie(int a[], int n) {
    int i, j, k;

    for (i=0; i<n; i++) {
        k=i; {wybieranie minimum}
        for (j=i+1; j<n; j++)
            if (a[j]<a[k]) k=j;
        swap(a[k], a[i]);
    }
}
```

12

Sortowania proste III

Przez prostą zamianę (bąbelkowe):

- algorytm polega na porównywaniu i ewentualnej zamianie par sąsiadujących ze sobą elementów dopóty, dopóki wszystkie elementy zostaną posortowane.

Ulepszenia tej metody:

- zapamiętanie, czy dokonano zmiany,
- zapamiętanie pozycji ostatniej,
- zamiana kierunku przejść (sortowanie mieszane) - asymetria ciężkiego i lekkiego końca: korzyści tylko w przypadku prawie posortowanych ciągów elementów, czyli rzadko \Rightarrow nie stosuje się.

13

Sortowania proste III cd.

```
int a[MAX]; // sortowane elementy 0..n

void proste_babelkowe(int a[], int n) {
    int i, j;
    int x;

    for (i=1; i<=n; i++)
        for (j=n; j>=i; j--)
            if (a[j-1]>a[j])
                swap(a[j-1], a[j]);
}
```

14

Sortowania szybkie

Sortowanie grzebieniowe Combsort:

- pochodzi z roku 1991,
- oparta na metodzie bąbelkowej,
- współczynnik 1.3 wyznaczono doświadczalnie,
- złożoność $O(n \cdot \log(n))$,
- statystyka gorsza niż Quicksort (1.5 - 2 razy), ale algorytm prosty (bez rekurencji).

15

Sortowania szybkie cd.

Warianty sortowania Comsort:

- podstawowy - za rozpiętość przyjmij długość tablicy, podziel rozpiętość przez 1.3, odrzuć część ułamkową, będzie to pierwsza rozpiętość badanych par obiektów, badaj wszystkie pary o tej rozpiętości, jeżeli naruszają monotoniczność, to przestaw; wykonuj w pętli (rozpiętość podziel znów przez 1.3); kontynuując do rozpiętości 1 przejdiesz na metodę bąbelkową; kontynuuj do uzyskania monotoniczności.
- Combsort 11 - rozpiętość 9 i 10 zastępujemy 11.

16

Sortowania szybkie cd.

```
int a[MAX]; // sortowane elementy 0..n

void Combsort(int a[], int n) {
    int top, gap, i, j;
    int x;
    bool swapped=true;

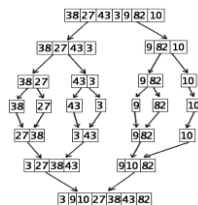
    gap=n;
    while (gap>1 || swapped) {
        gap=max(int(gap/1.3), 1);
        top=n-gap;
        swapped=false;
        for (i=0; i<=top; i++) {
            j=i+gap;
            if (a[i]>a[j]) {
                swap(a[i], a[j]);
                swapped=true;
            }
        }
    }
}
```

17

Sortowanie przez scalanie

Przez scalanie:

1. Podziel ciąg danych na dwie równe części
2. Zastosuj sortowanie przez scalanie dla każdej z nich oddzielnie, chyba że pozostał już tylko jeden element;
3. Połącz posortowane podciągi w jeden.



18

Sortowanie przez scalanie

```
void merge (int tablica[ ], int start, int srodek, int koniec)
{
    int *tab_pom = new int[(koniec-start)]; // tablica pomocnicza
    int i = start, j = srodek+1, k = 0; // zmienne pomocnicze

    while (i <= srodek && j <= koniec) {
        if (tablica[j] < tablica[i]) { tab_pom[k] = tablica[j]; j++; }
        else { tab_pom[k] = tablica[i]; i++; }
        k++;
    }

    while (i <= srodek) { tab_pom[k] = tablica[i]; i++; k++; }
    while (j <= koniec) { tab_pom[k] = tablica[j]; j++; k++; }

    for (i = 0; i <= koniec-start; i++) tablica[start+i] = tab_pom[i];
}
```

19

Sortowanie przez scalanie

```
void merge_sort (int tablica[ ], int start, int koniec)
{
    int srodek;

    if (start != koniec)
    {
        srodek = (start + koniec)/2;
        merge_sort (tablica, start, srodek);
        merge_sort (tablica, srodek+1, koniec);
        merge (tablica, start, srodek, koniec);
    }
}
```

Liczba operacji podczas sortowania tablicy N elementowej jest proporcjonalna do $N \cdot \log(N)$

20

Sortowanie porównanie czasów

Rozmiar tablicy	Bubble sort	Merge sort
10^3	4,9 ms	0.22 ms
10^4	446 ms	2.44 ms
10^5	44.6 s	29.38 ms
10^6	74 min	340.4 ms
10^7	123 h	4 s

21

Wykład 10

- Struktury liniowe o zmiennym podłożu
 - Stos, kolejka
 - Implementacje struktur
- Zastosowania stosu
 - Derekursywacja funkcji
 - Obliczanie wartości wyrażenia

Struktury liniowe o zmiennym podłożu

- Są to struktury **nie posiadające adresacji (!)**.
- Dostęp do poszczególnych elementów struktury jest organizowany poprzez **wyróżnienia**.
- Do tych struktur należą:
 - stos,
 - kolejka,
 - talia (dostęp do elementów z obu stron),
 - lista jednokierunkowa i dwukierunkowa.

2

Stos

- Wyróżnienia: wierzchołek stosu.
- Operacje proste (4 operacje):
 - inicjalizacja stosu – `init(s)`,
 - testowanie czy pusty – `empty(s)`,
 - dołączanie elementu na wierzchołek – `push(s, e)`,
 - pobieranie elementu z wierzchołka – `pop(s)`.
- Uwagi:
 - struktura pracuje jednym końcem,
 - określana jest jako struktura LIFO (Last In First Out).
- Zastosowanie:
 - przeglądanie grafu,
 - obliczanie wartości wyrażenia,
 - usuwanie rekurencji z programu.

3

Kolejka

- Wyróżnienia: początek kolejki, koniec kolejki.
- Operacje proste (4 operacje):
 - inicjalizacja kolejki – `init(k)`,
 - testowanie czy pusty – `empty(k)`,
 - dołączanie elementu na koniec – `put(k, e)`,
 - pobieranie elementu z początku – `get(k)`.
- Uwagi:
 - struktura pracuje oboma końcami,
 - określana jest jako struktura FIFO (First In First Out).
- Zastosowanie:
 - przeglądanie grafu,
 - kolejka zadań o jednakowym priorytecie.

4

Implementacja struktur

- Tablicowa
 - Zalety: szybkość, prosta implementacja
 - Wady: ograniczenia pamięciowe
- Wskaźnikowa
- Mieszana

5

Sortowania przez podział

Sortowanie przez podział – Quicksort

- wybieramy element dzielący, względem którego dzielimy tablicę na elementy mniejsze i większe, wymieniając elementy położone daleko od siebie, operację powtarzamy dla obu części tablicy, aż do podziału na części o długości 1.
- wersja rekurencyjna i nierekurencyjna,

6

Sortowania przez podział

