

MODÉLISATION DU PROBLÈME DE REPROGRAMMATION AVEC RETARDS ET ANNULATIONS

1. INTRODUCTION

Il arrive souvent qu'en raison de perturbations difficiles à prévoir à l'avance (conditions météorologiques défavorables, absences ou retards de personnels navigants, problèmes techniques sur un avion,...), les plannings de vols initialement conçus ne soient plus réalisables. Il est donc nécessaire de les modifier dans un délai assez bref (moins d'un jour) pour les rendre réalisables mais cela doit être fait en accordant une attention particulière aux coûts opérationnels (liés aux avions et aux équipages) ainsi qu'aux coûts commerciaux (liés à la satisfaction des passagers) engendrés. À ce jour, les modifications sont effectuées manuellement par des opérationnels et tiennent essentiellement compte des coûts opérationnels. L'objet de ce rapport est de proposer une modélisation mathématique du problème, appelé Disruption Management Problem, ainsi qu'une méthode de résolution.

Dans ce rapport, nous nous plaçons sur une journée avec des perturbations et on suppose qu'un certain nombre d'itinéraires d'avions ne sont pas réalisables. On cherche à construire un nouveau planning en retardant ou en supprimant les vols et en retardant éventuellement les maintenances. Lorsqu'un vol est supprimé, les passagers doivent être réaffecté sur un autre vol. On s'autorise en outre à échanger exceptionnellement les avions de deux vols (ce que l'on appelle parfois dans la suite un *swap*). On suppose que pour chaque vol, on dispose d'une fenêtre de temps sur laquelle le vol peut être lancé. L'horaire le plus tôt peut par exemple correspondre à l'horaire à partir duquel un slot est disponible. L'horaire le plus tard peut par exemple correspondre à minuit (paiement d'une amende pour les vols après minuit).

2. PRÉSENTATION DU DISRUPTION MANAGEMENT PROBLEM

2.1. Description du problème. On suppose que l'on dispose d'un ensemble de vols F caractérisés par un couple origine-destination¹, une durée de vol d_f^F et une plage horaire $[a_f, b_f]$ sur laquelle il est possible de lancer le vol. On connaît par ailleurs l'enchaînement des vols des avions, des équipages et des passagers ainsi que les plannings de maintenance des avions. Parmi les vols de F , certains vols sont des vols d'autres compagnies aériennes qui accueillent des passagers de vols de la compagnie aérienne dont nous prenons le point de vue. Nous notons F_p l'ensemble de ces vols dits partenaires. L'objectif est de déterminer quels vols supprimer et quels vols retarder de façon à obtenir un planning réalisable de coût minimum. Un vol f retardé implique qu'on lui affecte des nouveaux horaires de départ dt_f et d'arrivée at_f , ce qui peut à son tour impliquer d'affecter de nouveaux horaires dt_m aux maintenances (limités à une fenêtre de temps $[a_m, b_m]$). Un planning réalisable est un planning qui garantit que :

- (1) l'heure d'arrivée at_f correspond à l'heure de départ dt_f plus la durée du vol d_f^F ;

1. À noter que la plupart des trajets sont des allers-retours entre un *hub* et d'autres aéroports plus petits. Il est néanmoins possible que certains avions partent du *hub*, passent par deux aéroports différents, puis reviennent au *hub*. On désignera ces trajets spécifiques comme des trajets triangulaires.

- (2) entre deux vols f et g , les avions restent au sol pendant une durée minimum d_{fg}^S (nettoyage des cabines, ravitaillement en kérosène,...) entre at_f et dt_g ;
- (3) si entre deux vols f et g , un équipage doit changer d'avion (resp. se reposer), il doit disposer d'une durée minimum d_{fg}^E (resp. d_{fg}^R) entre at_f et dt_g ;
- (4) si des passagers ont une correspondance entre les vols f et g , ceux-ci doivent disposer d'un temps minimum d_{fg}^P entre at_f et dt_g pour se rendre d'un avion à l'autre ;
- (5) si un avion doit faire une maintenance m après un vol f , l'avion doit disposer de d_m^{Min} minutes après l'atterrissage pour se rendre à la maintenance avant l'heure de début de la maintenance dt_m ;
- (6) si une maintenance m est suivie d'un vol f , le vol f ne peut pas partir avant la fin de la maintenance donnée par $dt_m + d_m^{Mout}$;
- (7) pour certaines paires de vols (f, g) données (on supposera dans la suite que f est le dernier vol d'une rotation d'équipage² tandis que g est le premier), la durée séparant l'arrivée du vol f et le départ du vol g reste dans une limite raisonnable d_{fg}^L , ce qui permet d'éviter que les équipages dépassent le temps de travail maximal autorisé.

Toutes ces contraintes – à l'exception de la contrainte (5) – peuvent néanmoins être violées lors de suppressions de vol. Ainsi, si le vol f est supprimé, l'heure de départ dt_f et l'heure d'arrivée at_f sont fixés à 0. En outre, pour les contraintes de (2) à (7) (excepté pour la contrainte (5)), si le vol f ou le vol g est supprimé la contrainte n'a plus lieu d'être et peut donc être violée. Dans la mesure où une maintenance ne peut être annulée, le vol précédant la maintenance ne peut être supprimé car l'avion concerné par la maintenance doit être dans l'aéroport où la maintenance a lieu. D'où le fait que la contrainte (5) ne peut être violée. Notons également que l'on s'interdit de supprimer les vols F_p puisque ce sont des vols d'autres compagnies aériennes.

Une autre contrainte sur la suppression des vols est la suivante : lorsqu'un vol partant du *hub* est supprimé, le vol retour (voire les deux vols avant le retour au *hub* dans le cas d'un trajet triangulaire) sont supprimés. En outre, on ne peut supprimer le vol retour (ou le vol précédant le vol retour dans le cas d'un trajet triangulaire) et maintenir le vol aller. L'ensemble des couples de vols qui doivent être supprimés en même temps si l'un des deux vols est supprimé (soit un couple aller-retour soit un couple retour-retour dans le cas d'un trajet triangulaire) est noté FF .

Dans le cas où un vol f est supprimé, il convient de réaffecter tous les passagers du vol à des vols alternatifs qui sont soit des autres vols de F non supprimés soit des vols d'autres compagnies. On suppose que l'on dispose pour chaque vol f d'un ensemble de vols alternatifs $R(f)$ (éventuellement vide). La réaffectation doit bien évidemment se faire dans la limite de la capacité des vols CAP_f .

On s'autorise par ailleurs à violer les contraintes (4) et les contraintes (7) relatives aux équipages même si ni f ni g ne sont supprimés. Violier une contrainte (4) signifie que l'on fait rater une correspondance (et dans ce cas il faut réaffecter les passagers de (f, g) à condition

2. Une rotation d'équipage désigne l'ensemble des vols réalisés par un équipage

que f ne soit pas supprimé) et violer une contrainte (7) relative aux équipages signifie que l'on fait appel à un équipage de réserve.

