

蒙特卡罗算法精讲

史上最全数学建模综合教程（数学建模写作、算法、编程从入门、速成到进阶）

模型原理+Matlab/Python双语言代码演示

主讲人：江北

关注公众号：【数模加油站】，免费领取更多数模相关资料

目录 Contents

01

模型引出

02

模型原理

03

例题及代码讲解

关注公众号：【数模加油站】，免费领取更多数模相关资料



➤ 我们都知道，圆周率 π 是个无理数，那么有什么方法可以去算圆周率吗？

- 圆的面积 $=\pi \times r^2$ ，那如果我们能求得面积的值，自然也就能求得 π 的近似值
- 那么该怎么求圆的面积呢？

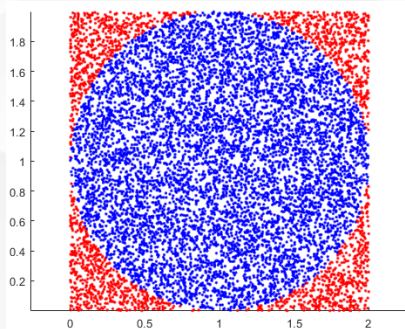
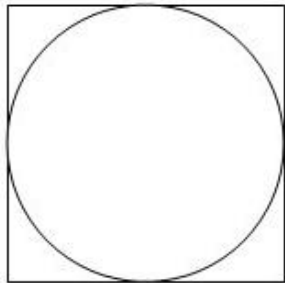
一个半径为1的圆，其外切正方形面积易知为4

若在正方形内随机撒大量的点，有些落在圆内，有些落在圆外

- 统计意义上：

$$\frac{\text{圆内点数}}{\text{总点数}} = \frac{\text{圆面积}}{\text{正方形面积}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\pi = 4 \times \frac{\text{圆内点数}}{\text{总点数}}$$

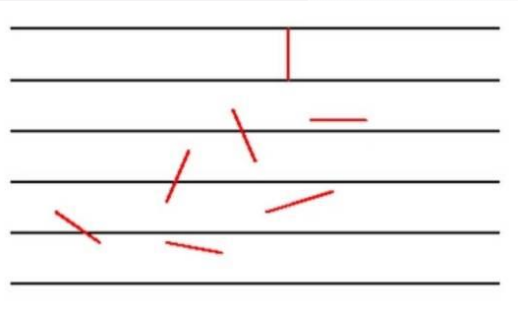


关注公众号：【数模加油站】，免费领取更多数模相关资料



➤ 蒙特卡罗法

提出：蒙特卡罗方法于20世纪40年代美国在第二次世界大战中研制原子弹的“曼哈顿计划”的成员S.M. 乌拉姆和J. 冯·诺依曼首先提出。数学家冯·诺依曼用驰名世界的都城—摩纳哥的Monte Carlo—来命名这种方法，为它蒙上了一层神秘色彩。在这之前，蒙特卡洛方法就已经存在。1777年，发过Buffon提出用投针试验的方法求圆周率，这被认为是蒙特卡罗方法的起源。



定义：蒙特卡罗法又称统计模拟法，是一种随机模拟方法，以**概率和统计理论方法为基础**的一种计算方法，是使用随机数（或更常见伪随机数）来解决很多计算问题的方法。将所求解的**问题同一定的概率模型**相联系，用电子计算机实现统计模拟或抽样，以获得问题的**近似解**。为象征性地表明这一方法的概率统计特征，故借用都城蒙特卡罗命名。

原理：由大数定理可知，当样本容量足够大时，事件的**发生频率即为其概率**。

• 注意：蒙特卡洛不是一种算法，准确的来说只是一种思想，或者是一种方法，只要**求解的问题与概率模型有关联**，我们就可以采用这种方法，从数学建模的角度来看，蒙特卡洛是没有通用的代码的，每个问题对应的代码都是不同的。

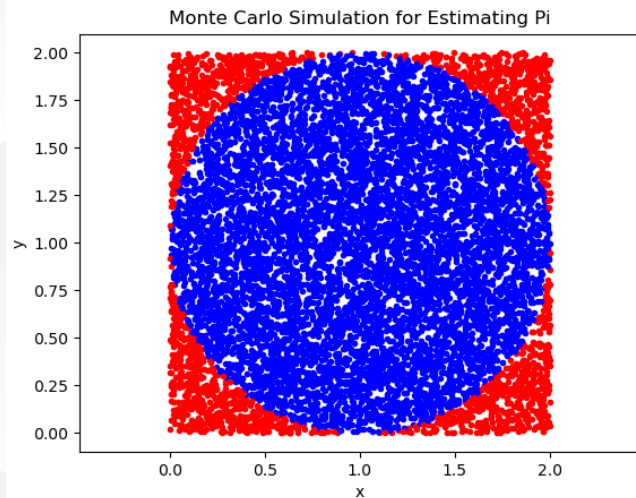
关注公众号：【数模加油站】，免费领取更多数模相关资料



➤ 圆周率问题

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# 参数初始化: 投放10000个点, 圆半径为1, 圆心坐标(1,1)
p = 10000 # 总共要投放的点数
r = 1 # 圆的半径
x0, y0 = 1, 1 # 圆心的坐标
n = 0 # 初始时还未投放点, 有0个点在圆内
# 设置绘图窗口
plt.figure()
plt.title('Monte Carlo Simulation for Estimating Pi')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
# 保持绘图窗口, 多次绘图
for i in range(p): # 对于要投放的总共p个点
    # np.random.rand() 函数产生在 (0, 1) 之间的随机数
    px = np.random.rand() * 2 # 随机生成该点的横坐标
    py = np.random.rand() * 2 # 随机生成该点的纵坐标

    # 判断点是否在圆内
    if (px - x0) ** 2 + (py - y0) ** 2 < r ** 2: # 横纵坐标的平方和小于半径, 则在圆内
        plt.plot(px, py, '.', color='b') # 圆内点用蓝色表示
        n += 1
    else:
        plt.plot(px, py, '.', color='r') # 圆外点用红色表示
plt.axis('equal') # 绘图时横纵坐标单位长度相同, 便于观察圆
plt.show()
# 计算π的估计值
s = (n / p) * 4 # 计算圆面积占正方形面积的比例
pi-estimate = s
print("Estimated value of π: ", pi-estimate)
```



```
D:\Anaconda\python.exe E:\Users\admin\
Estimated value of π: 3.1348
```

进程已结束, 退出代码为 0



➤ 三门问题

你参加一档电视节目，节目组提供了A、B、C三扇门，主持人告诉你，其中一扇门后边有辆汽车，其他两扇门后面是一头山羊，你可以选择一扇门打开获得门后的东西。

假如你选择了B们，这时，主持人打开了C门，让你看到C门后是只山羊，然后问你要不要**改选A门**？（你想要汽车）



- 一般人的直觉：

在三个门，参赛者选一个，主持人排除掉一个错误的，还剩一个。那么此时的命题变为：

- ✓ 条件：两个门里，一个是汽车，一个是山羊，任选一个。
- ✓ 问题：交换选择是否能提高胜率？
- ✓ 答案：不能，二选一的问题，选哪个门都是50%的胜率。

- 那真的是这样吗？我们可以用**蒙特卡洛方法**试一下。



➤ 三门问题代码

见SANMEN.py

欢迎关注数模加油站

THANKS

关注公众号：【数模加油站】，免费领取更多数模相关资料