```
int a[MAX];

void qs(int l, int p) {
    int i, j, x, tmp;

    i=l; j=p;
    x=a[(l+p)/2];
    while (i<=j) {
        while (a[i] < x) do i++;
        while (a[j] > x) do j--;
        if (i<=j) {
            tmp=a[j]; a[j]=a[i]; a[i]=tmp;
            i++; j--;
        }
    }

    if (l < j) qs(l, j);
    if (i < p) qs(i, p);
}
```

7

Sortowania przez podział

```
void qs() {
    int i, j, x, tmp;

    init(st);
    push(st, l); push(st, p);
    while (!empty(st)) {
        p=pop(st); l=pop(st);

        i=l; j=p;
        x=a[(l+p)/2];
        while (i<=j) {
            while (a[i] < x) do i++;
            while (a[j] > x) do j--;
            if (i<=j) {
                tmp=a[j]; a[j]=a[i]; a[i]=tmp;
                i++; j--;
            }
        }

        if (l < j) { push(st, l); push(st, j); }
        if (i < p) { push(st, i); push(st, p); }
    }
}
```

8

Postać wyrażenia

Elementy wyrażenia:

Zmienne: x, y, z, ...
Stałe: 12, -5, ...
Operatory dwuargumentowe: ^ * / + - (priorytet i łączność)
Minus unarny: -
Nawiasy: ()
Funkcje: sin(x), cos(x), ...

Postać wyrostkowa, infiksowa:

(x+y) - (z*3)

Postać przedrostkowa, prefiksowa, notacja Łukasiewicza:

-(+(x,y), *(z,3))

Postać przyrostkowa, postfiksowa (Reverse Polish Notation, RPN):

x y + z 3 * -

Obliczanie wyrażeń

```
procedure onp(w)
    while w != 2(=("", tab(bal('')), pos(-1)))

    w ? every p:=bal('+ -')
    if \p then return onp(w[1:p])||onp(w[p+1:0])||w[p]

    w ? every p:=bal('* /')
    if \p then return onp(w[1:p])||onp(w[p+1:0])||w[p]

    w ? p:=bal('^')
    if \p then return onp(w[1:p])||onp(w[p+1:0])||w[p]

    return(w)
end
```

Obliczanie wyrażeń

```
procedure value(w)
    st:=[]
    every el:=lw do
        if any('+ - * / ^', el) then push(st, a:=pop(st) & el(pop(st), a))
        else push(st, variable(el))
    return pop(st)
end

global x, y, z

procedure main()
    x:=2
    y:=3
    z:=5
    while write(value(onp(read()))))
end
```

Obliczanie wyrażeń

```
mag@wierzba:/home/glk/mag$ ./wyr
x+y
5
x*(y+z)
16
x^y^x
512
x^(y+z)/x
128
```

Zadania

1. Dana jest funkcja określona rekurencyjnie:

$$f(0,b)=b+1$$

$$f(a,0)=f(a-1,1) \quad a>0$$

$$f(a,b)=f(a-1,f(a,b-1)) \quad a>0, b>0$$

Proszę napisać funkcję w wersji rekurencyjnej oraz iteracyjnej.

2. Dana jest tablica `int t[MAX]` zawierająca nieuporządkowane liczby naturalne. Proszę zmodyfikować funkcję `qs`, tak aby szybko wyznaczyć sumę k najmniejszych wartości z tablicy. Przykładowe dane to `MAX=1000000` i `k=50`.

3. Napisać w języku C++ program wyliczający wartości wyrażeni.

Wykład 11

- Reprezentacja liczb w maszynie cyfrowej
- Liczby stałoprzecinkowe
- Liczby zmiennoprzecinkowe
- Dokładność obliczeń

Pozycyjny system liczenia

$$1999 = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$$

$$1010_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

$$127_{(8)} = 1 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0$$

$$1.7 = 1 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1}$$

$$0.11_{(2)} = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 0.75$$

Arytmetyka liczb w maszynie

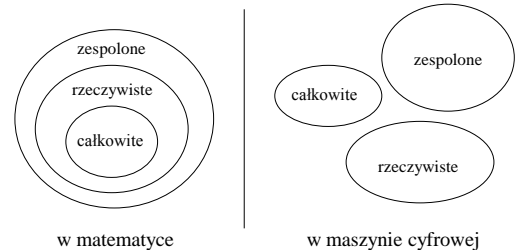
- różna od arytmetyki używanej przez ludzi
 - system dwójkowy
 - skończona i ustalona precyzja
- własności liczb o skończonej precyzji (zakresie) są inne
- zbiór liczb o skończonej precyzji (zakresie) nie jest zamknięty na żadne działanie
- nie działa prawo łączności

$$a+(b+c) \neq (a+b)+c$$
- nie działa prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania

$$a*(b+c) \neq a*b + a*c$$

Rodzaje liczb

- liczby całkowite
- liczby rzeczywiste
- liczby zespolone



Reprezentacja liczb stałoprzecinkowych

- znak modułu
- kod uzupełnień do jedności U1
- kod uzupełnień do dwóch U2

przykład: typ 8-bitowy, 1 bit na znak, zakres liczb: -128..127

liczba	znak-moduł	U1	U2
6	0 0000110	0 0000110	0 0000110
-6	1 0000110	1 1111001	1 1111001
			+1
			1 1111010

Działania na liczbach kodu U2

Przykład: typ 8-bitowy, 1 bit na znak, zakres liczb: -128..127

6		0 0000110	6		0 0000110
+7		0 0000111	-7		1 1111001
13		0 0001101	-1		1 1111111

64		0 1000000	-65		1 0111111
-64		1 1000000	-65		1 0111111
0		0 0000000	-130		0 1111110

↑ **NADMIAR!**

Liczby całkowite

Turbo Pascal

typ	zakres	rozmiar
shortint	-128..127	1
integer	-32768..32767	2
longint	-2147483648..214748647	4
byte	0..255	1
word	0..65535	2

Java

typ	zakres	rozmiar
byte	-128..127	1
short	-32768..32767	2
int	-2147483648..214748647	4
long	-2 ⁶³ ..2 ⁶³ -1	8

Liczby zmiennoprzecinkowe

Cel: Oddzielenie zakresu od dokładności

Sposób zapisu:

- w matematyce

$$l = m \cdot 10^c$$

- w maszynie cyfrowej

$$l = m \cdot 2^c$$

l - liczba

m - mantysa

c - cecha

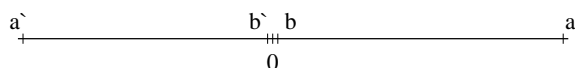
1/3

Liczby zmiennoprzecinkowe

Przykład 1. System dziesiętny

mantysa - 3 cyfry + znak (0.000 - 0.999)
cecha - 2 cyfry + znak (-99 - 99)

dodatnia wartość maksymalna (a): $0.999 \cdot 10^{99}$
ujemna wartość minimalna (a'): $-0.999 \cdot 10^{99}$
 dodatnia wartość minimalna (b): $0.001 \cdot 10^{-99}$
ujemna wartość maksymalna (b'): $-0.001 \cdot 10^{-99}$



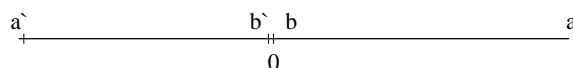
2/3

Liczby zmiennoprzecinkowe

Przykład 1. System binarny (typ 4 bajtowy Single)

mantysa - 23 bity + 1bit na znak
cecha - 8 bitów

dodatnia wartość maksymalna (a): $0.111...1 \cdot 2^{01111111}$
ujemna wartość minimalna (a'): $1.111...1 \cdot 2^{01111111}$
 dodatnia wartość minimalna (b): $0.000...1 \cdot 2^{10000000}$
ujemna wartość maksymalna (b'): $1.000...1 \cdot 2^{10000000}$



3/3

Liczby rzeczywiste

Turbo Pascal

typ	zakres	dokładność	rozmiar
real	2.9E-39 .. 1.7E38	11-12	6
single	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8	4
double	5.0E-324 .. 1.7E308	15-16	8
extended	3.4E-4932 .. 1.1E4932	19-20	10
comp	-9.2E18 .. 9.2E18	19-20	8

Java

typ	zakres	dokładność	rozmiar
float	1.5E-45 .. 3.4E38	7-8	4
double	5.0E-324 .. 1.7E308	15-16	8

Standard ANSI IEEE 754

Formaty stałoprzecinkowe dwójkowe:

- 16-bitowy (SHORT INTEGER)
- 32-bitowy (INTEGER)
- 64-bitowy (EXTENDED INTEGER)

Formaty zmiennoprzecinkowe:

- pojedynczej precyzji (SINGLE)
 $m=23+1, c=8$
- podwójnej precyzji (DOUBLE)
 $m=52+1, c=11$

1/2

Obliczenia iteracyjne