Enfin, si l'on échange les avions de deux vols f et f' , il convient de permuter les contraintes du type (2) ou du type (6) (selon que les vols sont précédés par un vol ou une maintenance) entre f et f' . Ainsi, dans le cas où les deux vols sont précédés par des vols, si on note g le vol précédant f et g' le vol précédant f' , alors on doit contraindre l'horaire de départ du vol f à être supérieur à l'horaire d'arrivée de g' (et plus à celui de g) plus le temps au sol et l'horaire de départ du vol f' à être supérieur à l'horaire d'arrivée de g (et plus à celui de g') plus le temps au sol. Le cas où l'un des deux vols est précédé par une maintenance et l'autre par un vol et le cas où les deux vols sont précédés par une maintenance se traitent de manière analogue. Le cas où l'un des deux vols est précédé par un vol ou une maintenance et l'autre vol est le premier vol d'une rotation avion se traite simplement en ajoutant la contrainte de précédence du premier vol sur le deuxième vol et en enlevant la contrainte sur le premier vol. À noter également que les avions de deux vols f et f' peuvent être échangés si et seulement si (f, f') ou (f', f) appartient à SW , l'ensemble des échanges de vols possibles (donnée du problème), et si ni f , ni f' ne sont supprimés. On supposera que SW contient uniquement des paires de vols qui ne sont pas suivi par une maintenance. Bien évidemment, un avion ne peut pas être échangé avec deux autres avions en même temps.

Pour finir, remarquons que l'échange des avions entre deux vols peut également entraîner des modifications dans les rotations d'équipage de sorte que le dernier vol réalisé par un équipage ayant subi un échange n'est plus le même que celui initialement prévu. En effet, si l'on échange les avions de deux vols f et f' , que l'équipage du vol précédant f (disons l'équipage A) doit initialement assurer le vol f et que l'équipage du vol précédant f' (disons l'équipage B) doit initialement assurer le vol f' ³ alors l'équipage A va devoir assurer le vol f' ainsi que ceux qui suivent sur la rotation initiale de l'équipage B et idem pour l'équipage B. Pour tenir compte de cela, il convient de modifier la contrainte sur la durée de travail maximale. Ainsi, si la rotation d'un équipage a été modifiée, on modifie la contrainte (7) afin qu'elle corresponde à la nouvelle rotation : si le dernier vol d'un équipage c de C (ensemble des équipages) est f' (donné par le paramètre $Last(c)$) alors que c'était initialement f alors la durée de travail de c doit être mesurée non plus comme la différence entre l'horaire d'arrivée de f et l'horaire de départ du premier vol g de c (donné par $First(c)$) mais comme la différence entre l'horaire d'arrivée de f' et l'horaire de départ de g (le premier vol ne pouvant jamais être échangé). Dans le cas où on échange les avions de deux vols f et f' et qu'il y a un changement d'équipage sur l'un des vols – disons f – (mais pas sur les deux sinon il n'y a pas besoin de modifier les rotations équipages), il convient de faire en sorte que la contrainte relative au changement d'équipage porte non plus sur f mais sur f' . À noter que dans ce cas, les rotations des équipages sont également modifiées et les contraintes de type (7) doivent être modifiées comme expliqué précédemment. Afin de faire le lien entre les équipages et les vols, on suppose que l'on dispose d'un paramètre $Cr(f)$ qui donne l'équipage qui doit initialement réaliser un vol f donné ainsi que d'un paramètre $F(c)$ qui donne l'ensemble des vols

3. Ces deux conditions sur les équipages des vols échangés signifient simplement que les équipages ne changent pas d'avion avant l'échange des avions, ce qui veut dire qu'il n'y a pas de contrainte de type (3) sur les vols échangés.

effectués par un équipage c . Précisons pour terminer que l'on ne s'autorise bien évidemment pas à modifier la rotation d'un équipage plus d'une fois.

Fonction objectif :

La fonction objectif comporte sept contributions. La première correspond au coût de faire appel à un équipage de réserve c_{fg}^r .

La deuxième correspond au coût de retarder une maintenance. Ainsi, pour chaque maintenance m , on associe une fonction de coût linéaire avec le retard par rapport à l'horaire initial $dt_m - dt_m^{ini}$ de coefficient directeur c_m^M .

La troisième correspond au coût de supprimer un vol c_f^{del} .

La quatrième correspond au coût de réaffecter des passagers sur un vol de la même compagnie $c_{ff'}^{rsc}$.

La cinquième correspond au coût de réaffecter des passagers sur un vol d'une autre compagnie c_f^{roc} .

La sixième correspond au coût d'échanger les avions de deux vols $c_{ff'}^{swap}$.

La dernière correspond au coût de retarder un vol en terme d'insatisfaction des passagers. Pour chaque vol f , on associe une fonction de coût y_f qui mesure l'insatisfaction des passagers au cas par cas pour un vol f donné. Pour les passagers qui ne sont pas issus d'une correspondance, l'insatisfaction est mesurée comme le retard du vol f par rapport à son horaire initial dt_f^{ini} . Pour les autres passagers qui viennent d'un autre vol g , l'insatisfaction est mesurée comme l'attente entre l'heure à laquelle les passagers pourraient décoller ($at_g + d_{gf}^P$) et l'heure à laquelle le vol f part effectivement (dt_f). En revanche, lorsque $at_g + d_{gf}^P$ est inférieur à dt_f^{ini} , l'insatisfaction est mesurée comme le retard de f par rapport à son horaire initial (sinon on aurait un coût non nul même lorsque le vol f n'est pas en retard). Dans tous les cas, on pondère par le nombre de passagers dans la même «situation». L'équation de y_f est ainsi donnée par :

$$y_f = NP_f \max(dt_f - dt_f^{ini}, 0) + \sum_{g \in \mathcal{C}(f): at_g + d_{gf}^P \leq dt_f} NP_f^g (dt_f - \max(dt_f^{ini}, at_g + d_{gf}^P))$$

où

- NP_f est le nombre de passagers dans le vol f qui ne sont pas issus d'une correspondance.
- $\mathcal{C}(f)$ désigne l'ensemble des vols qui connectent avec f
- NP_f^g est le nombre de passagers qui ont une correspondance entre le vol g et le vol f

