## MAC0420 - EP-3

## Matheus T. de Laurentys, 9793714

O uso de funções de interporlação é de extrema importância para representações gráficas. Existem muitas técnicas diferentes para realizar a tarefa. Curvas e superfícies racionais gaussianas (RaGs) são geradas por tais funções de forma parecida com as NURBS. NURBS são funções que, simplificadamente, somam médias ponderadas de splines distribuídas pelo espaço. RaGs funcionam analogamente, porém, somam ponderações de funções Gaussianas (Normais).

De maneira analoga, novamente, às NURBS, nas quais podem-se controlar a posição dos pontos de controle de cada spline, obtendo-se mais ou menos 'espalhamento', pode-se modificar a variância de cada função normal, além da curva gerada também nunca ultrapassar os pontos de controle. Essas informações podem ser verificadas na formulação de RaGs abaixo:

$$P(u) = \sum_{i=1}^{n} V_i g_i(u) u \in [0, 1]$$

$$g_i(u) = \frac{W_i G_i(u)}{\sum_{j=1}^n W_j G_j(u)}$$

$$G_i(u) = exp \frac{-(u-u_i)^2}{2\sigma^2}$$

Por ter a mesma liberdade de atribuição de pesos (com a variância de cada função) RaGs conseguem fazer tudo aquilo que NURBS também conseguem. Isto é, podem gerar uma curva ou superfície que seja de classe C1 ou C2 e aproxime uma coleção de pontos de maneira suave. Note que isso implica que pode-se fazer desenhos quaisquer em 2D e texturas quaisquers em 3D.

Uma característica de RaGs muito importante, é que pode ser usada para interpolar duas suprefícies. Se duas superfícies (ou curvas) são representadas por RaGs, pode-se fazer uma interpolação simples sobre seus valores totais ao invés de considerar as funções gaussianas de ambas as partes. Além desse possível uso, RaGs, como NURBS, podem ser usandas para produzir esferas, cubos ou primitivas muito mais complicadas, de maneira bastante precisa.

Essa capacidade é uma vantagem perante as B-Splines, que, por não terem atribuição de pesos aos pontos, perdem generalidade. Também há grande vantagem de performance perante aproximação por polinômios, cuja avaliação para cada ponto da curva pode ser muito custosa. Vale notar que existem vantagens também sobre as NURBS. Ao passo que NURBS representam algumas curvas exatamente, RaGs podem aproximar tais curvas com muita precisão, mas com muito menos pontos. Uma outra diferença das demais funções de interpolação, é que, como há modificação na variância, pode-se gerar resultados diferentes com o mesmo conjunto de pontos. E, como terceira vantagem, pode-se criar formas fechadas, semi-fechadas e abertas interpolando pontos quaisquers.

RaGs, portanto, podem ser usadas em todas as ocasiões em que se usam as NURBS (sendo assim, qualquer fomulação menos expressiva também pode ser substituída). São especialmente úteis quando a aplicação tem muitas superfícies sendo interpoladas ou quando é necessário a representatividade das formas que NURBS não são capazes de mostrar.

Um outro caso especial que é outra justificativa para o uso de RaGs é o cálculo da curva de interpolação (para fins diversos) quando há muito ruído e imprecisões. Um exemplo desse caso é a elaboração de meshes baseados em modelos escaneados, como aparehos médicos que buscam representar órgãos ou partes do corpo.

## Referências:

- Shirley and Marschner. Fundamentals of Computer Graphics, CRC Press, 3rd Ed. 2010, Capítulo 15.
- Geometric modelling using rational Gaussian curves and surfaces, Goshtasby, Ardeshir
- Approximatin digital 3D shapes by rational Gaussian surfaces, Marcel Jackowski, Martin Satter, Ardeshir Goshtasby