```

var
  p,q,r : T;
  i: integer;
begin
  r := 3.0;
  p := 0.01;
  for i:=1 to 50 do
  begin
    q := p+r*p*(1-p);
    writeln(q);
    p := q;
  end;
end.

```

iter	typ single	typ double	typ extended
1.	0.0369699971752904	0.0397000000000000	0.0397000000000000
2.	0.154071718454361	0.1540717300000000	0.1540717300000000
3.	0.545072615146637	0.545072626044421	0.545072626044421
4.	1.288977980613708	1.288978001188800	1.288978001188800
5.	0.171519219875336	0.171519142019716	0.171519142019716
6.	0.597820341587067	0.597820120107100	0.597820120107100
7.	0.1391138509393567	0.139113792413797	0.139113792413797
8.	0.056271348148584	0.056271577646256	0.056271577646256
9.	0.215585991740227	0.215586839232630	0.215586839232630
10.	0.722912013530731	0.722914301179571	0.722914301179571
11.	1.323842763900757	1.323841944168441	1.323841944168441
12.	0.037692066282033	0.037695297254730	0.037695297254730
13.	0.146506190209988	0.146518382713553	0.146518382713550
14.	0.521632552146912	0.521670621435226	0.521670621435216
15.	1.270228624343872	1.270261773935059	1.270261773935051
...
13.	1.234706044197082	0.616380848687958	0.616385837799877
44.	0.365327119827217	1.325747342866396	1.325748480787399
45.	0.060916781425476	0.030171320123249	0.030165367768645
46.	0.867033898830044	0.117954345819061	0.117931622883677
47.	1.212892293930415	0.430077729813901	0.430002868352197
48.	0.438246011734009	1.165410358209967	1.165304101435091
49.	1.176805377006531	0.5870925723770616	0.587154459276028
50.	0.552608847618103	1.314339587829697	1.314491071714711

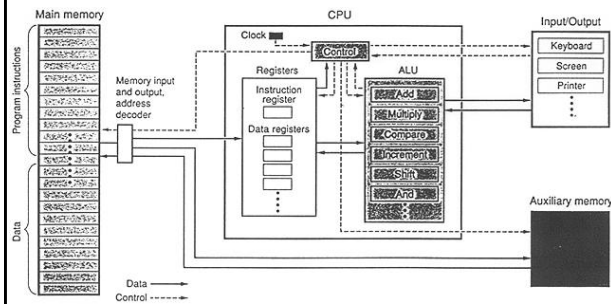
[illegible]

iter	$p^{+}r^{+}p^{+}(p-1)$	$(1+r)^{-}p^{-}r^{+}p^{+}p$
1.	0.03970000000000000	0.03970000000000000
2.	0.15407173000000000	0.15407173000000000
3.	0.5450726260044421	0.5450726260044421
4.	1.2889780011188800	1.2889780011188800
5.	0.171519142109176	0.171519142109176
...
50.	1.314491071714711	1.314491283524415
51.	0.0743039540570574	0.074303130712665
52.	0.280625832804020	0.280649571149552
53.	0.886312715615762	0.886305938423724
54.	1.188601728764878	1.188609142394941
55.	0.516089578619389	0.516061608915265
56.	1.265312954999400	1.265287683072333
57.	0.258201197792656	0.2582191969485672
...
92.	1.137929025629373	1.109698139224346
93.	0.667067004048049	0.744502676303456
94.	1.333328848439945	1.315158000144798
95.	0.000001939572845	0.071710304545957
96.	0.000007582800940	0.271411414844753
97.	0.000031032939806	0.864569594168129
98.	0.000124128870905	0.271927935311535
99.	0.004964692564543	0.428925273284713
100.	0.001985137580646	1.163766571518542

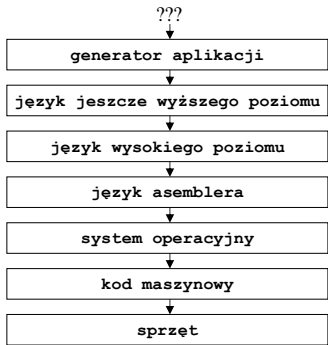
	$w = \frac{\sqrt{1+u} - \sqrt{1-u}}{u}$	$w = \frac{2}{\sqrt{1+u} + \sqrt{1-u}}$
typ real		
0.100000000	1.00125550119628	1.000125550119628
0.010000000	1.00001250054629	1.00001250054629
0.001000000	1.00000012500095	1.00000012500095
0.000100000	1.00000000124965	1.00000000124965
0.000010000	1.00000000001273	1.00000000001273
0.000001000	1.000000000000000	1.000000000000000
0.000000100	1.000000000000000	1.000000000000000
0.000000010	0.99999999999909	1.000000000000000
0.000000001	0.99999999999608	1.000000000000000
typ double		
0.100000000	1.00125550119637	1.000125550119638
0.010000000	1.00001250054690	1.00001250054691
0.001000000	1.00000012500005	1.00000012500005
0.000100000	1.00000000125000	1.00000000125000
0.000010000	1.00000000001250	1.00000000001250
0.000001000	1.000000000000018	1.000000000000013
0.000000100	1.000000000000000	1.000000000000000
0.000000010	0.99999999999864	1.000000000000000
0.000000001	0.999999999996103	1.000000000000000

	$w = \frac{\sqrt{1+u} - \sqrt{1-u}}{u}$	$w = \frac{2}{\sqrt{1+u} + \sqrt{1-u}}$
typ extended		
0.100000000	1.00125550119638	1.00125550119638
0.010000000	1.00001250054691	1.00001250054691
0.001000000	1.00000012500005	1.00000012500005
0.000100000	1.000000000125000	1.000000000125000
0.000010000	1.000000000001250	1.000000000001250
0.000001000	1.000000000000011	1.000000000000011
0.000000100	1.000000000000000	1.000000000000000
0.000000010	0.99999999999864	1.000000000000000
0.000000001	0.999999999996103	1.000000000000000
wartości dokładne		
0.100000000	1.0012555011963774739178545035012203835940531588	
0.010000000	1.000012500546907228744667027475161353735783325	
0.001000000	1.0000001250000546875322265843200843737012168507	