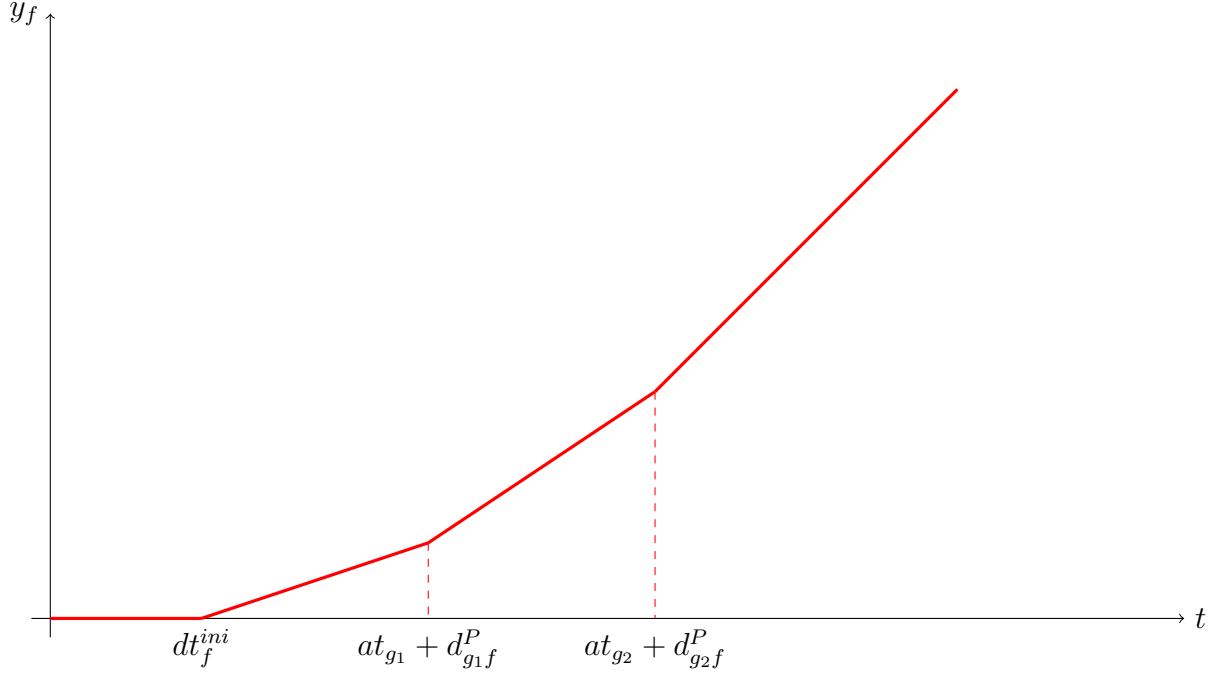


FIGURE 1. Exemple de fonction de coût «passager»

2.2. Formulation sous forme d'un graphe. Nous formulons le problème décrit ci-dessus sous la forme d'un graphe. Cette formulation est strictement équivalente à celle de la sous-section 2.1.

Les nœuds du graphe sont les aéroports de départ et d'arrivée des vols. On ajoute également des nœuds pour les maintenances. On note O l'ensemble des nœuds de départ, D l'ensemble des nœuds d'arrivée et M l'ensemble des nœuds de maintenance. Les arcs du graphes sont multiples (on note entre parenthèses le nom de l'ensemble des arcs correspondant) :

- un segment de vol (F) est représenté par un arc entre un nœud de départ et un nœud d'arrivée
- un service au sol (S), un transit de passager (P) ou d'équipage(E) ou un repos d'équipage(R) est représenté par un arc entre un nœud d'arrivée et un nœud de départ
- un avion se rendant à une maintenance (M^{in}) est représenté par un arc entre un nœud d'arrivée et un nœud de maintenance
- un avion en maintenance (M^{out}) est représenté par un arc entre un nœud de maintenance et un nœud de départ
- la contrainte sur la durée maximale séparant deux vols (L) est modélisée par un arc de retour entre un nœud d'arrivée et un nœud de départ. On notera L_{crew} les arcs de retour qui modélisent spécifiquement une contrainte sur la durée totale de travail des équipages ($L_{crew} \subseteq L$)

Les poids sur les arcs correspondent aux différentes durées d_{fg} . En d'autres termes, les nœuds correspondent à des tâches à effectuer et les arcs à des contraintes sur les tâches.

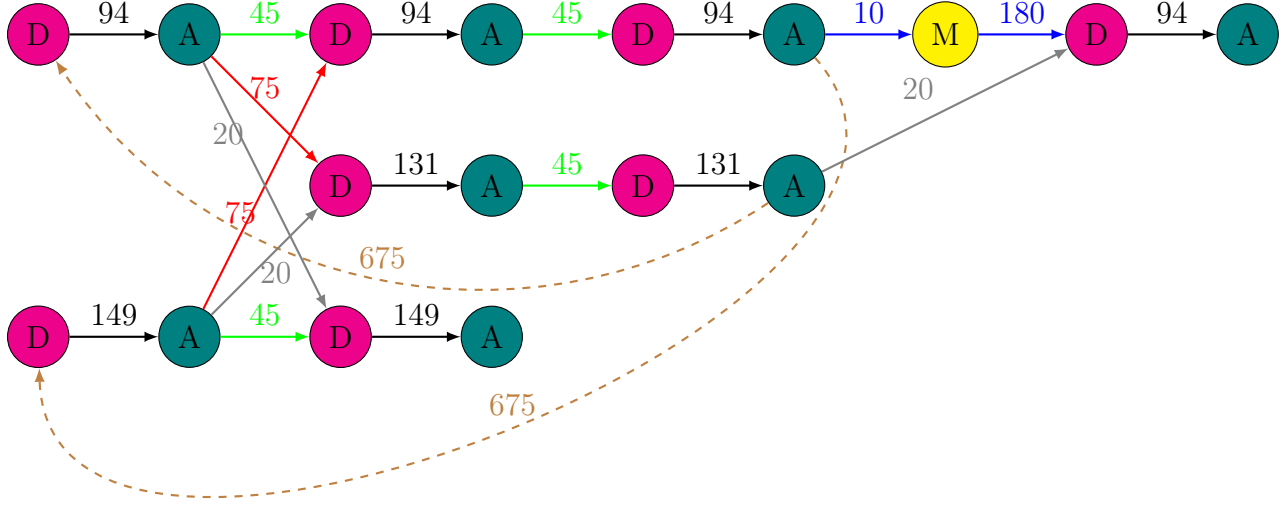


FIGURE 2. Exemple de graphe

3. MODÈLE

Avant de formuler le problème sous la forme d'un MIP, introduisons les variables, paramètres et notations utilisés.

3.1. Variables.

- dt_f, at_f : respectivement horaire de départ et d'arrivée du vol f
- γ_f : 1 si le vol f est supprimé et 0 sinon
- $x_{ff'}$: 1 si les avions des vols f et f' sont échangés et 0 sinon
- $\delta_{cc'}$: 1 si le dernier vol effectivement réalisé par l'équipage c est celui initialement prévu pour l'équipage c' et vice versa (i.e. les rotations d'équipages de c et c' sont modifiés en raison d'un *swap* d'avions) et 0 sinon
- dt_m : horaire de début de la maintenance m
- r_{fg} : 1 si le trajet de g à f nécessite de faire appel à un équipage de réserve et 0 sinon
- z_{fg} : 1 si la correspondance (f, g) est ratée et 0 sinon
- ct_f^g : maximum entre l'heure minimum à laquelle les passagers issus du vol g peuvent prendre le vol f et l'horaire de départ initial dt_f^{ini} du vol f
- κ_f^g : temps d'attente du vol f des passagers issus de la correspondance g (nul si la correspondance est ratée)
- y_f : coût du retard du vol f pour les passagers (voir section 2.1.)
- pr_f^g : nombre de passagers réaffecté du vol f vers le vol g
- nr_f : nombre de passagers du vol f réaffectés sur un vol d'une autre compagnie aérienne

