

# Prova 1 de Criptografia

Aluno: Matheus Tararam de Laurentys

NUSP: 9793714

Questão 1: Considere  $K$  global,  $X_{ij}$  é o byte  $j$  de  $X$  no round  $i$ .

Item 1:

Primeiro passo:  $f_1$  (round  $i$ )

Inversa  $f_1^{-1}$ :

Entrada  $C_i$

Saída  $B_i$

$$B_{ij} = C_{ij} \text{ (XOR) } K_{2i-1}^j, j=1, 4, 5, 8$$

$$B_{ij} = C_{ij} - K_{2i-1}^j, j=2, 3, 6, 7 \text{ e}$$

$$x - y \Rightarrow x - y \bmod 257$$

Demonstração

$$(1) \forall a, b : b = a \text{ (XOR) } b \text{ (XOR) } a.$$

$$\text{Novo caso : } B_{ij} - \underbrace{K_{2i-1}^j \text{ (XOR) } B_{ij}}_{C_{ij}} \text{ (XOR) } K_{2i-1}^j$$

$$(2) C = B + K \bmod 257 \Leftrightarrow C \bmod 257 = B + K \bmod 257$$

$$\Leftrightarrow C - K \bmod 257 = B \bmod 257$$

$$\Leftrightarrow C - K = B$$

Segundo Passo  $f_2: (\text{round } i)$

Inversa  $f_2^{-1}$ :

Entrada  $D_i$

Saída  $C_i$

$$C_{ij} = \log_{45}(D_{ij}), j = 1, 4, 5, 8$$

$$C_{ij} = 45^{(D_{ij})}, j = 2, 3, 6, 7$$

Demonstração:

3) O enunciado define  $\log_{45}(x)$  como a inversa de  $45^x \bmod 257$ . Assim,  
 $\log_{45}(45^{(x)} \bmod 257) = x$ . O contrário,  
 $45^{(\log_{45}(x))} \bmod 257 = x$ , também vale  
pela propriedade de funções inversas.

Terceiro Passo  $f_3: (\text{round } i)$

Inversa  $f_3^{-1}$ :

Entrada  $E_i$

Saída  $D_i$

$$\cancel{D_{ij}} D_{ij} = E_{ij} - K_{2i}^j, j = 1, 4, 5, 8$$

$$D_{ij} = E_{ij} (\text{XOR}) K_{2i}^j, j = 2, 3, 6, 7$$

Demonstração:

Iguais a (1) e (2)

Item 2:

Definimos, no item anterior,  $f_1^{-1}, f_2^{-1}, f_3^{-1}, f_4^{-1}$ .

Assim sendo, a inversa de um round ~~de~~ é definida por:  $B = f_1^{-1}(f_2^{-1}(f_3^{-1}(f_4^{-1}(F))))^{(*)}$

F foi calculado com:  $F = f_4(f_3(f_2(f_1(B))))^{(*)}$

Substituindo (\*) em (†) temos:

$$B = f_1^{-1} f_2^{-1} (f_3^{-1} (f_4^{-1} (f_4 (f_3 (f_2 (f_1 (B)))))))$$

que é verdadeiro pelas propriedades de funções.

Item 3.

Transformação final T:

Inversa  $T^{-1}$ :

Entrada G

Saída F

$$G_j = F_j \text{ (XOR) } K_{2R+1}^j, \quad j = 1, 4, 5, 8$$

$$G_j = F_j - K_{2R+1}^j, \quad j = 2, 3, 6, 7$$

Demonstração

Iguais a (1) e (2)

Quarto Passo  $f_4$ :

Inversa  $f_4^{-1}$ :

Entrada  $F_i$

Saída  $E_i$

$$E_{ij} = F_{ij} - F_{i, j+1} \pmod{256} \quad j = 1, 3, 5, 7$$

$$E_{ij} = 2F_{ij} - F_{i, j-1} \pmod{256} \quad j = 2, 4, 6, 8$$

Demonstração

(4) No décimo original temos

$$F_{ij} = 2E_{ij} + E_{i, j+1} \pmod{256} \quad j = 1, 3, 5, 7$$

$$F_{ij} = E_{i, j-1} + E_{ij} \pmod{256} \quad j = 2, 4, 6, 8$$

Temos:

$$\begin{cases} 2E_{ij} + E_{i, j+1} = F_{ij} \\ E_{ij} + E_{i, j+1} = F_{i, j+1} \end{cases} \quad j = 1, 3, 5, 7$$

---

$$E_{ij} = F_{ij} - F_{i, j+1}$$

$$E_{i, j+1} = 2F_{i, j+1} - F_{ij}$$



## Questão 2.

### Item 1.

Usando  $K$  NONCE, a segurança do algoritmo aumenta. O objetivo desse  $K$  é proteger contra ataques de texto legível e conhecido, pois, mesmo que fosse secreto, seria possível quebrar a cifra do algoritmo com esses ataques.

### Item 2.

No algoritmo de assinatura  $C$  e  $D$  estão no intervalo mostrado ( $0 < C, D < Q$ ). Dessa forma não é possível que, após a operação de módulo,  $C$  e  $D$  sejam legítimos fora do intervalo.

### Item 4.

$$\text{Mostrar } g^{xD^{-1}} \cdot (g^S \bmod p)^{CD^{-1}} \bmod p \bmod q = g^K \bmod p \bmod q$$

$$g^{xD^{-1}} \cdot g^{SCD^{-1}} \bmod p \bmod q = g^K \bmod p \bmod q \Rightarrow \text{Assinatura verdadeira sobre } x \text{ e } x \text{ não foi alterado.}$$

$$\therefore K = xD^{-1} + SC D^{-1}$$

$$DK = x + SC \Rightarrow D = (x + SC) K^{-1}$$

~~$$(x + SC) K^{-1} \cdot K = x + SC$$~~



Assinatura é verdadeira e  $x$  não foi alterado

Item 5.

(:)

Assinatura verdadeira sobre  $x$   
e  $x$  não foi alterado

$$\Rightarrow g^{e_1} \cdot T^{e_2} \mod p \mod q = g^k \mod p \mod q$$

$$(*) \quad g^{x \cdot D^{-1}} \cdot g^{SCD^{-1}} \mod p \mod q$$

$$(:) \quad D = (x + SC)K^{-1}$$

$\Leftrightarrow$

$$DK = x + SC \Leftrightarrow x = -SC + Dh$$

$$g^{(-SC + Dh)D^{-1}} \cdot g^{SCD^{-1}} \mod p \mod q =$$

$$= g^h \cdot g^{-SCD^{-1}} \cdot g^{SCD^{-1}} \mod p \mod q = g^h \mod p \mod q$$