0.000100000	1.00000000012500000054687500322265627182006851955	
0.000010000	1.0000000000012500000000546875000322265625021820	
0.000001000	1.0000000000000001250000000000546875000000322265625	
0.000000100	1.0000000000000000125000000000005468750000000322	
0.000000010	1.000000000000000000012500000000000054687500000000	
0.000000001	1.00000000000000000000012500000000000000000546875000	

Architektura prostego komputera



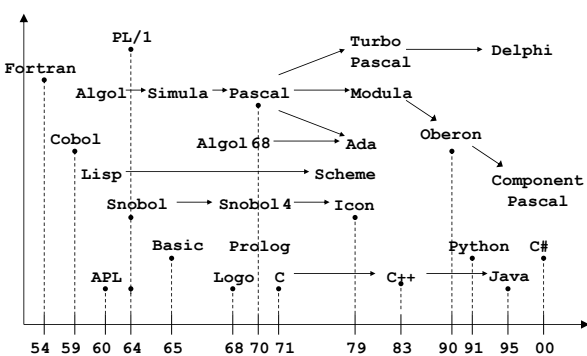
Maszyna wielopoziomowa



Poziom języka programowania

Język Pascal	Język assemblera	Kod maszynowy
<pre>while i<>j do if i>j then i:=i-j else j:=j-i;</pre>	<pre>LOOP LOAD I SUB J JZERO EXIT JNEG SUBI STORE I JUMP LOOP SUBI LOAD J SUB I STORE J JUMP LOOP EXIT</pre>	<pre>A000 10 B0 00 A003 12 B0 02 A006 24 10 1E A009 25 A0 12 A00C 11 B0 00 A00F 23 A0 00 A012 10 B0 02 A015 12 B0 00 1018 11 B0 02 101B 23 A0 00 101E : : B000 } zmienne B003 B006 :</pre>
	<pre>LOAD 10 STORE 11 SUB 12 JUMP 23 JZERO 24 JNEG 25</pre>	

Historia języków programowania



Popularność języków programowania

Position Nov 2013	Position Nov 2012	Delta in Position	Programming Language	Rating Nov 2013	Delta Nov 2012	Status
1	1	==	C	18.155%	-1.87%	A
2	2	==	Java	18.521%	-0.93%	A
3	3	==	Objective-C	8.408%	-0.88%	A
4	4	==	C++	8.369%	-1.33%	A
5	6	↑	C#	6.624%	+0.43%	A
6	5	↓	PHP	5.378%	-0.35%	A
7	7	==	(Microsoft) Basic	4.396%	-0.84%	A
8	8	==	Python	3.110%	-0.95%	A
9	23	↑↑↑↑↑↑↑	Transact-SQL	2.521%	+2.85%	A
10	11	↑	JavaScript	2.050%	+0.77%	A
11	15	↑↑↑	Visual Basic .NET	1.969%	+1.20%	A
12	9	↓↑↑	Perl	1.521%	-0.66%	A
13	10	↓	Ruby	1.303%	-0.44%	A
14	14	==	Pascal	0.715%	-0.17%	A
15	13	↓	Lisp	0.705%	-0.25%	A
16	19	↑↑↑	MatLAB	0.656%	+0.04%	B
17	12	↓↑↑↑	Delphi/Object Pascal	0.649%	-0.35%	A
18	17	↓	PL/SQL	0.605%	-0.03%	A
19	24	↑↑↑↑	COBOL	0.585%	+0.11%	B
20	20	==	Assembly	0.532%	-0.05%	B

www.tiobe.com/tpci.htm

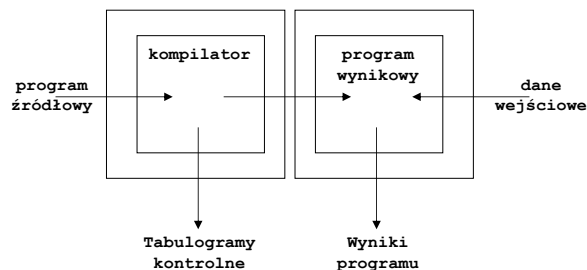
Evolution of imperative programming

Decade	Programming technology	Key advance
1940s	machine codes	programmable machines
1950s	assembly languages	symbols
1960s	high-level languages	expressions and machine-independence
1970s	structured programming	structured types and control structures
1980s	modular programming	separation of interface from implementation
1990s	object-oriented programming	polymorphism
2000s	component-oriented Programming	dynamic and safe composition
2010s	Service Oriented Architecture	loosely coupled units

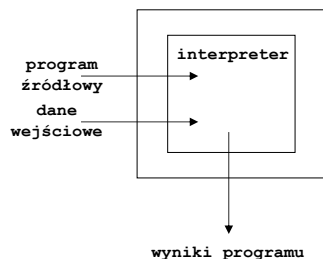
Programy wspomagające programowanie

- asembler
- kompilator
- translator
- kompilator przechodni (cross compiler)
- linker
- debugger
- profiler
- visual interface builder

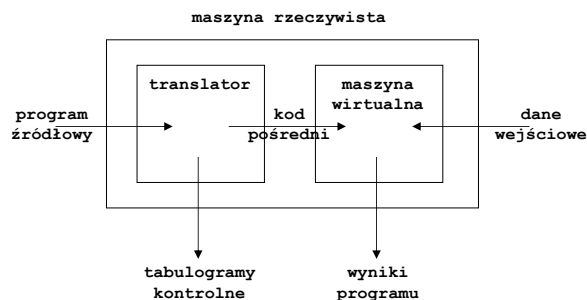
Kompilacja i wykonanie programu



Interpretacja programu



Translacja do kodu pośredniego



Efektywność języków programowania

Na podstawie : <http://shootout.alioth.debian.org/>

Programy testowe (benchmark)

binary-trees	nsieve
chameneos	nsieve-bits
cheap-concurrency	partial-sums
fannkuch	pidigits
fasta	recursive
k-nucleotide	regex-dna
mandelbrot	reverse-complement
meteor-contest	spectral-norm
n-body	startup
	sum-file

Efektywność języków programowania

1.0 C gcc	1.22	9.4 Smalltalk VisualWorks	11.41
1.0 C++ g++	1.24	10 Erlang HiPE	12.19
1.2 D Digital Mars	1.41	11 Lua	13.99
1.2 Pascal Free Pascal	1.42	14 Scheme MzScheme	16.71
1.2 Clean	1.47	15 Pike	18.53
1.4 Oberon-2 OO2C	1.74	17 Python	21.29
1.5 Java 6 -server	1.87	18 Mozart/Oz	22.33
1.6 OCaml	1.92	21 Perl	25.03
1.6 Ada 95 GNAT	1.97	23 PHP	27.65
1.6 Eiffel SmartEiffel	1.98	25 Icon	31.00
1.7 SML MLton	2.05	40 Tcl	48.29
1.7 Lisp SBCL	2.07	44 JavaScript SpiderMonkey	53.93
1.8 BASIC FreeBASIC	2.22	52 Ruby	63.41
1.9 CAL	2.32	64 Prolog SWI	77.64
1.9 Scala	2.36		
1.9 Haskell GHC	2.38		
2.2 Nice	2.66		
2.4 C# Mono	2.94		
3.1 Forth bigForth	3.74		
3.1 Fortran G95	3.81		

Języki programowania ogólnego zastosowania

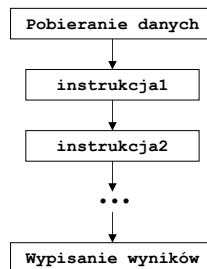
- języki imperatywne (instrukcyjne)
- języki aplikatywne (funkcyjne)
- języki deklaratywne (logiczne)

Problem:

Trójka Pitagorejska to 3 liczby naturalne spełniające równanie $a^2+b^2=c^2$.

Znaleźć wszystkie trójki, w których c nie przekracza ustalonego N.

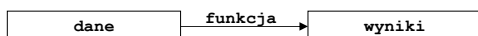
Język imperatywny (instrukcyjny)