3.2. Paramètres.

- c_m^M : coût d'une heure de retard au niveau d'une maintenance m
- c_{fg}' : coût de faire appel à un équipage de réserve entre g et f
- c_f^{del} : coût de suppression du vol f
- $c_{ff'}^{sc}$: coût de réaffectation sur le vol f' d'un passager issu du vol f
- c_f^{roc} : coût de réaffectation d'un passager sur un vol d'une autre compagnie
- $c_{ff'}^{swap}$: coût d'échanger les avions des vols f et f'
- d_f^F : durée du vol f
- K : constante «grande»
- SW : ensemble des échanges de vols possibles
- d_{fg}^S : durée minimale au sol d'un avion entre les vols f et g
- d_{fg}^E : durée minimale pour qu'un équipage passe de l'avion assurant le vol f à l'avion assurant le vol g
- d_{fg}^R : durée minimale de repos pour un équipage entre le vol f et le vol g
- d_{fm}^{Min} : durée minimale entre l'arrivée du vol f et le début de la maintenance m
- d_{mf}^{Mout} : durée de la maintenance m
- C : ensemble des équipages
- $F(c)$: ensemble des vols d'un équipage
- $Cr(f)$: équipage qui doit initialement réaliser le vol f
- $First(c)$: premier vol de l'équipage c dans le planning initial
- $Last(c)$: dernier vol de l'équipage c dans le planning initial
- d_{fg}^L : durée maximale entre g et f
- d_{fg}^P : durée minimale pour faire la correspondance entre f et g
- FF : ensemble des paires de vols qui doivent soit tous les deux maintenus soit tous les deux supprimés
- dt_f^{ini} : horaire de départ initialement prévu du vol f
- NP_f : nombre de passagers dans le vol f qui ne sont pas issus d'une correspondance
- NP_f^g : nombre de passagers dans le vol g qui connectent avec le vol f
- $R(f)$: ensemble des vols alternatifs au vol f
- CAP_f : capacité en passagers du vol f
- a_i : horaire le plus tôt possible pour le vol ou la maintenance i
- b_i : horaire le plus tard pour le vol ou la maintenance i

3.3. Notations.

- CSW : ensemble des échanges d'équipages possibles. Il est donné par $\{(Cr(f), Cr(f')) \mid (f, f') \in SW\}$. Précisons que si $(c, c') \in CSW$ alors $(c', c) \notin CSW$
- σ_g : vaut 1 si aucun arc de E n'arrive sur g et que g n'est pas le premier vol d'un équipage et 0 sinon
- $\theta_{gg'} = \sigma_g + \sigma_{g'} - \sigma_g \sigma_{g'}$: vaut 1 si aucun arc de E n'arrive ni sur g et g n'est pas le premier vol d'un équipage ou si on a les même conditions sur g' et 0 sinon
- $R^{-1}(f)$: ensemble des vols de F tels que f en est un vol alternatif
- $\mathcal{C}(f)$: ensemble des vols g qui connectent avec le vol f , i.e. tels que (g, f) est dans P

3.4. Contraintes.

3.4.1. *Contraintes de précédence.* Les contraintes de précédence correspondent aux contraintes modélisées par les arcs dans le graphe présenté en section 2.2. Elles lient les horaires de deux vols ou d'un vol et d'une maintenance. Dans certains cas (décrits en section 2.1.), ces contraintes peuvent être violées. Cela est systématiquement modélisé par la méthode du «big M».

$$at_f - dt_f = d_f^F(1 - \gamma_f) \quad \forall f \in F \quad (1)$$

$$dt_g - at_f \geq d_{fg}^S - K \left(\gamma_f + \gamma_g + \sum_{g':(g,g') \in SW} x_{gg'} + \sum_{g':(g',g) \in SW} x_{g'g} \right) \quad \forall (f, g) \in S \quad (2)$$

$$dt_g - at_f \geq d_{fg}^E - K \left(\gamma_f + \gamma_g + \sum_{g':(g,g') \in SW} \sigma_{g'} x_{gg'} + \sum_{g':(g',g) \in SW} \sigma_{g'} x_{g'g} \right) \quad \forall (f, g) \in E \quad (3)$$

$$dt_g - at_f \geq d_{fg}^R - K(\gamma_f + \gamma_g) \quad \forall (f, g) \in R \quad (4)$$

$$dt_g - at_f \geq d_{fg}^P - K z_{fg} \quad \forall (f, g) \in P \quad (5)$$

$$dt_m - at_f \geq d_{fm}^{Min} \quad \forall (f, m) \in M^{in} \quad (6)$$

$$dt_f - dt_m \geq d_{mf}^{M^{out}} - K \left(\gamma_f + \sum_{f':(f,f') \in SW} x_{ff'} + \sum_{f':(f',f) \in SW} x_{f'f} \right) \quad \forall (m, f) \in M^{out} \quad (7)$$

$$dt_g - at_f \geq -d_{fg}^L - K \left(\gamma_f + \gamma_g + \sum_{c' \in C: (c,c') \in CSW} \delta_{cc'} + \sum_{c' \in C: (c',c) \in CSW} \delta_{c'c} \right) \quad \forall (f, g) \in L \setminus L_{crew}, \quad (8)$$

$c = Cr(f)$

$$dt_g - at_f \geq -d_{fg}^L - K \left(r_{fg} + \gamma_f + \gamma_g + \sum_{c' \in C: (c,c') \in CSW} \delta_{cc'} + \sum_{c' \in C: (c',c) \in CSW} \delta_{c'c} \right) \quad \forall (f, g) \in L_{crew}, \quad (9)$$

$c = Cr(f)$

La contrainte (1) correspond au point (1) de la section 2.1. Dans le cas où le vol f est supprimé, elle garantit que l'heure de départ égale l'heure d'arrivée. La contrainte (2) correspond au point (2). Cette contrainte est violée lorsque l'un des vols est supprimé ou lorsque l'avion assurant le vol g est échangé avec celui d'un autre vol. La contrainte (3) correspond à la contrainte de changement d'avion du point (3). Elle est violée lorsque l'un des vols est supprimé ou lorsque l'avion assurant le vol g est échangé avec celui d'un autre vol g' tel que $\sigma_{g'} = 1$. La contrainte (4) correspond à la contrainte de repos du point (3) (violée si l'un des vols est supprimés). La contrainte (5) correspond au point (4) (violée si la correspondance est ratée). La contrainte (6) correspond au point (5). La contrainte (7) correspond au point (6) (violée si le vol suivant la maintenance est supprimé ou si l'avion devant assurer le vol est échangé avec l'avion d'un autre vol). Les contraintes (8) et (9) correspondent au point (7). La première est violée lorsque l'un des vols est supprimé ou lorsqu'il y a eu une modification dans la rotation de l'équipage associé à la contrainte. Il en va de même pour la deuxième sauf qu'elle peut aussi être violée en recourant à un équipage de réserve.

3.4.2. *Contraintes de suppression.* Les contraintes de suppression sont pour la plupart déjà contenues dans les contraintes de précédence ci-dessus. Les contraintes restantes font uniquement intervenir des variables binaires et plus les temps de départ et d'arrivée des vols.

