

GX/GZOI2019 题解

MLEAutoMaton

2019 年 4 月 30 日

目录

1	与或和 andorsum	3
1.1	20pts	3
1.2	50pts	3
1.3	100pts	3
2	宝牌一大堆 doraippai	3
2.1	未知的部分分	3
2.2	100pts	3
2.2.1	七对子	3
2.2.2	国土无双	4
2.2.3	$3*4+2$	4
3	特技飞行 aerobatics	4
3.1	100pts	4
3.1.1	c 的贡献	4
3.1.2	a,b 的贡献	4
4	逼死强迫症 obsession	4
4.1	100pts	4
5	旅行者 tourist	5
5.1	100pts	5
6	旧词 poetry	5
6.1	20pts	5
6.2	100pts	5

1 与或和 andorsum

1.1 20pts

直接暴力枚举点然后暴力算就好了.

1.2 50pts

写一个 dp , 然后转移就行.

1.3 100pts

考虑二进制拆位, 那么现在对于每一位矩阵只可能是 0 或 1, 具有贡献的就是 1.

1. $\&$ 运算如果要是 1, 只能够全是 1.

2. $|$ 运算如果要是有一个 1, 那么就是 1.

发现这个 $|$ 不好算, 那么考虑它的逆命题:

- 如果全是 0, 那么就是 0.

发现这是一个相同的过程, 接下来就是求全 0/1 的过程了.

首先算每一个点能够向上扩展多少, 枚举 (i, j) 作为矩形的右下角, 对于前面的元素维护一个向上扩展的单调栈, 直接算贡献就好了.

emm, 注意以 (i, j) 为右下角的矩阵个数为 $i * j$.

2 宝牌一大堆 doraippai

2.1 未知的部分分

和牌的方案很小, 暴力枚举即可.

2.2 100pts

考虑如果将杠子看成刻子 +1, 那么就只有三种和牌的方式:

1. $3 * 4 + 2$

2. 七对子

3. 国士无双

下面用 val 表示对应的收益, chk 表示更新:

2.2.1 七对子

我们不妨设 $f_{i,j}$ 表示枚举完了前 i 种牌, 选出来了 j 个雀子的最大收益.

很容易转移:

$$f_{i+1,j} = \max(f_{i+1,j}, f_{i,j} * val)$$

然后答案就是 $f_{34,7}$

2.2.2 国土无双

发现只有给出的 13 种牌有用, 那么接着 dp !

设 $dp_{i,j}$ 表示前 i 种牌 (钦定的 13 种), 现在有 j 张牌.

容易转移:

$$dp_{i+1,j+1} = dp_{i,j} * val$$

$$dp_{i+1,j+2} = dp_{i,j} * val$$

2.2.3 3*4+2

如果做过麻将那么你就会做出来这道题!

设 $f_{i,j,k,a,b}$ 表示枚举了前 i 种牌, 钦定以 $i-1$ 开头的顺子有 j 个, 以 i 开头的顺子有 k 个, 已经组成了 a 个面子, b 表示有无雀子.

然后一顿乱转移就是了.

为什么没有杠子呢?

因为选杠子一定不优啊!

3 特技飞行 aerobatics

3.1 100pts

强行二合一海星...

3.1.1 c 的贡献

直接曼哈顿距离转切比雪夫距离然后扫描线就好了.

3.1.2 a,b 的贡献

考虑显然可以全用 ‘对向交换’ 达成目标, 那么现在问题转换成了: 如何使用最多的 ‘擦肩而过’ 满足条件.

每次的 ‘对向交换’ 在最终的排列 p 上的作用体现即为交换了某两个元素的位置, 所以我们只需要用最小的交换次数将 p 还原成原排列即可.

4 逼死强迫症 obsession

4.1 100pts

考虑设 f_i 表示当 N 为 i 的时候的答案, g_i 表示只用 12 的铺满 $2i$ 格子的方案数.

$$f_i = f_{i-1} + f_{i-2} + 2 * \sum_{j=1}^{i-3} g_j$$

然后我们又知道斐波那契数列的前缀和 $s_i = g_i + 2$, 直接矩阵快速幂就好了.

5 旅行者 tourist

5.1 100pts

考虑两个关键点对之间一定不会经过另一个关键点, 那么就跑两边 *dijkstra* 然后枚举边就行了.

6 旧词 poetry

6.1 20pts

暴力枚举点对就好了.

6.2 100pts

我们先想一下答案怎么转换 (如果 $k = 1$)?

把 y 到根节点的路径打上标记, 答案就是 $i \leq x$ 到根节点的路径的标记总数.

这个又可以变成:

$i \leq x$ 到根节点的路径打标记, 然后 y 到根节点的标记总数.

然后如果 $k! = 1$, 也可以差分就好了.