```

Program TrojkiPitagorejskie;
const
  max=10;
var
  a,b,c:integer;
begin
  for c:=1 to max do
    for b:=1 to c-1 do
      begin
        a:=trunc(sqrt(c*c-b*b));
        if a*a+b*b=c*c then
          writeln(a,b,c);
        end;
      end;
    end;
  end.
  
```

Język aplikatywny (funkcyjny)



```

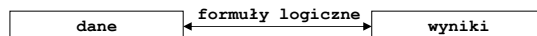
TrojkiPitagorejskie (M)=[], M=1
TrojkiPitagorejskie (M)=T (M,M-1) ++TrojkiPitagorejskie (M-1)

T (c,b)=[], b=1
T (c,b)=[ (a,b,c) ] ++T (c,b-1), a=trunc (a) where a=sqrt (c*c-b*b)
T (b,c)=T (c,b-1)

Trojki Pitagorejskie (10)

[ (6,8,10) , (8,6,10) , (3,4,5) , (4,3,5) ]
  
```

Język deklaratywny (logiczny)



```

TrojkiPitagorejskie (A,B,C,M)
if Nat(1,C,M) and Nat(1,B,M) and Nat(1,A,M) and A*A+B*B=C*C

Nat (K,X,L)
if K<=L and X=K or K<=L and K1=K+1 and Nat(K1,X,L) .

TrojkiPitagorejskie (A,B,C,10)