La contrainte (10) garantit que z_{fg} est égal à 1 (c'est-à-dire que la correspondance est ratée) lorsque le vol f ou le vol g est supprimé. La contrainte (11) modélise le fait qu'un vol aller est supprimé si et seulement si le ou les vols retours sont supprimés. La contrainte (12) impose que le vol précédant une maintenance ne peut être supprimé. La contrainte (13) impose que les vols partenaires ne peuvent pas être supprimés.

$$2z_{fg} \geq \gamma_f + \gamma_g \quad \forall (f, g) \in P \quad (10)$$

$$\gamma_f = \gamma_g \quad \forall (f, g) \in FF \quad (11)$$

$$\gamma_f = 0 \quad \forall f \in F : (f, m) \in M^{in} \quad (12)$$

$$\gamma_f = 0 \quad \forall f \in F_p \quad (13)$$

3.4.3. Contraintes sur les swaps d'avions. Lorsque deux avions sont échangés, les contraintes de précédence relatives au temps au sol ou à une maintenance (selon que les vols sont précédés par un vol ou par une maintenance) sont permutées entre les vols. Dans les contraintes de précédence ci-dessus, nous avons uniquement modélisé le fait que les contraintes de précédence initiales étaient supprimées en cas de *swap* mais nous n'avons pas modélisé le fait que d'autres contraintes de précédence viennent les remplacer. C'est l'objet des contraintes (14) et (15) pour les temps au sol et des contraintes (16) et (17) pour les maintenances. On notera que l'on conserve les temps au sol initiaux dans les nouvelles contraintes. La contrainte (18) empêche d'échanger un avion d'un vol donné plusieurs fois et d'empêcher les échanges quand le vol est supprimé.

$$dt_{g'} - at_f \geq d_{fg}^S - K(1 - x_{gg'}) \quad \forall (f, g) \in S, \forall g' \in F : (g, g') \in SW \quad (14)$$

$$dt_{g'} - at_f \geq d_{fg}^S - K(1 - x_{g'g}) \quad \forall (f, g) \in S, \forall g' \in F : (g', g) \in SW \quad (15)$$

$$dt_{f'} - dt_m \geq d_{mf}^{M^{out}} - K(1 - x_{ff'}) \quad \forall (m, f) \in M^{out}, \forall f' \in F : (f, f') \in SW \quad (16)$$

$$dt_{f'} - dt_m \geq d_{mf}^{M^{out}} - K(1 - x_{f'f}) \quad \forall (m, f) \in M^{out}, \forall f' \in F : (f', f) \in SW \quad (17)$$

$$1 \geq \sum_{f':(f,f') \in SW} x_{ff'} + \sum_{f':(f',f) \in SW} x_{f'f} + \gamma_f \quad \forall f \in F \quad (18)$$

3.4.4. Contraintes sur les swaps d'équipages. À l'image des contraintes sur les *swaps* d'avions, nous avons, à ce stade, uniquement modélisé le fait que les contraintes de précédence sur la limitation de la durée de travail des équipages et celles sur le changement d'avions étaient supprimées en cas de *swaps d'avions*. Les contraintes (21) et (22) viennent ainsi remplacer les contraintes (8) et (9) et les contraintes (23) et (24) viennent remplacer la contrainte (3). La contrainte (19) permet de définir la variable $\delta_{cc'}$ qui indique si les rotations d'équipages de c et c' sont modifiés en raison d'un *swap* d'avions. La contrainte (20) empêche les modifications

multiples d'une rotation d'équipage.

$$\delta_{cc'} = \sum_{g \in F(c)} \left(\sum_{g' \in F(c') : (g, g') \in SW} \theta_{gg'} x_{gg'} + \sum_{g' \in F(c') : (g', g) \in SW} \theta_{g'g} x_{g'g} \right) \quad \forall (c, c') \in CSW \quad (19)$$

$$1 \geq \sum_{c' \in C : (c, c') \in CSW} \delta_{cc'} + \sum_{c' \in C : (c', c) \in CSW} \delta_{c'c} \quad \forall c \in C \quad (20)$$

$$dt_g - at_f \geq -d_{ff'}^L - K(1 - \delta_{cc'}) \quad \begin{array}{l} \forall (c, c') \in CSW, f = Last(c), \\ f' = First(c), g = First(c') \end{array} \quad (21)$$

$$dt_g - at_f \geq -d_{ff'}^L - K(1 - \delta_{cc'}) \quad \begin{array}{l} \forall (c, c') \in CSW, f = Last(c'), \\ f' = First(c'), g = First(c) \end{array} \quad (22)$$

$$dt_{g'} - at_f \geq d_{fg}^E - K(1 - \sigma_{g'} x_{gg'}) \quad \begin{array}{l} \forall (f, g) \in E, \\ \forall g' \in F : (g, g') \in SW \end{array} \quad (23)$$

$$dt_{g'} - at_f \geq d_{fg}^E - K(1 - \sigma_{g'} x_{g'g}) \quad \begin{array}{l} \forall (f, g) \in E, \\ \forall g' \in F : (g', g) \in SW \end{array} \quad (24)$$

3.4.5. *Contraintes sur les réaffectations des passagers.* Lorsqu'un vol est supprimé ou qu'une correspondance est ratée, il convient de réaffecter les passagers sur d'autres vols. La contrainte (25) exprime le fait que si le vol f est supprimé, aucun passager ne peut être réaffecté sur ce vol. La contrainte (26) garantit que lorsqu'un vol est supprimé ou qu'une correspondance est ratée, tous les passagers concernés sont réaffectés sur des vols alternatifs. Le terme $z_{gf} - \gamma_g$ permet de faire en sorte que lorsque le vol f est supprimé mais pas le vol g ou lorsque la correspondance (g, f) est ratée alors que ni f , ni g n'est supprimé, les passagers de (g, f) soient réaffectés sur un vol alternatif. La contrainte (27) garantit que le nombre de passagers du vol f (en incluant les passagers issus des correspondances non ratées) plus le nombre de passagers réaffectés sur le vol f n'excède pas la capacité de l'avion assurant le vol f .

$$K(1 - \gamma_f) \geq \sum_{g \in R^{-1}(f)} pr_g^f \quad \forall f \in F \quad (25)$$

$$\sum_{f' \in R(f)} pr_f^{f'} + nr_f = NP_f \gamma_f + \sum_{g \in C(f)} NP_f^g (z_{gf} - \gamma_g) \quad \forall f \in F \quad (26)$$

$$CAP_f \geq \sum_{g \in R^{-1}(f)} pr_g^f + NP_f + \sum_{g \in C(f)} NP_f^g (1 - z_{gf}) \quad \forall f \in F \quad (27)$$

3.4.6. *Contraintes de définition de la fonction de coût passagers.* La forme complexe de la fonction de coût passager pour un vol donné y_f nécessite l'écriture de plusieurs contraintes. Les contraintes (28) et (29) permettent de définir les variables ct_f^g qui constituent les abscisses de changement de croissance de y_f . Ces abscisses n'ont de sens dans notre modélisation que si elles sont après dt_f^{ini} , d'où la contrainte (29). La contrainte (30) définit la variable κ_f^g comme le temps d'attente du vol f des passagers issus de la correspondance g (nul si la

correspondance est ratée). La contrainte (31) définit y_f comme décrit dans la section 2.1.⁴

$$ct_f^g \geq at_g + d_{gf}^P \quad \forall f \in F, \forall g \in \mathcal{C}(f) \quad (28)$$

$$ct_f^g \geq dt_f^{ini} \quad \forall f \in F, \forall g \in \mathcal{C}(f) \quad (29)$$

$$\kappa_f^g \geq NP_f^g(dt_f - ct_f^g) - K\gamma_g \quad \forall f \in F, \forall g \in \mathcal{C}(f) \quad (30)$$

$$y_f \geq NP_f(dt_f - dt_f^{ini}) + \sum_{g \in \mathcal{C}(f)} \kappa_f^g \quad \forall f \in F \quad (31)$$

3.5. Programme linéaire.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{f \in F} y_f + \sum_{(f,g) \in L_{crew}} c_{fg}^r r_{fg} + \sum_{m \in M} c_m^M (dt_m - dt_m^{ini}) + \sum_{f \in F} c_f^{del} \gamma_f + \sum_{f \in F} \sum_{f' \in R(f)} c_{ff'}^{rsc} pr_f^{f'} \\ & + \sum_{f \in F} c_f^{roc} nr_f + \sum_{(f,f') \in SW} c_{ff'}^{swap} x_{ff'} \\ \text{s.t.} \quad & \text{Contraintes de précédence} \quad (1) \text{ à } (9) \\ & \text{Contraintes de suppression} \quad (10) \text{ à } (12) \\ & \text{Contraintes sur les swaps d'avions} \quad (14) \text{ à } (18) \\ & \text{Contraintes sur les swaps d'équipages} \quad (19) \text{ à } (24) \\ & \text{Contraintes sur la réaffectation des passagers} \quad (25) \text{ à } (27) \\ & \text{Contraintes sur la fonction de coût} \quad (28) \text{ à } (31) \\ & dt_f \geq a_f(1 - \gamma_f) \quad \forall f \in F \quad (32) \\ & b_f(1 - \gamma_f) \geq dt_f \quad \forall f \in F \quad (33) \\ & dt_m \geq a_m \quad \forall m \in M \quad (34) \\ & b_m \geq dt_m \quad \forall m \in M \quad (35) \\ & \gamma_f \in \{0, 1\} \quad \forall f \in F \quad (36) \\ & x_{ff'} \in \{0, 1\} \quad \forall (f, f') \in SW \quad (37) \\ & \delta_{cc'} \in \{0, 1\} \quad \forall (c, c') \in CSW \quad (38) \\ & r_{fg} \in \{0, 1\} \quad \forall (f, g) \in L \quad (39) \\ & z_{fg} \in \{0, 1\} \quad \forall (f, g) \in P \quad (40) \\ & ct_f^g \in \mathbb{R} \quad \forall f \in F, \forall g \in \mathcal{C}(f) \quad (41) \\ & \kappa_f^g \in \mathbb{R}_+ \quad \forall f \in F, \forall g \in \mathcal{C}(f) \quad (42) \\ & y_f \in \mathbb{R}_+ \quad \forall f \in F \quad (43) \\ & pr_f^g \in \mathbb{R}_+ \quad \forall f \in F, \forall g \in R(f) \quad (44) \\ & nr_f \in \mathbb{N} \quad \forall f \in F \quad (45) \end{aligned}$$

Les contraintes (32) et (33) donnent les fenêtres de temps sur lesquelles les vols peuvent commencer. Si le vol f est supprimé, ces deux contraintes assurent que l'heure de départ et d'arrivée de f sont 0. Les contraintes (34) et (35) donnent les fenêtres du temps sur lesquelles les maintenances peuvent commencer. Les 9 dernières contraintes précisent les domaines de définition des variables utilisées.

Dans la mesure où il est difficile de donner une valeur précise aux coûts de recourir à un équipage de réserve, de supprimer un vol et d'opérer un *swap*, nous proposons une variante du modèle ci-dessus qui ne limite plus le nombre de recours à un équipage de réserve, le nombre de suppressions de vols et le nombre de *swaps* à travers des coûts dans la fonction

4. On notera que la sommation ne se fait plus sur les g dans $\mathcal{C}(f)$ qui vérifient $at_g + d_{gf}^P \leq dt_f$ mais simplement sur tous les g dans $\mathcal{C}(f)$ car κ_f^g est nul lorsque $at_g + d_{gf}^P > dt_f$

objectif mais à travers des contraintes. La formulation est donc exactement la même que celle ci-dessus sauf que l'on enlève les termes $\sum_{(f,g) \in L_{crew}} c_{fg}^r r_{fg}$, $\sum_{f \in F} c_f^{del} \gamma_f$ et $\sum_{(f,f') \in SW} c_{ff'}^{swap} x_{ff'}$ et on rajoute les trois contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} \sum_{(f,g) \in L_{crew}} r_{fg} &\leq N_r^{max} \\ \sum_{f \in F} \gamma_f &\leq N_{del}^{max} \\ \sum_{(f,f') \in SW} x_{ff'} &\leq N_{swap}^{max} \end{aligned}$$

où N_r^{max} , N_{del}^{max} et N_{swap}^{max} sont des constantes à ajuster par l'opérateur en fonction de ses préférences.

4. EXPÉRIMENTATIONS NUMÉRIQUES

Dans cette section, nous présentons les performances du modèle obtenues sur quelques instances de taille réaliste. Les expérimentations numériques ont été réalisées grâce à IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8. sur un ordinateur MSI GP62-6QE Leopard Pro doté d'un processeur Intel Core i5-6300HQ et disposant de 8 Go de RAM.

4.1. Données. Dans le cadre des expérimentations numériques, nous considérons uniquement la situation dans laquelle l'aéroport Roissy-Charles de Gaulle (noté CDG dans la suite) est fermé sur une plage de temps donnée $[t_B^c, t_E^c]$, c'est-à-dire qu'aucun vol ne peut décoller ou atterrir sur $[t_B^c, t_E^c]$. En conséquence, tous les vols qui devaient initialement décoller ou atterrir sur CDG sur cette plage doivent être retardés (on ne peut jamais avancer un vol). À partir d'un planning initial, il est alors possible d'obtenir plusieurs instances en considérant plusieurs durées de fermeture. Nous choisissons de considérer 3 plannings initiaux, le premier fourni par AirFrance et les deux autres générés aléatoirement (voir après) et pour chacun de ces planning, nous considérons deux scénarios de fermeture : le premier consiste en une fermeture d'une durée d'une heure et le second en une fermeture d'une durée de deux heures. Nous testons ainsi le modèle sur 6 instances.

4.1.1. Description des plannings initiaux. Le planning initial fourni par AirFrance consiste en la liste des vols, des maintenances et des rotations équipage sur une journée donnée et pour une sous-flotte donnée ayant CDG pour *hub*. Pour chaque vol sont donnés : l'identifiant du vol, l'identifiant de l'avion qui assure le vol, les aéroports de départ et d'arrivée, l'horaire de départ et l'horaire d'arrivée. Pour chaque maintenance sont donnés : l'identifiant de la maintenance, l'identifiant de l'avion qui subit la maintenance, l'aéroport où la maintenance a lieu, l'horaire de début et l'horaire de fin. Enfin, pour chaque équipage sont donnés : l'identifiant de l'équipage et la liste des vols couverts par l'équipage. Le planning comporte 117 vols et 10 maintenances.

Les deux autres plannings initiaux sont générés sur le modèle du planning AirFrance. L'algorithme prend en entrée un nombre de vols et de maintenances à générer et il affecte à chaque vol et à chaque maintenance un avion, une origine, une destination, un horaire de départ et un horaire d'arrivée tout en veillant à ce que le planning sans perturbations soit réalisable et à garder une certaine cohérence (contraintes de précédence respectées, pas uniquement

un vol par rotation avion, les rotations avion sont des allers retours entre CDG et X,...). Il affecte ensuite à chacun des vols un équipage de façon à obtenir les rotations équipage. À nouveau, une certaine cohérence dans l'affectation est assurée (pas uniquement un vol par rotation équipage, temps maximal de travail respecté,...). Le premier planning généré comporte 250 vols et 15 maintenances et le second comporte 400 vols et 20 maintenances. À partir de ces données, on peut facilement construire les nœuds et les arcs du graphe décrit en section 2.2. à l'exception des arcs correspondants aux connexions des passagers. AirFrance ne nous a, en effet, pas fourni de données sur les itinéraires passagers. En revanche, on peut facilement construire C , $F(c)$, $Cr(f)$, $First(c)$, $Last(c)$ et FF .