A=3, B=4, C=5
A=4, B=3, C=5
A=6, B=8, C=10
A=8, B=6, C=10
  
```

Kategorie języków - popularność

Category	Ratings Dec 2012	Delta Dec 2011
Object-Oriented Languages	58.5%	+2.1%
Procedural Languages	36.9%	-0.2%
Functional Languages	3.2%	-1.3%
Logical Languages	1.4%	-0.6%

Category	Ratings Dec 2012	Delta Dec 2011
Statically Typed Languages	71.4%	+0.4%
Dynamically Typed Languages	28.6%	-0.4%

System operacyjny

System operacyjny jest to zbiór procedur (programów) przekształcający maszynę rzeczywistą w wirtualną.

System operacyjny jest to zorganizowany zespół programów, które pełnią rolę pośredniczącą między sprzętem, a użytkownikami, dostarczają użytkownikom zestawu środków ułatwiających projektowanie, kodowanie, uruchamianie i eksploatację programów oraz w tym samym czasie sterują przydziałem zasobów dla zapewnienia efektywnego działania.

System operacyjny

Podstawowa funkcja systemu operacyjnego to zarządzanie zasobami.

Zasób systemu:

sprzęt lub program, który może być przydzielany systemowi operacyjnemu lub programowi użytkowemu.

Zasoby sprzętowe:

- czas procesora (-ów)
- pamięć operacyjna
- urządzenia we/wy
- inne komputery

Zasoby programowe:

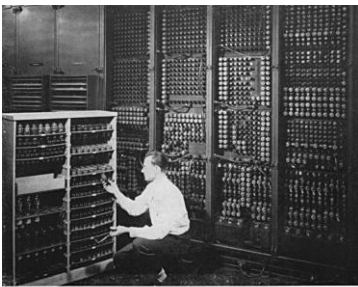
- funkcje systemowe dostarczane programowi użytkownika
- określone obszary pamięci - bufor
- pamięć zewnętrzna
- katalogi i pliki
- translatory, kompilatory

Kategorie systemów operacyjnych

Tryby pracy:

- systemy do przetwarzania wsadowego (off-line, batch)
- systemy z podziałem czasu (on-line)
- system dla działania w czasie rzeczywistym (real-time)

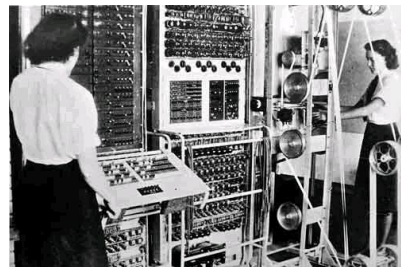
Pierwsze komputery



Replacing a bad tube meant checking among ENIAC's 19,000 possibilities.

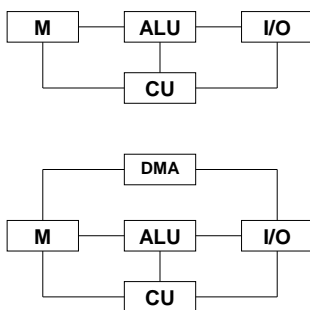
ENIAC komputer skonstruowany w latach 1943-45

Pierwsze komputery



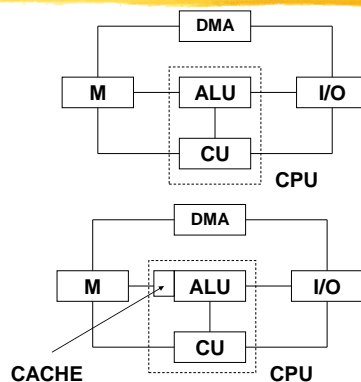
COLOSSUS - został zbudowany w 1941 r. w brytyjskim ośrodku kryptograficznym Bletchley Park.

Architektura von Neumanna



1/2

Architektura von Neumanna



2/2

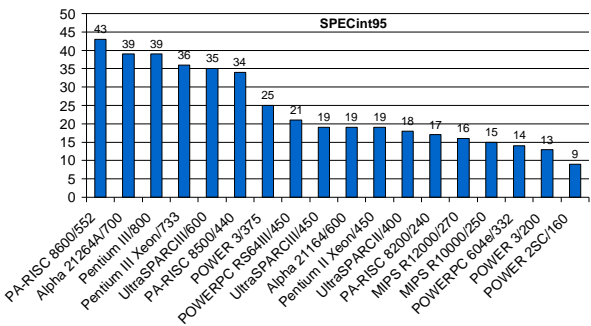
Miara wydajności - MIPS

Komputer	Liczba procesorów	MIPS
DEC VAX 11/780 (rok 1978)	1	1
IBM S/390 G5/RX6	10	901
HP V2500 (440MHz)	24	1550
SUN E10000 (400MHz)	64	3000

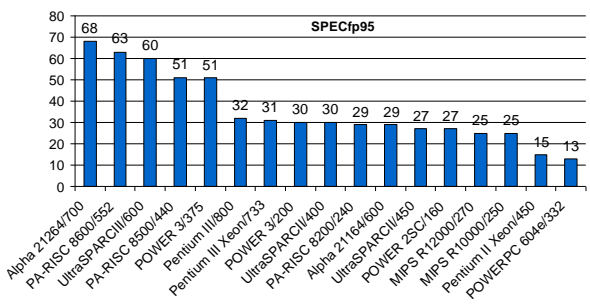
Miara wydajności - MFlops

Komputer	DP Mflop/s	Rpeak Mflop/s
Cray T9xx (32 proc 2.2 ns)	-	57600
Cray T9xx (8 proc 2.2 ns)	-	14400
Cray T9xx (1 proc 2.2 ns)	705	1800
HP N4000 (8 proc. 440 MHz)	-	14080
HP N4000 (1 proc. 440 MHz)	375	1760
SUN HPC 450 (4 proc. 400 MHz)	-	3200
SUN H PC 450 (1 proc. 400 MHz)	183	800
PC PII Xeon 450 MHz	98	450

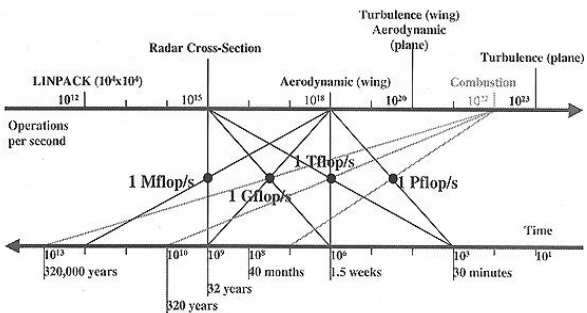
Stałoprzecinkowa wydajność procesora



Zmiennoprzecinkowa wydajność procesora



The need for computer power



TOP 10 Sites for June 2013

For more information about the sites and systems in the list, click on the links or view the [complete list](#).

Rank	Site	System	Cores	Rmax (TFlop/s)	Rpeak (TFlop/s)	Power (kW)
1	National University of Defense Technology China	Tianhe-2 (MistyWay-2) - TH-MB-FEP Cluster, Intel Xeon E5-2692 12C 2.00GHz, TH Express-2, Intel Xeon Phi 31S1P NUDT	3,120,000	33,862.7	54,902.4	17,808
2	DOE/SC/Oak Ridge National Laboratory United States	Titan - Cray XE7, Opteron 6274 16C 2.00GHz, Cray Gemini interconnect, NVIDIA K20x Cray Inc.	560,640	17,590.0	27,112.5	8,209
3	DOE/ARNSALLNL United States	Sequoia - BlueGene/Q, Power BGC 16C 1.60 GHz, Custom	1,572,864	17,173.2	20,132.7	7,890
4	Riken Advanced Institute for Computational Science (AICS) Japan	K computer, SPARC64 V8fx 2.0GHz, Tofu interconnect Fujitsu	705,024	10,510.0	11,280.4	12,660
5	DOE/SC/Argonne National Laboratory United States	Mira - BlueGene/Q, Power BGC 16C 1.80GHz, Custom interconnect IBM	786,432	8,596.6	10,066.3	3,945
6	Texas Advanced Computing Center/Univ. of Texas United States	Stampede - PowerEdge C820, Xeon E5-2680 8C 2.70GHz, Infiniband FDR, Intel Xeon Phi SE10P Dell	462,462	5,168.1	8,520.1	4,510
7	Forschungszentrum Juelich (FZJ) Germany	JUQUEEN - BlueGene/Q, Power BGC 16C 1.60GHz, Custom interconnect IBM	458,752	5,008.9	5,872.0	2,301
8	DOE/ARNSALLNL United States	Vulcan - BlueGene/Q, Power BGC 16C 1.60GHz, Custom interconnect IBM	393,216	4,293.3	5,033.2	1,972

Tianhe-2



TITAN computer



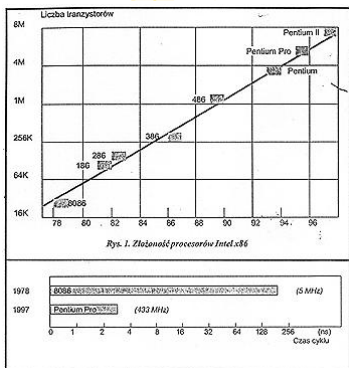
K computer



Ważniejsze wydarzenia z historii komputerów

1945	• John von Neumann: "The First Draft of a Report on the EDVAC"
1946	ENIAC Pierwsza elektroniczna maszyna cyfrowa (18 tysięcy lamp, 1500 przełączników)
1951	UNIVAC I Pierwszy komputer komercyjny (48 sprzedanych egzemplarzy)
1952	IAS Realizacja EDVAC'a (J. von Neumann, Princeton)
1960	PDP-1 Pierwszy minikomputer (DEC, 50 egzemplarzy)
1964	IBM S/360 Pierwsza rodzina komputerów; pojęcie "architektury"
1965	PDP-8 Początek ery minikomputerów (DEC, 50 tys. Egzemplarzy)
1971	Intel 4004 Pierwszy mikroprocesor (4-bitowy)
1974	Intel 8080 Pierwszy "CPU on a chip"; protoplasta "8-bitowców": Z80, 8085
1974	CRAY-1 "Superkomputer" (pierwszy produkt Cray Research, maksymalna szybkość 150 M flops)
1977	Intel 8048 Pierwszy "computer on a chip"; nowsza wersja (stosowana do dziś): 8051
1978	VAX Pierwszy "superminikomputer" (DEC, 32-bitowy)