4.1.2. *Fenêtres de temps.* Nous décrivons ici comment sont choisis les $[a_f, b_f]$ et les $[a_m, b_m]$ qui constituent respectivement les fenêtres de temps pour les horaires de départ des vols et pour les horaires de début des maintenances. Les a_f et a_m sont les seuls paramètres qui permettent de modéliser une perturbation dans le planning initial. En effet, si tous les a_f et a_m sont égaux aux horaires initiaux des vols et des maintenances, alors la solution est de garder le planning initial. Ainsi, pour tout vol f qui doit partir de CDG sur $[t_B^c, t_E^c]$, on fixe $a_f = t_E^c$. Pour tout vol f qui doit arriver à CDG sur $[t_B^c, t_E^c]$, on fixe $a_f = t_E^c - d_f^E$. Pour tous les autres vols, on fixe $a_f = dt_f^{ini}$. On procède de même pour les maintenances⁵ : $a_m = dt_m^{ini}$. Pour le choix des b_f et b_m , nous décidons de les fixer respectivement à $\min(dt_f^{ini} + 2h30, 24h)$ et $\min(dt_m^{ini} + 30min, 24h)$ ⁶. Ce choix traduit le fait que nous nous interdisons à décoller / démarrer une maintenance après minuit et que nous ne voulons pas trop retarder les vols et encore moins les maintenances.

4.1.3. *Paramètres communs.* Un certain nombre de paramètres sont communs à toutes les instances. On suppose que d_{fg}^S , le temps au sol minimal entre deux vols, est de 45 minutes, que d_{fg}^L , la durée maximale de travail pour un équipage sur une journée, est de 11 heures et 15 minutes, que d_{fg}^{Min} , la durée minimale avant l'arrivée d'un vol et le début d'une maintenance, est de 10 minutes et que d_{fg}^E , la durée minimale dont doit disposer un équipage s'il change d'avion, est de 75 minutes. Concernant les coûts, nous ne disposons d'aucune donnée AirFrance. Nous choisissons donc de les calibrer par rapport à d'autres données qui font du sens. Pour c_m^M , le coût de retarder une maintenance d'une minute, nous prenons la durée de la maintenance. Pour c_{fg}^r , le coût de recourir à équipage de réserve, nous prenons 100×60 soit le coût de retarder d'une heure un vol de 100 passagers. Pour c_f^{del} , le coût de supprimer un vol, nous prenons l'heure de départ initial du vol car plus un vol part tard dans la journée, plus il sera difficile de trouver une alternative pour les passagers du vol supprimé. Pour $c_{ff'}^{sc}$, le coût de réaffecter des passagers sur un vol d'une même compagnie, nous prenons la différence entre l'horaire initial du vol alternatif et l'horaire initial du vol dont sont issus les passagers. Pour c_f^{roc} , le coût de réaffecter des passagers sur un vol d'une autre compagnie, nous prenons 180 soit le coût de retarder un passager de 3 heures. Pour $c_{ff'}^{swap}$, le coût de *swap*, nous prenons également 100×60 .

5. On considère que les maintenances peuvent être effectuées pendant la fermeture de l'aéroport.

6. Sauf pour l'instance **RandomVeryBig_2** où l'on a fixé b_m à $\min(dt_m^{ini} + 70min, 24h)$ pour avoir au moins une solution réalisable.

Enfin, nous fixons CAP_f , la capacité des vols, à 200 et nous tirons aléatoirement NP_f , le nombre de passagers non issus d'une correspondance, entre 50 et 200. En résumé :

Paramètre	Valeur
d_{fg}^S	45
d_{fg}^L	675
d_{fg}^{Min}	10
d_{fg}^E	75
c_m^M	Durée en minutes de m
c_{fg}^r	6000
c_f^{del}	dt_f^{ini}
$c_{ff'}^{rsc}$	$dt_{f'}^{ini} - dt_f^{ini}$
c_f^{roc}	180
$c_{ff'}^{swap}$	6000
CAP_f	200
NP_f	Aléatoire entre 50 et 200

4.1.4. *Ajout d'arcs passagers.* Afin de disposer d'instances réalistes, nous ajoutons artificiellement des «arcs passagers» (P dans le graphe). Néanmoins, afin de garder une certaine cohérence, un arc n'est ajouté que s'il respecte un certain nombre de conditions. Tout d'abord, il convient de remarquer que, dans la mesure où les vols ont tous l'aéroport CDG pour origine ou pour destination, seuls un vol X-CDG et un vol CDG-Y peuvent être connectés où X et Y désignent deux aéroport différents et distincts de CDG. En effet, connecter un vol X-CDG avec un vol CDG-X ou connecter un vol CDG-X avec un vol CDG-X reviendrait à faire un aller-retour pour les passagers de la correspondance, ce qui est absurde. La deuxième condition à respecter est que deux vols peuvent être connectés si et seulement si les passagers disposent de suffisamment de temps pour changer de vol. Si cette condition n'était pas respectée, cela signifierait que le planning initial n'est pas réalisable. La dernière condition concerne le nombre de passagers qui connectent. Considérons deux vols f et g candidats pour être relié par un arc passager. On tire au hasard NP_f^g , le nombre de passagers qui connectent entre g et f , entre 1% et 10% de NP_g , le nombre de passagers de g qui n'est pas issu d'une correspondance. Puis on vérifie que NP_f^g additionné à NP_f ne dépasse pas CAP_f , la capacité du vol f . Si c'est le cas, un arc passager est ajouté entre g et f .

Pour faire en sorte qu'il n'y ait pas uniquement des correspondances entre des vols X-CDG et CDG-Y, nous ajoutons quelques vols partenaires. Vers chacun de ces vols, nous ajoutons un unique «arc passager». Les horaires, le nombre de passagers et la capacité du vol sont choisis de sorte à respecter les conditions formulées dans le paragraphe précédent. Par ailleurs, nous posons $a_f = b_f = dt_f^{ini}$ pour ces vols car nous ne voulons pas les retarder.

4.1.5. *Swaps et vols alternatifs.* Dans le modèle, nous avons également besoin d'un ensemble de *swaps* possibles SW et pour chaque vol f , d'un ensemble de vols alternatifs $R(f)$. Nous construisons ces deux ensembles à partir des données sur les vols. Pour construire SW , nous vérifions au préalable pour chaque vol s'il est suivi par une maintenance dans la rotation avion. Si c'est le cas, nous nous interdisons de l'échanger avec un autre vol. Ensuite, nous regroupons les vols qui ont même origine et parmi ceux-ci nous ajoutons dans SW les paires

de vols telles que le deuxième vol parte initialement au maximum 30 minutes avant ou au maximum 30 minutes après le premier vol (et si aucun des deux n'est suivi d'une maintenance). Pour construire $R(f)$, nous cherchons les vols qui ont même origine et destination que f et nous ajoutons à $R(f)$ le vol qui part le plus tôt après f parmi ces vols (s'il existe). Donc $R(f)$ est toujours de cardinal au plus 1.

InstanceAF_1 et **InstanceAF_2** correspondent aux instances générées à partir des données AirFrance et les quatre autres correspondent aux instances générées aléatoirement.