1981	IBM PC Początek ery "pecetów" (procesor Intel 8088, system operacyjny MS DOS)
1981	Dataflow Pierwszy działający komputer "dataflow" (Univ. of Manchester)
1982	RISC I Nowa koncepcja architektury (Berkeley); również procesor MIPS (Stanford); IBM ujawnia swoje wcześniejsze prace nad modelem IBM 801
1996	• 71 mln PC sprzedanych na świecie • 16 mln komputerów w Internecie

Szybkość procesorów Intel x86

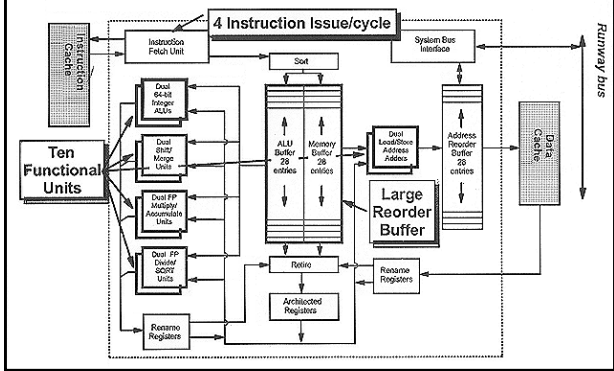


Porównanie mikroprocesorów

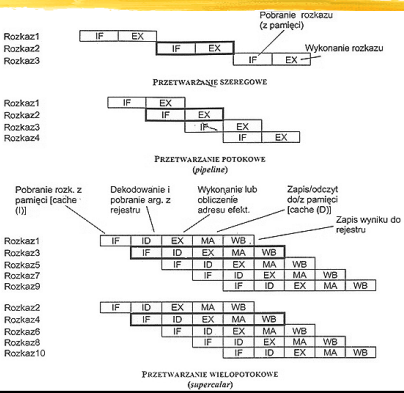
Procesor (producent)	Rozmiarowytyki	Cache I, D (KB)	Liczba wypro-wadzeń	Zegar (MHz)	SPECint95	SPECfp95	Liczba tranzystorów (mln)
21164 Alpha (DEC)	4	16+96	499	500	15,4	21,1	9,3
PowerPC 604e (IBM/Motorola)	4	32	255	225	9,0	7,5	5,1
Pentium Pro (Intel)	3	16 + (256)	387	200	8,2	6,7	5,5
Pentium II (Intel)	?	32 + (512)	242	300	11,7	8,15	7,5
x704 (Exponential Technology)	3	4+32	?	533	15,0	?	?
PA-8000 (Hewlett-Packard)	4	(1 do 4K)	1085	180	11,8	20,2	3,9
R10000 (MIPS)	4	64	527	275	12,0	24,0	5,9
UltraSPARC II (Sun)	4	32	521	250	8,5	15	3,8
4004 (Intel) - 1971	-	-	16	0,75			0,0023

Wybrane mikroprocesory dostępne w 1997 r.

PA-8000 - Block Diagram



Sposoby przetwarzania strumienia rozkazów



Wykład 14

- Złożoność obliczeniowa
- Notacja $O()$
- Przykłady problemów
- Problemy nierozwiązywalne

Złożoność obliczeniowa algorytmu

Definiuje się ją jako:

- ilość zasobów komputerowych potrzebnych do jego wykonania (czas procesora, wielkość pamięci).

Wyróżnia się:

- złożoność pesymistyczną (ilość zasobów potrzebnych przy „najgorszych” danych wejściowych o rozmiarze n),
- złożoność oczekiwaną (ilość zasobów potrzebnych przy „typowych” danych wejściowych o rozmiarze n),

Funkcja złożoności obliczeniowej

Funkcja złożoności obliczeniowej algorytmu rozwiązującego dany problem to funkcja przyporządkowująca każdej wartości rozmiaru konkretnego problemu maksymalną liczbę kroków elementarnych (lub jednostek czasu) komputera potrzebnych do rozwiązania za pomocą tego algorytmu konkretnego problemu o tym rozmiarze.

Rząd złożoności obliczeniowej

Funkcja $f(k)$ jest rzędu $g(k)$, co zapisujemy $O(g(k))$, jeżeli istnieje taka stała c , że $f(k) \leq c \cdot g(k)$ dla prawie wszystkich wartości k .

Przykłady:

$O(\log N)$	logarytmiczna
$O(N)$	liniowa
$O(N \cdot \log N)$	liniowo-logarytmiczna
$O(N^2)$	kwadratowa (wielomianowa)
$O(2^N)$	wykładnicza
$O(N!)$	silnia

Problem stałej:

$$f_1(N) = 10 \cdot N$$

$$f_2(N) = 1000 \cdot \log N$$

Złożoność czasowa algorytmu

Algorytm wielomianowy (o złożoności czasowej wielomianowej) to taki, którego złożoność jest $O(p(n))$, gdzie $p(n)$ jest wielomianem, a n jest rozmiarem problemu.

Algorytm wykładniczy (o złożoności czasowej wykładniczej) to taki, który nie jest wielomianowy.

Złożoność czasowa a czas wykonania

Rozmiar problemu Funkcja złożoności n	10	20	30	40	50
n	$10 \cdot 10^{-6}$ sekundy	$20 \cdot 10^{-6}$ sekundy	$30 \cdot 10^{-6}$ sekundy	$40 \cdot 10^{-6}$ sekundy	$50 \cdot 10^{-6}$ sekundy
$n \log_2 n$	$33,2 \cdot 10^{-6}$ sekundy	$86,4 \cdot 10^{-6}$ sekundy	$147,2 \cdot 10^{-6}$ sekundy	$212,9 \cdot 10^{-6}$ sekundy	$282,5 \cdot 10^{-6}$ sekundy
n^2	$0,1 \cdot 10^{-3}$ sekundy	$0,4 \cdot 10^{-3}$ sekundy	$0,9 \cdot 10^{-3}$ sekundy	$1,6 \cdot 10^{-3}$ sekundy	$2,5 \cdot 10^{-3}$ sekundy
n^3	$1 \cdot 10^{-3}$ sekundy	$8 \cdot 10^{-3}$ sekundy	$27 \cdot 10^{-3}$ sekundy	$64 \cdot 10^{-3}$ sekundy	$125 \cdot 10^{-3}$ sekundy
2^n	0,001 sekundy	1 sekunda	17,9 minuty	12,7 dnia	35,7 lat
3^n	0,059 sekundy	58,1 minuty	6,53 roku	3 855 wieków	$2,3 \cdot 10^8$ wieków
10^n	2,8 godziny	31710 wieków	$3,17 \cdot 10^{14}$ wieków	$3,17 \cdot 10^{24}$ wieków	$3,17 \cdot 10^{34}$ wieków

Złożoność algorytmów

Problem wyszukiwania elementu w tablicy

- Wyszukiwanie liniowe $O(N)$
- Wyszukiwanie binarne $O(\log N)$

N	liniowy	binarny
10	10	4
10^3	10^3	10
10^6	10^6	20

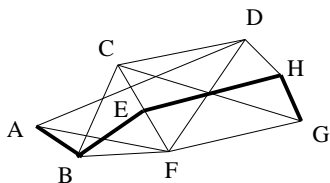
Złożoność algorytmów

Problem sortowania tablicy

- Metody proste $O(N^2)$
- Metody szybkie $O(N \cdot \log N)$

N	proste	szybkie
10	100	33
10^6	10^{12}	$2 \cdot 10^7$

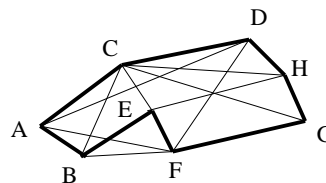
Problem najkrótszej drogi



Rozwiązanie: droga ABEHG

Znane algorytmy $O(N^2)$

Problem komiwojażera



Rozwiązanie: droga ABCDHGFEB

Prosty algorytm $O(N!)$

Znany algorytm $O(2^N)$

Problem tautologii

Czy jest tautologią wyrażenie $\sim(a \& b) \rightarrow (a | b)$

a	b	$\sim(a \& b) \rightarrow (a b)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Dana jest funkcja N zmiennych logicznych:

$$f(A_1, A_2, \dots, A_n) \rightarrow \{\text{true}, \text{false}\}$$

Czy zawsze przyjmuje ona wartość true?

W ogólnym przypadku należy sprawdzić wszystkie możliwości czyli złożoność problemu wynosi $O(2^N)$

Funkcja Ackermana-Hermesa

$$f(0, b) = b + 1$$

$$f(a, 0) = f(a - 1, 1)$$

$$f(a, b) = f(a - 1, f(a, b - 1)) \quad a > 0, b > 0$$

Ile wynosi $f(5, 5)$?

Funkcja Ackermana-Hermesa

$f(a,b)=b+1$ dla $a=0$
 $f(a,b)=f(a-1,1)$ dla $b=0$
 $f(a,b)=f(a-1,f(a,b-1))$ dla $a>0$ i $b>0$

Wartości funkcji:

$f(0,b)=b+1$
 $f(1,b)=b+2$
 $f(2,b)=2*b+3$
 $f(3,b)=2^{b+3}-3$

$f(4,b)=2^{2^{b+3}-3}$

$F(5,5)=2^{2^{2^{2^{2^{16}}}}}-3$

Problem stopu

```
read(x)
while x>0 do
  x:=x-1
```

```
read(x)
while x<>0 do
begin
  ...
  if x=0 then x:=1
end.
```

```
read(x)
while x<>1 do
begin
  if odd(x) then x:=3*x+1
  else x:=x div 2
end
```

Problem stopu

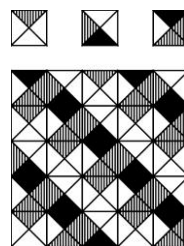
```
Function Q(R:procedure; X:data):boolean;

Procedure S(W:procedure);
begin
  b:=Q(W,W);
  if b then repeat until false
  else halt;
end;
```

Pytanie:

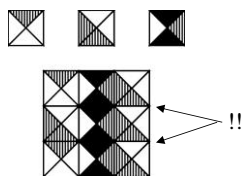
Czy wywołanie procedury S(S) się zakończy?

Problem domina



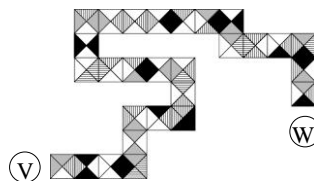
Rodzaje kafelków, którymi można pokryć każdy obszar

Problem domina



Rodzaje kafelków, którymi nie można pokryć nawet małych obszarów

Problem domina - wąż



Wąż domino łączący punkty V i W

Zadanie

Liczb pierwszych jest nieskończenie wiele. Tylko siedem z nich spełnia warunek:

$$\text{sum_p}(N)=N$$

gdzie:

$\text{sum_p}(N)$ to suma p-tych potęg cyfr p-cyfrowej liczby N
np. $\text{sum_p}(2012)=16+0+1+16=33$

Należy napisać program odnajdujący wszystkie takie liczby.

Dwa problemy:

Liczby Armstronga
Liczby pierwsze

Liczby Armstronga

Liczba Armstronga:

n-cyfrowa liczba naturalna która jest sumą swoich cyfr podniesionych do potęgi n.

Fakty:

Ilość liczb Armstronga jest skończona.

Dla liczby n-cyfrowej:

$$\text{max_suma} = n \cdot 9^n$$

$$\text{min_liczba} = 10^{n-1}$$

$$\text{dla } n=3 \quad n \cdot 9^n > 10^{n-1}$$

$$\text{dla } n=100 \quad n \cdot 9^n < 10^{n-1}$$

Rozwiązanie równania $n \cdot 9^n = 10^{n-1}$ daje $n=60.8478$

Wniosek:

Nie istnieją liczby Armstronga większe niż 60 cyfrowe

Liczby pierwsze

Fakty:

Liczb pierwszych jest nieskończenie wiele. (Euklides)
Liczb pierwszych mniejszych od N jest około $N/\ln(N)$.
Wśród liczb 100 cyfrowych jedna na 300 jest pierwsza.

Sprawdzić czy duża liczba jest pierwsza jest łatwo!
Rozłożyć dużą liczbę na czynniki jest bardzo trudno!

Najszybszy znany algorytm wymaga czasu:
 $T = \exp(\sqrt{\ln(n)} \cdot (\ln(\ln(n))))$

Dla $n \approx 10^{200}$ czas wynosi $T \approx 10^{23}$ kroków
Jeżeli 1 krok = 1 mikrosekunda to czas wynosi 3 mld lat.

21

Potęga liczby

oblicza $a^z \bmod n$

```
procedure fastexp(a,z,n)
x:=1
while z<=0 do {
  while z%2=0 do {
    z:=z/2
    a:=(a*a)%n
  }
  z:=z-1
  x:=(x*a)%n
}
return x
end
```

22

Test pierwszości liczby

test Millera-Rabina, prawdopodobieństwo błędu $(1/2)^n$

```
procedure Miller(p,n)
if p<2 then return 0
if p%2 & p%2=0 then return 0

s:=p-1;
while s%2=0 do s:=s/2

every i:=1 to n do {
  a:=random(p-1)+1
  temp:=s
  mod:=fastexp(a,temp,p)
  while temp<=p-1 & mod<=1 & mod<=p-1 do {
    mod:=(mod*mod)%p
    temp:=2;
  }
  if mod<=p-1 & temp%2=0 then return 0
}
return 1
end
```

23

Liczby pierwsze Mersenne'a (2014 r.)

1. 2^2-1	...	32. $2^{756839}-1$
2. 2^3-1		33. $2^{859433}-1$
3. 2^5-1		34. $2^{1257787}-1$
4. 2^7-1		35. $2^{1398269}-1$
5. $2^{13}-1$		36. $2^{2976221}-1$
6. $2^{17}-1$		37. $2^{3021377}-1$
7. $2^{19}-1$		38. $2^{6972593}-1$
8. $2^{31}-1$		39. $2^{13466917}-1$
9. $2^{61}-1$		40. $2^{20996011}-1$
10. $2^{89}-1$		41. $2^{24036583}-1$
11. $2^{107}-1$		42. $2^{25964951}-1$
12. $2^{127}-1$		43. $2^{30402457}-1$
13. $2^{521}-1$		44. $2^{32582657}-1$
14. $2^{607}-1$		45. $2^{37156667}-1$
15. $2^{1279}-1$		46. $2^{42643801}-1$
16. $2^{2203}-1$		47. $2^{43112609}-1$
17. $2^{2281}-1$		48. $2^{57885161}-1$
...		

24