Nom	# vols	# vols partenaires	# maintenances	# total de passagers	Durée de fermeture
InstanceAF_1	117	26	10	16756	1h
InstanceAF_2	117	26	10	16756	2h
RandomBig_1	250	61	15	38907	1h
RandomBig_2	250	61	15	38907	2h
RandomVeryBig_1	400	88	20	59888	1h
RandomVeryBig_2	400	88	20	59888	2h

4.2. **Résultats.** Nous présentons ci-dessous les résultats obtenus

Nom	# vols retardés	Retard moyen	# vols supprimés	# maintenances retardés	Retard moyen
InstanceAF_1	13	22 min	0	0	0
InstanceAF_2	30	54 min	0	0	0
RandomBig_1	28	26 min	0	0	0
RandomBig_2	43	49 min	5	1	30 min
RandomVeryBig_1	42	28 min	0	1	2 min
RandomVeryBig_2	59	55 min	6	1	20 min

Nom	# swaps	#correspondances ratées	# passagers réaffectés	# passagers non réaffectés	# recours à un équipage de réserve	Temps CPU
InstanceAF_1	0	4	15	12	0	0.5 s
InstanceAF_2	2	13	15	66	0	0.5 s
RandomBig_1	0	16	23	66	0	3.2 s
RandomBig_2	1	41	83	608	1	4.3 s
RandomVeryBig_1	2	24	43	117	0	8.8 s
RandomVeryBig_2	1	66	70	983	2	10.6 s

Nous avons également testé les 6 instances pour le modèle où certains coûts sont en contraintes. Le choix des paramètres N_r^{max} , N_{del}^{max} et N_{swap}^{max} résulte d'une optimisation lexicographique «à la main». On cherche d'abord à trouver la plus petite valeur pour N_{del}^{max} telle que le solveur donne une solution réalisable – les deux autres paramètres étant choisis très grand. On procède de même pour N_{swap}^{max} (sans toucher à la valeur de N_{del}^{max}) puis pour N_r^{max} (sans toucher aux deux autres paramètres). Nous obtenons les résultats suivants :

Nom	# vols retardés	Retard moyen	# vols supprimés	# maintenances retardés	Retard moyen
InstanceAF_1	13	22 min	0	0	0
InstanceAF_2	30	55 min	0	0	0
RandomBig_1	28	26 min	0	0	0
RandomBig_2	51	53 min	2	1	30 min
RandomVeryBig_1	43	30 min	0	1	2 min
RandomVeryBig_2	68	59 min	3	1	20 min

Nom	# swaps	#correspondances ratées	# passagers réaffectés	# passagers non réaffectés	# recours à un équipage de réserve	Temps CPU
InstanceAF_1	0	4	15	12	0	0.5 s
InstanceAF_2	0	16	15	92	0	0.5 s
RandomBig_1	0	16	23	66	0	2.5 s
RandomBig_2	1	39	23	358	0	2.5 s
RandomVeryBig_1	0	25	43	123	0	7.2 s
RandomVeryBig_2	2	60	30	730	0	7.4 s

4.3. Commentaires. Les résultats obtenus pour le premier modèle sont plutôt satisfaisants. Nous obtenons, en effet, un nombre de vols supprimés ainsi qu'un nombre de swaps et de recours à un équipage de réserve relativement bas et ce même pour de grandes instances. Le temps CPU reste de plus globalement très bas ce qui est crucial pour notre problème dans la mesure où, si des perturbations surviennent, il est essentiel de pouvoir prendre une décision en quelques minutes. Néanmoins, ce modèle nécessite de donner des coûts parfois assez arbitraires à l'activation de certaines variables de décision. Le deuxième modèle semble plus intéressant de ce point de vue car il n'y a pas besoin d'affecter un coût pour les vols supprimés, pour les *swaps* et pour les recours à un équipage de réserve. Il permet, en outre, à l'opérateur de disposer de plusieurs solutions et de faire ensuite un arbitrage entre elles en accord avec les préférences de la compagnie aérienne.

5. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans ces travaux, nous avons développé un modèle, formulé sous la forme d'un MIP, de replanification des vols et des maintenances lorsque des perturbations surviennent le jour des opérations. Le modèle est particulièrement exhaustif dans la mesure où nous nous autorisons à la fois à retarder, supprimer, échanger les vols ainsi qu'à rater des correspondances ou encore à recourir à des équipages de réserve et dans la mesure où nous tenons compte d'un grand nombre de contraintes auxquelles les opérationnels font face comme la réaffectation des passagers des vols supprimés et des correspondances ratées. L'originalité de ces travaux est également de mettre l'accent sur la satisfaction des passagers lors de la replanification. Malgré le grand nombre de variables et de contraintes, nous parvenons à trouver une solution optimale en temps raisonnable sur des instances de taille réaliste. Les solutions optimales obtenues semblent satisfaire les préférences que nous avons perçues chez les opérationnels. Une extension du modèle permet, de plus, de fournir aux opérationnels plusieurs solutions, lui

permettant d'effectuer lui-même un arbitrage.

Au cours de ces travaux, nous avons été confronté à deux problèmes pour lesquels nous n'avons pas pu démontrer s'ils étaient polynomiaux ou NP-difficile. Le premier problème se formule ainsi :

Input : Un graphe orienté acircuitique $G = (V, A)$ qui possède un nœud s tel que pour tout nœud v dans $V \setminus \{s\}$, l'arc (s, v) est dans A . Tous les arcs de la forme (s, v) sont de longueur nulle tandis que les autres arcs possèdent une longueur d_{uv} et un coût c_{uv} .

Output : Un sous-ensemble D de $A \setminus \{s\} \times V$ tel que $\sum_{v \in V \setminus \{s\}} LP_v^{G \setminus D} + \sum_{(u,v) \in D} c_{uv}$

est minimum où $LP_v^{G \setminus D}$ désigne le plus long chemin de s à v dans le graphe G dont on a retiré les arcs de D .

Ce problème s'écrit aussi sous la forme d'un MIP :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{v \in V} t_v + \sum_{(u,v) \in A} c_{uv} x_{uv} \\ \text{s.t.} \quad & t_v \geq t_u + d_{uv} - K x_{uv} \quad \forall (u,v) \in A \\ & t_u \geq 0 \quad \forall u \in V \\ & x_{uv} \in \{0, 1\} \quad \forall (u,v) \in A \end{aligned}$$

Dans cette formulation, nous n'avons pas besoin d'un nœud s dans V qui permet d'effectuer les calculs des plus longs chemins.

Le deuxième problème est relativement proche du premier mais nous n'avons pas la certitude que la résolution de l'un permet la résolution de l'autre.

Input : Un graphe orienté acircuitique $G = (V, A)$ et deux nœuds o et d de V . Tous les arcs (u, v) de A possèdent une longueur d_{uv} et un coût c_{uv} à l'exception de l'arc (o, d) qui possède juste une longueur nulle.

Output : Un sous ensemble D de $A \setminus \{(o, d)\}$ tel que $LP_d^{G \setminus D} + \sum_{(u,v) \in D} c_{uv}$ est minimum.

On peut également l'écrire sous la forme d'un MIP :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{(u,v) \in A} c_{uv} x_{uv} + t_d \\ \text{s.t.} \quad & t_v \geq t_u + d_{uv} - K x_{uv} \quad \forall (u,v) \in A \\ & t_u \geq 0 \quad \forall u \in V \\ & x_{uv} \in \{0, 1\} \quad \forall (u,v) \in A \end{aligned}$$